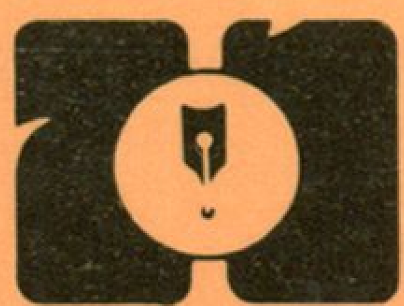


الدار الجامعية

١٩٨٨



المكتبة المحاسبية

المعلومات المحاسبيّة وبحوث العمليّات

في اتخاذ القرارات

تأليف

الدكتور عبد الحي مرعي

المعلومات المحاسبية وبحوث العمليات

في اتخاذ القرارات

المعلومات المحاسبية وبحوث العمليات
في اتخاذ القرارات

تأليف

الدكتور عبد الحي مرعي
عميد كلية التجارة - جامعة بيروت العربية
أستاذ المحاسبة والمراجعة - كلية التجارة - جامعة الإسكندرية

١٩٨٨



بسم الله الرحمن الرحيم

مقدمة الكتاب

يعيش العالم اليوم عصر المعلومات وأنظمتها وتقنيتها والبحث عن أفضل استخدامات لها بأقل تكلفة لإنتاجها. ذلك لأن المعلومات السليمة تؤدي إلى قرارات سليمة، ومن ثم تؤثر ايجاباً على موارد المجتمعات وثرواتها، وبالتبعية رفاهة أفرادها، كما تؤدي الى كشف الإمكانات الحقيقية لتقدم المجتمعات ونموها.

ويعتبر النظام المحاسبي، في ظل الثورة التقنية التي نعيشها، أهم الأنظمة المنتجة للمعلومات المفيدة في إتخاذ قرارات اقتصادية تؤثر في رفاهة الأفراد والمجتمعات. ولعل المحاسبة الإدارية تمثل أهم جزئية من النظام المحاسبي تختص باتخاذ القرارات، ليس من حيث توفير المعلومات فحسب، وإنما أيضاً من حيث عرض بدائل النماذج والأساليب المساعدة في اتخاذ القرارات المعقدة متعددة القيود والمتغيرات. ولذلك استقر الرأي على عنوان هذا الكتاب في المحاسبة الإدارية على أن يكون في **المعلومات المحاسبية وبحوث العمليات في اتخاذ القرارات**.

وينقسم الكتاب إلى قسمين: يستهدف الأول عرض وتوضيح موضع المحاسبية الإدارية بين فروع المعرفة المحاسبية، ويؤكد على أن اختصاصها ينصب على المعلومات المستقبلية، ويعرض لنماذج وأدوات المحاسبة الإدارية ابتداءً من تخطيط وتنظيم ورقابة العمليات الجارية وانتهاءً بموازنة العمليات الرأسمالية واتخاذ قرارات الانفاق الرأسمالي.

أما القسم الثاني فقد عرض بطريقة مبسطة وشاملة ومتميزة لبعض النماذج الرياضية التي أصبحت مألوفة في اتخاذ القرارات التخطيطية والرقابية بمدياتها القصيرة والطويلة. فقد تناول هذا القسم أسلوب البرمجة الخطية ونماذجها، وعرض لمفاهيمها ودلالاتها والأسس الرياضية والجبرية التي تستند إليها والمفاهيم والدلالات المرتبطة بالمعلومات الناتجة عن استخدامها، وحدودها وتحليل مدى حساسيتها، وذلك في ثلاثة فصول متتابعة تمثل في كليتها مرجعاً في البرمجة الخطية. كما يعرض هذا القسم إلى أسلوب طرق التوزيع، والبرمجة العددية وطريقة السمبلكس الثنائية، ثم يعرض لنماذج التحليل الشبكي كأدوات تخطيطية ورقابية معاً. ويعرض هذا القسم أيضاً مقدمة مبسطة في نظرية المباريات ويعرض كيفية التوصل إلى تحديد الاستراتيجيات بالبرمجة الخطية. وينتهي هذا القسم بعرض مبسط لأسلوب البرمجة الديناميكية وإمكانيات استخدامه لتخطيط المخزون واختيار أفضل الفنون الإنتاجية، والمفاضلة بين بدائل المشروعات في ظل فروض لا يمكن في ظلها تطبيق النماذج الأخرى.

ولعل هذا العرض، الهادف إلى توضيح دور المحاسبة الإدارية في المساهمة في اتخاذ القرارات الاقتصادية في ظل بيئة تتسم بالثورية في تقنيتها وسرعة حركتها وأهمية المعلومات فيها والحاجة الماسة إلى الأساليب والنماذج المساعدة لإمكانية معايشتها، قد حقق بهذه الصورة الغرض منه، وأهم من ذلك، لعله يفيد القارىء فيما يصبو إليه،

والله أسأل التوفيق والسداد،

المؤلف

بيروت في ديسمبر ١٩٨٧ — عبدالحي مرعي

الفصل الأول
في البيانات والمعلومات المحاسبية
وماهية المحاسبة الإدارية

١ ـ مقدمة وخطة الفصل:

تعد المحاسبة من أهم فروع المعرفة الإنسانية التي تهتم بتوليد وإنتاج بيانات ومعلومات ذات خصائص اقتصادية. وعادة ما تتعلق البيانات والمعلومات المحاسبية بمواضيع أو ظواهر أو مظاهر اقتصادية، وتخدم ذوي العلاقة بها أو ذوي المصالح فيها، وخاصة في شأن اتخاذ قرارات منتجة لآثار اقتصادية على موارد الوحدات الاقتصادية والمجتمع.

وقد ازدادت أهمية أنظمة المعلومات بصفة عامة، وأنظمة المعلومات المحاسبية بصفة خاصة في العصر الحديث نتيجة لعديد من العوامل والمتغيرات. فنحن نعيش عصر ثورة علمية في جميع المجالات لم يسبق لها مثيل في حياة البشرية. وقد أدت تلك الثورة، وما زالت، إلى تعقد الحاجات والمصالح وتشابكها، وتنوع وتغير سبل تحقيقها، وزيادة الحاجة إلى معلومات مفيدة وصالحة عن كل متغيراتها الهامة ومؤثراتها ونتائجها. وأدى ذلك بالتبعية إلى آثار قوية وملحوظة على طريقة إدارة الموارد الاقتصادية المتاحة للوحدات الاقتصادية والمجتمع، واتخاذ القرارات

السليمة في شأن تخصيصها وتوجيهها إلى أوجه الاستخدام البديلة، ومتابعة كفاءة استخدامها وفعالية استخدامها في تحقيق النتائج المرغوبة من هذا الاستخدام.

فبالاضافة إلى الجوانب الفنية التقنية التي نتجت عن الثورة العلمية التي نعايشها، فهي أدت تغيرات بيئية واقتصادية واجتماعية وسياسية وتنظيمية وسلوكية هيكلية متشابكة، منتجة لآثار اقتصادية معقدة ومتداخلة. وقد أدى ذلك إلى تولد حاجات جديدة إلى بيانات ومعلومات ذات خصائص ونوعيات متعددة، لفهم هذه المتغيرات ومثيراتها وآثارها والتحكم فيها وتوجيهها إلى ما يحقق المصالح الاقتصادية والاجتماعية العامة والخاصة.

فقد أدت التغيرات الاجتماعية والسياسية، على سبيل المثال إلى ظهور الحاجة إلى مزيد من العناية بالمسئولية الاجتماعية للوحدات والمنظمات الاقتصادية في شأن تنمية وحماية البيئة، وتنمية الموارد المادية والبشرية المتاحة، وغير ذلك من المسئوليات ذات الطابع السياسي الاجتماعي، والمنتجة لآثار اقتصادية حقيقية. وقد أدى ذلك بالطبع، نظراً لطبيعة نطاق وعناصر المسئوليات الجديدة، إلى قصور الاعتماد على البيانات والمعلومات الكمية ذات الطبيعة المالية في تخطيط وتوجيه الموارد للوفاء بها. وأصبحت البيانات والمعلومات غير الكمية أو الكمية التي لا تقبل القياس النقدي في صورة مالية من الأهمية بمكان بصدد وضع ما يلزم من سياسات وقيام ما يلزم من ضوابط للوفاء بهذه المسئوليات.

كما أدت الثورة العلمية إلى تغيرات فنية وتقنية انعكست على شكل الوحدات والمنظمات الاقتصادية وهيكلتها، وعلاقات تداخلها، وتشابك مصالحها وأهدافها. فقد أدت هذه التغيرات إلى زيادة الحجم الاقتصادي للوحدات والمنظمات وتعدد أهدافها، وتنوع انتاجها، وانتشار فروعها دولياً، وقيامها بمهام سياسية واجتماعية بالاضافة إلى مهامها الاقتصادية. كل ذلك في ظل ظروف اقتصادية تبدو مختلة هيكلياً، حيث يسود التضخم مع البطالة، والقصور الشديد في العمالة الفنية المدربة القادرة على التعامل والتفاعل مع فنون الانتاج التقنية الحديثة، مع استمرار

الشكوى من التضخم السكاني.

وقد امتدت آثار الثورة العلمية إلى ميدان إنتاج وتوليد البيانات والمعلومات، حيث أصبحت كفاءة نظام المعلومات في إنتاج ما يلزم من بيانات ومعلومات، لحل المشاكل الاقتصادية والسياسية والاجتماعية والبيئية والفنية المتداخلة والمعقدة، هي المحدد الاساسي والرئيسي لفعالية السياسات والخطط التي تم وضعها لهذا الغرض، في ايتاء الثمار المستهدفة والمرغوبة منها. وبذلك لم يصبح نظام المعلومات التقليدي بما يؤديه من مهام روتينية في انتاج بيانات ومعلومات نمطية، ملائماً للوفاء بالاحتياجات الجديدة، كما أن السرعة المطلوبة والتوقيت المرغوب والتفاصيل الضرورية والنوعيات اللازمة في هذه المعلومات والبيانات أصبحت خارج نطاق الإمكانيات المحدودة لأنظمة المعلومات التقليدية. ولم تهمل الثورة العلمية بدورها هذا الجانب الهام والجوهري، بل بالعكس كان الاهتمام بتطوير أنظمة المعلومات ورفع كفاءاتها وزيادة سعتها وقدراتها هي من المحاور التي ارتكزت عليها الثورة في انتشارها واستمرارها. وبذلك فقد أصبحت أنظمة المعلومات الالكترونية ذات القدرات والإمكانيات الهائلة هي المبدأ بينما أنظمة المعلومات التقليدية، يدوية كانت أو آلية، هي استثناء غير مرغوب. كما أصبحت بنوك المعلومات بالنسبة للثورة العلمية هي ركيزة ضمان استمرارها، وبالنسبة للسياسة الاقتصادية هي أهم مقومات زيادة احتمال سلامتها، وبالنسبة للخطط الاجتماعية والبيئية هي قوام تناسقها وكفاءتها في ايتاء ثمارها. وبالتالي فإن كنا نعيش عصر ثورة علمية فهو في الحقيقة وبالاضافة عصر أنظمة المعلومات الحديثة.

ولا جدال في أن النظام المحاسبي هو نظام معلومات جزئي من نظام معلومات كلي في أي وحدة أو منظمة أو مجتمع. والواقع أن نظام المعلومات المحاسبي هو أهم جزئيات أي نظام معلومات في أي وحدة أو منظمة اقتصادية، عاملة على تحقيق أهداف معينة بموارد اقتصادية محدودة. ويتحدد نطاق اختصاص نظام المعلومات المحاسبي طبقاً لنوعية البيانات والمعلومات واستخداماتها، وطبقاً لموقع

نتاج النظام في دائرة نتاج فروع المعرفية المحاسبية المتعددة، وطبقاً لمدى توافر التكامل والاتساق بين النظام كجزئية من كل وباقي الجزئيات. ويهدف هذا الفصل إلى توضيح كل من هذه العناصر بقليل من التفصيل.

البيانات والمعلومات المحاسبية واستخداماتها:

نشأت المحاسبة كأدات تذكيرية ثم تحولت مع الحاجة إلى أداة تقريرية ثم نمت وتطورت لتصبح ركيزة اتخاذ القرارات المصيرية في شأن الموارد الاقتصادية. ولسنا بصدد عرض تاريخي أو تأريخي لتطور المحاسبة وأهدافها ووظائفها على مر العصور التي أثرت فيها وتأثرت بنتاجها، حيث يقع ذلك في اختصاص موسوعة متخصصة في تطور الفكر المحاسبي. وإنما نهدف من عرضنا الموجز في هذا البند إلى توصيف سمات الكيان المحاسبي الراهن لتحديد فلك المحاسبة الإدارية في دائرة فلك فروع المعرفة المحاسبية المتعددة.

فيمكن القول أن المحاسبة قد نشأت كوسيلة منظمة للحساب تهدف إلى تذكير من يقوم باستخدامها بأحداث ومعاملات ماضية، حتى يتمكن من الاستمرار في التعرف على ماله وما عليه. وبذلك فهي كانت تطبق في مدن ايطاليا القديمة مثلاً لأغراض تذكرة التجار والمقرضين بما لهم من حقوق قبل الغير وما عليهم من التزامات قبل الغير.

وترتبط نشأة المحاسبة في نظر المفكرين والمؤرخين بالقيد المزدوج وامساك الدفاتر. ويقال إن إمساك الدفاتر كأداة تذكيرية يرجع تاريخياً إلى سنة ٣٦٠٠ قبل الميلاد، بينما القيد المزدوج لم يبدأ في الظهور إلاّ في سجلات بعض التجار في المدن الإيطالية في النصف الأول من القرن الرابع عشر الميلادي. وقد بدأ انتشار القيد المزدوج كأساس لإمساك الدفاتر عندما نشر باكيولي Luca Pacioli كتاباً في سنة ١٤٩٤ يحتوي في قسم منه على وصف إمساك الدفاتر على أساس القيد المزدوج. وبالتالي فقد انتشر إمساك الدفاتر على أساس القيد المزدوج إلى مدن

ألمانيا وانجلترا وفرنسا خلال القرن السادس عشر.

وقد كانت أهداف وخصائص المحاسبة في هذه الفترة تتلخص في الآتي:

١ ـ الهدف هو تجميع بيانات عن حقوق المالك والتـزامـاتـه لتـذكرته بها، وليحصل على المعلومات التي تمكنه من التعرف على أصوله وإلتزاماته. وكانت استخدامات المعلومات المحاسبية بهذه الصورة تتركز في اتخاذ قرارات منـح الائتمان وتحديد حقوق الشركاء.

٢ ـ لم يكن للوحدة المحاسبية حدوداً واضحة، حيث كثيراً ما كانت تظهر الحسابات العمليات الخاصة بالمالك بالاضافة إلى عملياته التجارية.

٣ ـ لم تكن الفترة المحاسبية، كما لم يكن فرض استمرار الوحدة المحاسبية من الأمور المعروفة في ذلك الوقت.

٤ ـ وإن كانت المحاسبة وسيلة منظمة للحساب في ذلك الوقت فقد كانت القيود الدفترية وصفية إلى حد كبير وتوضح أدق تفـاصيـل العمليـة مـوضـوع التسجيل.

ومع بداية النصف الثاني من القرن السادس عشر وحتى نهاية القرن الثامن عشر تقريباً تركز إهتمام المفكرين على تبرير منطق القيد المزدوج عن طريق إضفاء صفة الشخصية المعنوية المستقلة على كل حساب من الحسابات. وقد أدى ذلك إلى التركيز على القواعد والإجراءات التفصيلية الصماء، التي تهتم بتفاصيل تطبيق القيد المزدوج. ولذلك لم تكن المحاسبة أكثر من «فن» إمساك الدفاتر. وظل الوضع على هذه الوتيرة حتى بعد ظهور فكرة حقوق الملكية كأداة لتحقيق التوازن الحسابي المنشود في القيد المزدوج كما تنعكس نتائجه على الميزانية العمومية.

وبالرغم من أن المحاسبة استمرت كـ «فن» إمساك الدفاتر حتى ما يقارب على نهاية القرن التاسع عشر، إلاَّ أن هذه الفترة انطوت على عدد من التطورات التي امتدت بنطاق المحاسبة من مجرد أداة تذكيرية لتصبح بالإضافة إلى ذلك ذات أهداف تقريرية. ففي عام ١٦٧٣ اقتضت مواثيق التجارة في فرنسا أن يقوم التاجر أو

رجل الأعمال بإعداد ميزانية عمومية عند إنتهاء كل سنتين على الأكثر، كما ظهرت الموازنة السنوية لحساب الأرباح والخسائر، دون انتظار حتى انتهاء المشروع وهو الأمر الذي كان سائداً قبل ذلك. وترتب على ذلك نشأة الفترة المحاسبية، واستخدام البيانات المحاسبية لإعداد معلومات تقريرية عن النشاط موضوع المحاسبة والأصول والإلتزامات.

أضف إلى ما تقدم أن الثورة الصناعية، وما ترترتب عليها من تنوع أوجه النشاط الاقتصادي على مدار القرن الثامن عشر، قد أدت إلى اتساع نطاق الوظيفة التقريرية للمحاسبة لتشتمل على بيانات ومعلومات تكاليفية، كانت الأساس في نشأة محاسبة التكاليف.

ويمكن القول عموماً أن المحاسبة قد استمرت مقتصرة على آداء وظائفها التذكيرية والتقريرية، سواء في مجال المحاسبة المالية، أو محاسبة التكاليف حتى ما يقرب من انتهاء النصف الأول من القرن العشرين.

وقد كانت أهم أهداف المحاسبة وخصائصها حتى ذلك الحين تتلخص فيما يلي:

١ ـ التقرير عن النشاط الكلي للوحدة المحاسبية، كما ينعكس في نتيجة عملياتها بصفة إجمالية في حساب (أو حسابات) النتيجة عن الفترة المحاسبية.

٢ ـ التقرير عن أصول الوحدة المحاسبية وخصومها في لحظة زمنية معينة هي عادة لحظة انتهاء الفترة المحاسبية.

٣ ـ التقرير عن تكاليف الأنشطة والمنتجات.

٤ ـ الاعتماد الكلي على نسق التسجيل التاريخي للمبادلات والعمليات وتحليل وتبويب وتلخيص ما ينتج عن هذا التأريخ من بيانات لإنتاج ما يتم عرضه في التقارير من معلومات.

٥ ـ وقد أدى ذلك إلى تركيز المحاسبة على البعد الزمني الماضي دون اهتمام بالبعد الزمني المستقبل، أو القطع الفاصل بين الماضي والمستقبل وهو الحاضر.

٢ ـ ١ . حاجة الحاضر لبيانات ومعلومات ومسبباتها:

تعتبر بداية النصف الثاني من القرن العشرين نقطة تحول في مجالي الفكر والممارسة المحاسبية. فقد بدأ الفكر المحاسبي، وتتبعه الممارسة أحياناً، وتسبقه أحياناً أخرى، كما تخلفت عنه في كثير من الأحيان، في التركيز على نفعية المعلومات المحاسبية في مجالات اتخاذ القرارات الاقتصادية. وقد تأتي ذلك كنتاج للتطورات المختلفة المؤثرة في أنظمة المعلومات بصفة عامة وأنظمة المعلومات الإدارية بصفة خاصة، والتي قوامها وعمودها الفقري نظام المعلومات المحاسبي. وتتلخص أهم التطورات وانعكاساتها على أنظمة المعلومات بصفة عامة في الآتي :ـ

٢ .١ .١ . تطورات اقتصادية:

يقوم النظام الاقتصادي العالمي في الحاضر على المشروعات كبيرة الحجم متعددة الأهداف والأنشطة، منتشرة الفروع والمنافذ، متعددة الجنسيات والسياسات. كل ذلك في ظل محاولات جادة من قبل الحكومات للتوجيه والسيطرة على أوجه النشاط الاقتصادي، وفي ظل استمرار التضخم الكثيف مع الخوف من الانحدار في منزلق الكساد الرهيب، وندرة العمالة الماهرة رغم التخوف من انفجار السكان.

وقد أدت هذه التطورات إلى مزيد من التركيز على نفعية البيانات والمعلومات لأغراض التخطيط والتوجيه ومتابعة السياسات على مستوى المشروع وفيما بين المشروعات وعلى مستوى المجتمع. كما تطلب ذلك ضرورة تلاءم سياسات وأسس التقرير مع الانتشار العالمي وتعدد الجنسيات. كما أصبح تصور أبعاد المستقبل غير المعلوم في مجال الإنتاج والتوزيع والعمالة والتقنية والسياسات الاقتصادية، أهم مقومات الاستمرار والبقاء، بما أدى إلى ضرورة الاهتمام بالبعد الزمني المستقبل كما هو بالماضي بما لا يقل عن السواء. كما أصبحت الحاجة ملحة للتخلص من آثار التضخم كما تنعكس على تشويه البيانات وتضليل ما ينتج عنها من معلومات.

وأخيراً فقد أصبح أمر تقييم الموارد البشرية والتقرير عنها من الأمور الهامة والمصيرية حتى يمكن الحفاظ عليها وتنميتها وتوجيهها بما يتفق وتحقيق المصالح الاقتصادية والاجتماعية.

٢.١.٢ ـ تطورات اجتماعية سياسية:

أصبحت الحكومات في الحاضر تهتم بمسئولياتها المتزايدة قبل المجتمع نتيجة الظروف الاقتصادية والتقنية البيئية الراهنة، حيث أصبح ذلك من مقومات بقاء واستمرار سياساتها. وقد ترتب على هذه الأهتمامات المتزايدة ضرورة العناية بمناحي المسئولية الاجتماعية المختلفة بدءاً بالتخطيط والتنمية العمرانية وانتهاءً بتنمية القيم والأخلاقيات الإنسانية وصيانة وحماية الحريات الفردية.

وأدت هذه التطورات إلى ضرورة التعامل مع مزيد من المعلومات التي تتصف بأنها في معظمها غير خاضعة للترجمة النقدية وتنطوي على كثير من التفاصيل الوصفية. كما أدت هذه التطورات أيضاً إلى ضرورة تبني نماذج وأنماط تخطيطية ورقابية تحتاج في سبيل إرسائها وتحقيقها إلى الكثير من المعلومات غير التقليدية.

٣.١.٢ ـ تطورات تقنية:

لا شك في أن التطورات التقنية، كما سبق القول، لها انعكاساتها على جميع مظاهر وظواهر الحياة البشرية، اقتصادية كانت أو اجتماعية أو بيئية. ويهمنا في هذا المجال انعكاسات التطورات التقنية على المنظمات والتنظيمات الاقتصادية وأنظمة المعلومات العامة والخصوصية والجزئية. فقد أدت التطورات التقنية إلى تعقد الهياكل التنظيمية وترامي أبعاد المشاكل الاقتصادية الإدارية وعدم ملاءمة أنماط ونماذج الإدارة التقليدية التي تنبني على أسس وظيفية للتعامل مع هذه الهياكل والمشاكل. فقد أصبحت إدارة المنظمات والتنظيمات الاقتصادية تقوم على الحركة الديناميكية لملاحقة التطورات التقنية ومقابلة التغيرات الدائمة والسريعة التي تنتج عنها، وتنعكس على أهداف المنظمات والتنظيمات وسياساتها واستراتيجياتها

وعلاقاتها الداخلية والخارجية. وقد أدى ذلك إلى زيادة الحاجة إلى كم رهيب من البيانات والمعلومات الكمية وغير الكمية يستحيل التعامل معها عن طريق الاعتماد الكلي على العقول البشرية، وأدى ذلك إلى ضرورة الأعتماد على الحاسبات الآلية كركيزة أساسية في أنظمة المعلومات الإدارية، ومن ثم المحاسبية وقد أدى ذلك بالتبعية إلى برمجة العديد من وظائف الإدارة الروتينية، وتركيز الأهتمام على ما ينطوي عليه المستقبل من أسرار غيبية ينتظر أو يتوقع أن يكون لها آثار إنعكاسية على مقومات بقاء واستمرار المنظمة اقتصادياً واجتماعياً وبيئياً وسياسياً.

وقد أدى كل ذلك بدوره إلى زيادة أهمية البيانات والمعلومات المستقبلية غير المؤكدة والإحتمالية في إتخاذ القرارات الاقتصادية. ومن ثم فقد أصبح من المطالب الأساسية أن يكون نظام المعلومات قادراً على إنتاج معلومات تنبئية مستقبلية باستخدام النماذج والأساليب الرياضية الأحصائية.

٢.١.٤ ـ تطورات هيكلية:

أدت كل التطورات السابقة إلى تغيرات هيكلية تتمثل أساساً في نمو القطاعات الخدمية ومؤسساتها وزيادة أهمية دورها في الوفاء بحاجات المجتمع، ونمو الوظائف الخدمية للمشروعات الاقتصادية، وخاصة منها ما يفي بمسئوليات المشروع الاجتماعية الإجبارية والإختيارية، واستمرار الخلل الهيكلي الناتج عن انعكاسات سرعة التطور التقني على الندرة النسبية لعناصر الثروة القومية من عوامل الإنتاج القابلة للتوظف المنتج. وقد أدت هذه التغيرات والتطورات الهيكلية إلى حاجات متجددة لمعلومات وبيانات غير تقليدية ومتطورة وبكميات هائلة. ذلك لتوفير إمكانيات تصور أبعاد الخلل ووضع ما يتناسب من سياسات وخطط واستراتيجيات للتغلب على آثاره والتحكم فيه وتلافي عدم تفاقم ما يترتب عليه من مشاكل مختلفة. ولا شك في أن كل ذلك يتطلب توافر أنظمة معلومات ذات قدرات خاصة ترتكز على كم هائل من البيانات ولذلك نشأت بنوك البيانات Data Banks.

٢.٢ ـ حاضر البيانات والمعلومات المحاسبية واستخداماتها:

تتعدد فروع المعرفة المحاسبية في الحاضر، ويتعدد ويتنوع معها نتاج المحاسبة من بيانات ومعلومات. فالمحاسبة، وإن ظلت تحتفظ بدورها في التذكرة والتقرير قد أصبحت، كما سبق القول، المصدر الرئيسي والأساسي للبيانات والمعلومات التي يتم الإرتكاز عليها والإرتكان إليها في إتخاذ القرارات الاقتصادية. ويتطلب الأمر لتفهم دور البيانات والمعلومات المحاسبية في هذا الشأن التعرف بإختصار على أهم نوعيات هذه القرارات.

ويمكن تقسيم القرارات الاقتصادية على أساس موضوع إتخاذها أو على أساس البعد الزمني لإنتاج آثارها، أو على أساس الطبيعة الدالية لعلاقات آثارها، أو على أساس الظروف التي يتم في ظلها إتخاذها، أو على أساس مدى مركزية سلطة إتخاذها، أو على أي مزيج من هذه الأسس وغيرها.

فمن حيث موضوع إتخاذها نجد أن القرارات إما تتعلق بتخصيص أو إعادة تخصيص موارد اقتصادية على فرص استخدام بديلة متوفرة، أو تتعلق بالكيفية والكفاءة والفعالية التي بها يتم استغلال الموارد الاقتصادية في الفرص التي تم تخصيصها لها، ولا ينفي ذلك أن يكون قرار التخصيص أو إعادة التخصيص هو قرار استغلال في نفس الوقت. وكل ما في الأمر أن واقعة التخصيص أو إعادة التخصيص عادة ما تكون سابقة ضرورية على واقعة الاستغلال، إن ارتكنت إلى النتاج المتوقع من الاستغلال في شأن المفاضلة بين بدائل التخصيص أو إعادة التخصيص. ويؤدي إتخاذ قرار تخصيص أو إعادة تخصيص موارد معينة لفرصة استخدام معينة إلى ربط هذه الموارد في تلك الفرصة لفترة زمنية معينة، تختلف في مداها طبقاً لطبيعة وظروف الفرصة، وطبقاً لطبيعة تشكيلة الموارد الحقيقية التي يتم تخصيصها لها. وهذا يعني عدم توافر هذه الموارد لفرص الاستخدام الأخرى لفترة الربط أو الإرتباط. وترتيباً على ذلك يصبح من الضروري إحسان استغلال الموارد في الفرص التي خصصت لها حتى تؤتي الثمار التي كانت منتظرة منها عند

التخصيص. ولا يتحقق حسن الاستغلال تلقائياً بمجرد التخصيص وإنما يستلزم الأمر وضع العديد من بدائل الخطط وشحذ المزيج المتوافر من الهمم وتوضيح الأهداف تفصيلياً ومتابعة العمل والمسيرة وقتياً وجدياً واستمرار تقييم الاداء وتصحيح إنحراف المسارات على فترات متقاربة نسبياً. وينطوي كل ذلك على إتخاذ عدد وفير من قرارات الاستغلال، والتي من ثم تتصف بقصر مداها الزمني وتقيدها بحدود المتاح من الموارد المخصصة، وارتباطها بتدفقات علاقات المستخدم والمنتج، بدلاً من انصبابها على مخزون الموارد المتاحة.

وتتطلب قرارات التخصيص وإعادة التخصيص بيانات ومعلومات عن مخزون الموارد المتاحة للتخصص أو إعادة التخصيص في الحاضر وفرص الاستخدام المتاحة في الحاضر والجدوى المتوقعة مستقبلياً من كل فرصة من هذه الفرص بالنسبة للهدف أو مجموعة الأهداف المزمع أو المرغوب تحقيقها. وتخدم المحاسبة، بدورها التقريري والتذكيري في توفير المعلومات عن مخزون المتاح من موارد والكشف عن العديد من الفرص تخدم بدورها التبصيري وما ينطوي عليه من نماذج تحليلية وتفسيرية وأدوات تنبئية ونماذج قرارية في قياس الجدوى المستقبلية والمفاضلة بين بدائل الفرص المختلفة.

كما تتطلب قرارات الاستغلال معلومات ملائمة وشديدة عن كل بدائل الاستغلال المتاحة ومعايير وأنماط المفاضلة والتفضيل والمزج بينها بما يمكن من تخطيط تحقيق الأهداف المرحلية، المؤدية - تراكمياً - إلى تحقيق أهداف التخصيص النهائية. كما تتطلب معلومات وأساليب ونماذج سليمة ومواتية لوضع السياسات وتفصيل برامج الاستغلال ومتابعة الخطط وقياس كفاءة وفعالية الآداء في تحقيق المستهدف من غايات. وسواء كان الأمر يتعلق بأختيار مزيج بدائل الاستغلال، أو بوضع السياسات أو البرامج، أو بقياس كفاءة أو فعالية الأداء فإن البيانات المحاسبية هي أساس المعلومات اللازمة لتحقيق هذه الأغراض وهي في معظمها بيانات ومعلومات تبصيرية وتقريرية، بالاضافة إلى أنها تلعب دوراً هاماً

كشبكة إتصال تذكيرية وتقريرية.

ومن حيث البعد الزمني لانتاج آثارها نجد القرارات قصيرة الأجل ومتوسطة الآجال وطويلة الآجال. والمفروض في القرار قصير الأجل أن يؤتى ثماره خلال فترة زمنية وجيزة لتحقيق دورة عمليات متكاملة الأركان والجوانب والظروف. وعلى هذا الأساس تعتبر قرارات الاستغلال في غالبيتها قصيرة الأجل وإن كان للكثير منها أبعاداً تمتد للمدى المتوسط والطويل. أما القرارات طويلة الأجل فهي تلك التي يتوقع أن تؤتي معظم آثارها خلال فترة زمنية طويلة تكفي لتحقيق الأهداف النهائية، وهي على هذا الأساس تنطوي في معظمها على قرارات تخصيصية أو تتعلق بإعادة التخصيص. أما القرارات متوسطة الأجل فهي التي تمتد آثارها لما يزيد عن فترة عمليات متكاملة ولما لا يصل إلى نقطة تحقيق الأهداف النهائية. وقد جرت العادة على تحديد مدد زمنية للقرارات التي تقع في كل من هذه الفئات الثلاث وما تنطوي عليه كل من فئات جزئية. فيقال أن القرار قصير الأجل ينتج آثاره خلال سنة مثلاً، أما القرار متوسط الأجل فينتج آثاره في خلال فترة تتراوح بين سنتان وثلاثة مثلاً والقرار طويل الأجل ينتج آثاره خلال فترة تزيد عن خمس سنوات مثلاً. وفي رأينا أن الأصوب هو التبويب على حسب طبيعة الأنشطة والمهام التي تمثل بإنجازها صور لمراحل الإثمار وايتاء الثمار، وما تتطلبه تلك الأنشطة والمهام من أبعاد زمنية، وعلاقة كل من هذه الأبعاد بالأهداف المرحلية والتراكمية والنهائية.

ولعل بعض الأمثلة تكفل توضيح ما تقدم. فالأرض مثلاً، كأحد الموارد الاقتصادية الهامة يمكن تخصيصها للزراعة أو للأغراض الصناعية أو للأغراض السكنية أو غيرها.

وإذا ما تم إتخاذ قرار بتخصيص جزء من الأرض المتاحة للأغراض الزراعية فإن هذا القرار ينتج آثاره على مدى طويل من الفترات الزمنية كما هو الحال أيضاً في اتخاذ قرار بتخصيص جزء من الأرض للأغراض الصناعية أو غيرها. وإذا

ما تم تخصيص جزء من الأرض المتاحة للأغراض الزراعية، فإن هذه الأرض يمكن استغلالها في زراعة المحاصيل الحولية والخضر، أو يمكن تخصيص جزء منها لأغراض الاستغلال في مجال الحدائق والبساتين. وإذا ما تقرر استغلال جزء من الأرض في المحاصيل الحولية (كالقمح والذرة والبرسيم...) أو الخضر (كالطماطم والقرع والكرنب والباتنجان). فإن قرار اختيار التشكيلة المناسبة من هذه المحاصيل يكون قصير الأجل من حيث الأثر وايتاء الثمار، واتاحة الفرصة لإمكانية إعادة تخطيط الاستغلال. أما إذا تقرر استغلال جزء من الأرض في استزراع وإنماء الحدائق والبساتين فإن هذا القرار في حد ذاته يؤتي ثماره على مدى طويل من الفترات الزمنية. كما أن اختيار التشكيلة المناسبة من أنواع الأشجار يعد من قرارات الاستغلال التي تؤتي ثمارها مرحلياً على فترات قصيرة، وتراكمياً على مديات متوسطة، والنهائية في المدى الطويل، والذي يختلف قطعاً باختلاف تشكيلة الأشجار (من حيث النوع والصنف...) المختارة.

والموارد البشرية لا تقل أهمية عن الأرض كأحد الموارد الاقتصادية، بل هي المورد الطبيعي الذي تتجلى فيه بدائع إبداع الخالق جل وعلا. فهي تميزت بالقدرة على اكتساب الحكمة وحسن البصيرة، كما خلقت لتكون حرة في اختيار المسلك والمسيرة، وهي في البداية والنهاية هدف اتخاذ القرارات ومتخذها، ومتحمل أعبائها والمستفيد من نتائجها وثمارها في أولاها وآخرتها. أضف إلى ذلك أن بدونها وبغيرها ما كان يلزم تخصيص أي موارد أخرى أو استغلالها.

وبالرغم من أن الموارد البشرية قد خلقت حرة فإنها تخضع للتخصيص بفعل أعضائها وبقرار حكمائها وقاداتها، وهي موضوعاً للإستغلال[1] بمحض إرادتها وقوة عزيمتها وسعة أفقها وحكمتها. وبما لها من صفات مميزة ومتميزة عن غيرها فإن الموارد البشرية لا يتم تخصيصها بالربط والتسخير وإنما يتم ذلك بصقل القيم

(١) نحن نعني هنا بلفظة «استغلال» ايتاء الغلة أو ثمار الجهد أو استخدام الطاقة الكامنة، ولا نعني بها ايقاع الغبن على موضوع الاستغلال أو من يمتلك حقوقاً عليه.

وحفز الكوامن من القدرات والهمم وإنارة طريق العلم والمعرفة واستثارة دوافع اكتساب المهارات والارتفاع بمستوى القدرات واحسان استخدام المتاح من الطاقات وغير ذلك من السياسات والاستراتيجيات التي تتطلب الكثير من الحكمة وحسن البصيرة والصبر ودوام المثابرة. وبالتالي فهي طويلة المدى وممتدة المفعول والأثر، تتراكم على أسسها طوابق أبنية المستقبل لتشمخ على قممها وتعلو رايات الأمم التي يكون لعلمائها وحكمائها فضل غرس وإنماء أفاضل القيم. وإذا ما تم بذلك حسن تخصيص الموارد البشرية لأوجه الأستخدام والنشاط البديلة، فإن استغلالها يتأتى بتلقائية من ذاتها اقتداءً بقاداتها وتمسكاً بقيمها وأخلاقياتها وانتماءً لأمتها ووطنها.

وتختلف حاجة القرارات إلى بيانات باختلاف البعد الزمني لإنتاج آثارها. فالقرارات قصيرة الأجل تحتاج للكثير من البيانات والمعلومات عن الحاضر والقليل عن المستقبل القريب في ضوء خبرة الماضي، التي قد تظل ـ لقصر فترة ايتاء الآثار ـ ملائمة للقياس والتنبؤ. بينما القرارات طويلة الأجل تحتاج لكثير من البيانات والمعلومات عن المستقبل والقليل عن الحاضر، كما تقل أهمية خبرة الماضي ولا شك أن البيانات والمعلومات في الحالة الأخيرة تكون في معظمها تبصيرية وتنبئية تفسيرية، بينما في الحالة الأولى تكون في معظمها تقريرية مع قليل من التنبؤ والتفسير. وقد كانت المحاسبة حتى وقت قريب تركز على خدمة النوع الأول من القرارات قصيرة الأجل، إلا أنها ازدهرت ونمت لتصبح أما للثقة في الوفاء بحاجة متوسط وطويل الآجل من القرارات إلى بيانات ومعلومات ونماذج علاقات.

وسواء كانت القرارات الاقتصادية تتعلق بالتخصيص أو إعادة التخصيص أو الاستغلال وسواء كانت قصيرة أو متوسطة أو طويلة الآجال، فهي على مستوى ما، متداخلة العلاقات والآثار. فتخصيص الأرض للمباني يمنع تخصيصها للزراعة واستغلال الأرض في الحدائق قد لا يمنع استغلالها في انتاج المحاصيل رغم تخصيصها للحدائق. وسواء كان القرار مانعاً لغيره أو متوافقاً مع إحدى

مستويات تحقيق أهداف ذلك الغير فإن علاقات الآثار تكون متداخلة في غلبة الأحيان. والتداخل إما أن يكون بالتوافق أو بـالتعـارض. فتخصيـص الأرض للمباني ينتج آثاراً إيجابية لحل أزمة الإسكان ولكنه ينتج في ذات الوقت آثاراً سالبية تؤدي إلى تفاقم أزمة الغذاء بينما قرار تخصيص جزء من الأرض الزراعية للحدائق يفترض فيه الإسهام في حل أزمة الغذاء رغم أنه يؤدي إلى التضحية بنتاج الأرض من المحاصيل (بصفة جزئية أو كلية). لاحظ أن نطاق القرار الأخير هو الأرض الزراعية، بينما نطاق القرار الأول هو الأرض. وبالتالي فلا شك في أن تخصيص الأرض للحدائق يمنع تخصيصها للمبـاني، ومـن ثم التعـارض بـالنسبـة للهدف. ولكن تخصيص الأرض الزراعيـة للحـدائـق لا يتعـارض مـع نقـص المحاصيل من حيث تحقيق هدف المساهمة في حل مشكلة الغذاء، ولكنه بالقطع يتعارض مع هدف زيادة المحاصيل الحولية كأحد مكونات الغذاء.

وهذا يعني أنه يلزم لاتخاذ قرار معين في شأن موضوع معين التعرف على علاقة آثار القرار من حيث الموضوع والنتيجة بغيره من الموضوعات والنتائج المرجوة والمتوقعة ولا شك في أن نطاق أو سعة رقعة التداخل تتزايد مع سعة موضوع أو انتشار آثار القرار أو كلاهما. ومن الواضح طبعاً قيام العلاقة الطردية بين كمية ونوعية البيانات والمعلومات ورقعة انتشار وتداخل آثار القرارات.

هذا وان كان للاقتصاديين السبق في تنظير وتفسير آثار وعلاقات ما بين القرارات من تداخل، فللمحاسبين ولا شك فضل في تكميم وتقدير وتقريـر هذه العلاقات والآثار.

وترتبط الظروف التي يتم في ظلها اتخاذ القرار بموضوعه والمدى الزمني لايتاء آثاره وانتشار رقعة تداخلها مع غيره من قرارات. ومن ثم فقليل من القرارات يتم اتخاذها في ظل ظروف مؤكدة والغالبية العظمى منها يتم اتخاذها في ظروف تتسم بالمخاطرة وعدم التأكد. ولقد كانت المحاسبة تتعـامـل في الماضي مـع بيـانـات ومعلومات الماضي المؤكد والموثق والحاضر المعروف والمشاهد، وأصبحت تتعامل

في الحاضر، وبالإضافة في بيانات ومعلومات تنبئية احتمالية أو تقديرية عن المستقبل غير المعلوم وغير المؤكد.

وتختلف مركزية اتخاذ القرار - بصرف النظر عن باقي فصائله وقبائله - طبقاً لطبيعة النظام الاقتصادي السائد في المجتمع وفلسفة الإدارة في شأن تخصيص واستغلال الموارد الاقتصادية المتاحة. ولسنا في حاجة إلى تفسير أو تبرير أو تقدير دور البيانات والمعلومات المحاسبية في اتخاذ القرارات في ظل كل الانظمة الاقتصادية اشتراكية كانت أو رأسمالية. غير أن نوعية وكمية البيانات والمعلومات المحاسبية وخصائصها التذكيرية والتقريرية والتبصيرية والتفسيرية تختلف قطعاً تبعاً للاختلافات الهيكلية التي ترتبط بنمط الإدارة والسلطة ومدى تمركزها في ظل الأنظمة الاقتصادية المختلفة وأنماط الإدارة المتباينة.

ولعله من الواضح أن تداخل أسس تقسيم أنواع القرارات مع بعضها البعض يؤدي إلى مزيج من المجموعات القرارية المتعددة من حيث النوعية والخصائص والموضوع والآثار والظروف وغيرها. فقرار الاستغلال قد يتخذ مركزياً في ظل ظروف التأكد ويكون له آثار متداخلة مترامية الأطراف كما قد يتخذ لا مركزياً مع بقاء العوامل الأخرى على حالها، أو قد يتخذ مركزياً في ظل ظروف عدم التأكد أو المخاطرة مع بقاء العوامل الأخرى على حالها، وهكذا..... وفي كل الأحوال يكون للبيانات والمعلومات المحاسبية دور لا ينكر ما دامت القرارات تتعلق بمواضيع اقتصادية أو منتجة لآثار اقتصادية.

ونخلص مما تقدم أن البيانات والمعلومات المحاسبية هي فعلاً من الركائز الأساسية في اتخاذ القرارات ذات الطبيعة أو الآثار الاقتصادية. أضف إلى ذلك أن المحاسبة بفروعها المختلفة ما زالت تحتفظ بدورها في مجال التذكير وبوظيفتها في مجالات التقرير إلى جانب أهميتها في مجالات التحليل والتنبؤ والتفسير والتبصير. وبذلك فقد انقسمت المحاسبة إلى عدد من الفروع الذي يختص كل منها ويتكامل مع غيره في نفس الوقت في تحقيق شق من الأهداف العريضة لمجالات المعرفة المحاسبية. ويتضح ذلك في الفرعية التالية.

٣ ـ موقع ونطاق المحاسبة الإدارية في دائرة فروع المعرفة المحاسبية:

أصبحت المحاسبة في الوقت الحاضر تنقسم إلى عديد من الفروع الأساسية والمشتقة. فبجانب المحاسبة المالية ومحاسبة التكاليف نجد المحاسبة الإدارية والمحاسبة القومية والمحاسبة الحكومية كفروع أساسية للمعرفة المحاسبية. ومن كل منها يشتق العديد من الفروع الثانوية والتي تختص بمجالات تطبيق معينة أو بخدمة أغراض أو تحقيق أهداف معينة. فالمحاسبة في المنشآت الصناعية لها مقتضيات وخصائص تختلف إلى حد ما عنها في المنشآت التجارية عنها في المنشآت المالية عنها في الهيئات والمؤسسات غير الهادفة لتحقيق الربح... وغيرها من مجالات التطبيق. ومع ذلك ففي كل منها نجد الحاجة إلى المحاسبة المالية ومحاسبة التكاليف والمحاسبة الإدارية بالإضافة عديد من مفاهيم وأسس المحاسبة القومية وبيانات ومعلومات المحاسبة الحكومية. وسوف نتناول في هذه التفريعة، وباختصار تحديد مجالات فروع المعرفة المحاسبية لتحديد موقع ونطاق المحاسبة الإدارية فيها.

فمن حيث المبدأ فلقد أصبح لكل فرع من فروع المعرفة المحاسبية الأساسية وظائفها وأهدافها التذكيرية والتقريرية والتبصيرية. غير أن الأهمية النسبية لكل من هذه الأهداف وما يقتضيه ويتتبعه من وظائف وخواص تختلف من فرع إلى آخر، كما تختلف من مجال للتطبيق إلى آخر.

فالمحاسبة المالية، وهي الأصل والمنشأ، ترمي إلى خدمة الأهداف الثلاثة، وإن كانت الأهمية النسبية تتركز على الأهداف التقريرية ذات الخصائص الشمولية الإعلامية والتي تخدم عديداً من الأطراف المعنية. فهي ما زالت تركز على تسجيل الوقائع والأحداث التاريخية ذات العلاقة بثروة وإثراء الوحدة المحاسبية، بهدف التقرير عن نتائج هذه الوقائع والأحداث خلال فترة زمنية، والأوضاع التي ترتبت عليها في نهاية الفترة. وتنتج المحاسبة المالية في سبيل تحقيق ذلك عدداً من القوائم والحسابات التقريرية التي تصف نتائج النشاط في صورة إجمالية وتحدد مقومات الثروة في مقاييس نقدية تاريخية.

وتخدم بيانات ومعلومات المحاسبة المالية، إذا تم تعديلها للتقلبات في وحدة القياس وتخليصها من بعض الشوائب والمعلقات التاريخية، في إتخاذ عدد هام من القرارات التخصيصية والرقابية. فهي تخدم جمهور المستثمرين القائمين في الوحدة المحاسبية في متابعة نتائج قرارات الإدارة في شأن استغلال استثماراتهم في صورة إجمالية، كما تخدم جمهور المستثمرين المنتظرين عن طريق الأوضاع عن البيانات الخاصة بثروة الوحدة ومؤشرات الربحية، وتخدم جمهور المقرضين بمدهم بالبيانات والمعلومات التي تمثل مقومات قرارات منح الائتمان، كما يمكن أن تخدم باقي فئات المجتمع في التعرف على مقومات ومساهمات الوحدة في كافة الأنشطة الاقتصادية وتحمل الأعباء الاجتماعية.

وتتصف بيانات ومعلومات المحاسبة المالية بأنها تجميعية شمولية على مستوى الوحدة الاقتصادية ككلية محاسبية، ولا تبرز تفاصيل الأنشطة الجوهرية أو نتاج القرارات المصيرية في صورة تحليلية، إلاَّ ربما إذا استدعي الأمر تلبية لرغبة الإدارة الداخلية، ومستعينة في ذلك بباقي فروع المحاسبة.

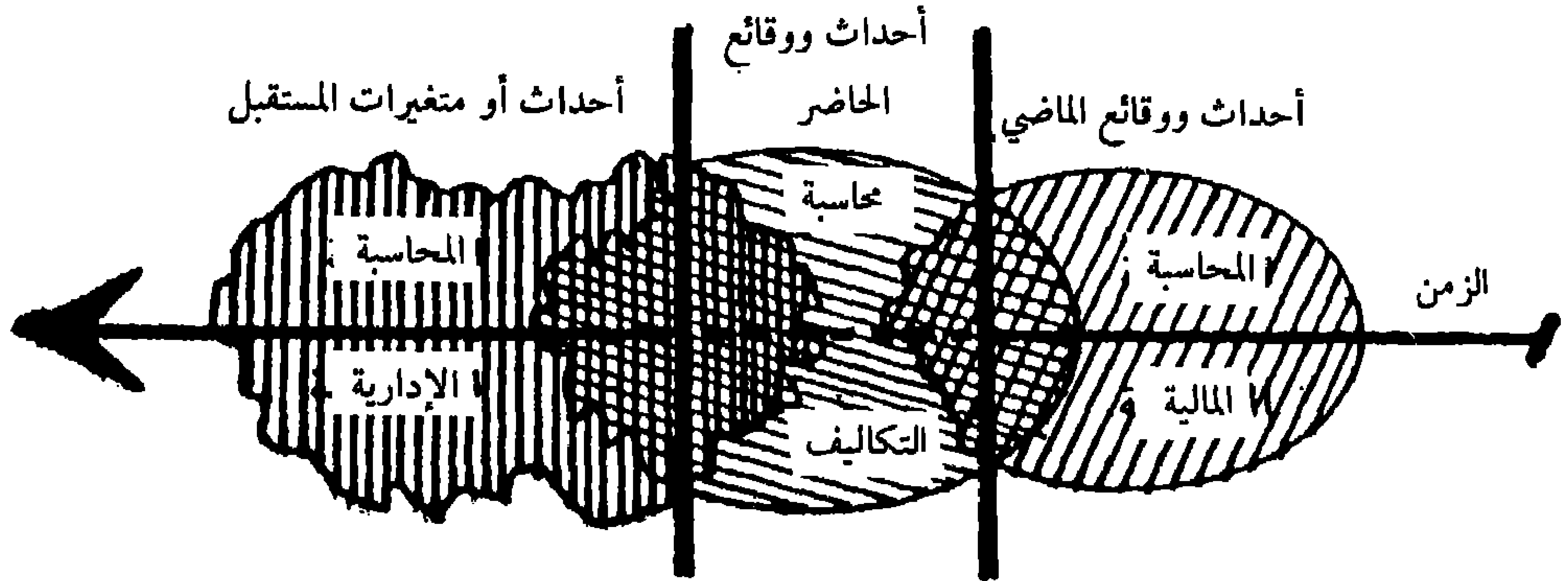
وحيث ترمي المحاسبة المالية - حاضراً - إلى خدمة أطراف خارجية ذات صلة أو علاقة أو إهتمام بالوحدة المحاسبية، فإن محاسبة التكاليف، ومثلها المحاسبة الإدارية ترمي أساساً إلى خدمة أغراض داخلية تتعلق بتخطيط وإدارة ومتابعة وتقييم أداء الوحدة المحاسبية وأنشطتها الفرعية، وما يتم إتخاذه في شأن كل ذلك من قرارات مصيرية. هذا وان كان الخط الوهمي الفاصل بين المحاسبة المالية وباقي فروع المعرفة المحاسبية يمكن تخيله، فإن الفواصل بين محاسبة التكاليف والمحاسبة الإدارية هي في حقيقتها أدوات تلاحم وتكامل وتوافق تجعل من الصعب إن لم يكن من المستحيل الفصل بينهما. فالأهداف التقليدية لمحاسبة التكاليف بدأت بحساب التكلفة التاريخية للمنتجات لأغراض قياس الربح وتقييم المخزون في القوائم المالية ونمت وامتدت واتسعت لتشمل قياس التكلفة للعديد من الأغراض، أهمها توفير المعلومات المفيدة للإدارة في اتخاذ القرارات التخطيطية

والرقابية. ولا يختلف هذا الهدف كثيراً عن صلب أهداف المحاسبة الإدارية، التي ترمي إلى توفير البيانات والمعلومات الملائمة والوقتية لإتخاذ القرارات ذات المواضيع أو الآثار الاقتصادية، وتوفير ما يلائم من نماذج وما يخدم من أساليب وإجراءات في شأن إتخاذ هذه القرارات. وحيث أن القرارات الإدارية، تخطيطية كانت أو رقابية تتعلق بمواضيع اقتصادية أو تكون ذات آثار اقتصادية، فإن نطاق اهتمام كل من الفرعين هو بالضرورة متداخل، ومن ثم فهما يعملان على تحقيق أهدافهما بالتكامل وليس بالتنازع والتعارض.

وبالرغم من ذلك فمواضيع إهتمام المحاسبة الإدارية تتميز بأنها في معظمها تتعلق بظروف وأحداث مستقبلية قد تترامى حدودها الزمنية لما يسمى بالمدى الطويل. هذا في حين أن مواضيع اهتمام محاسبة التكاليف هي نماذج بين أحداث وظروف الماضي (قرارات وخطط وموازنات ومعايير وضعت في الماضي (قرارات وخطط وموازنات ومعايير وضعت في الماضي) وبين حقائق وأحداث تمت في الحاضر، ويمكن أن تخدم في المستقبل، والذي في العادة ما يكون قريباً.

ولعل أفضل وسيلة لتصور حدود نطاق كل من فروع المحاسبة الثلاثة التي تناولناها حتى الآن هي عن طريق تصور نطاقها على خريطة الزمن بالعلاقة مع أنطقة الفروع الأخرى. فالشكل رقم (١/١) يرمز لخريطة الزمن بخط مستقيم سميك يتجه من اليمين إلى اليسار. وينطوي الخط على ثلاثة قطاعات أوسطها متقطع ويرمز للحاضر ذلك أن الحاضر هو لحظة وقد تصورنا «تكبير» هذه اللحظة حتى يمكن إبراز أنظمة فروع المحاسبة الثلاثة على خريطة الماضي (وهو مدى بعيد) والحاضر (وهو لحظة) والمستقبل (والذي لا يعلم مداه إلاّ الله). كما يوضح الشكل نطاق كل من الفروع بشكل بيضاوي قد يكون منتظم المحيط في أحد الإتجاهين أو غير منتظم المحيط في كلا الإتجاهين. ويدل الانتظام على وضوح الحدود ومن ثم النطاق ومن بعد ميله للثبات، أما عدم الانتظام فيدل على عدم وضوح معالم الحدود وحركتها وقابليتها للتطوير والتطور والاتساع.

شكل رقم (١/١)
خريطة الزمن وأنطقة المحاسبة المالية والتكاليف
والإدارية



ويوضح الشكل أن المحاسبة المالية تنصب أساساً على أحداث ووقائع الماضي، حيث الحقائق معروفة والرؤى تامة ومنجزة ومحققة، كما أن حدود نطاقها بالنسبة لأحداث ووقائع الماضي أصبحت راسخة وواضحة. أما علاقتها بأحداث ووقائع الحاضر فهي ما زالت غير واضحة المعالم وغير راسخة المفاهيم ومن ثم فما زالت حدودها بالنسبة لأحداث ووقائع الحاضر قابلة للتغير والتغيير.

وتنصب محاسبة التكاليف على كل من أحداث ووقائع الماضي والحاضر كما تتعامل في بعض أحداث ومتغيرات المستقبل المتوقع والمنتظر. كما أن أهدافها وحدودها بالنسبة لأحداث ووقائع الماضي والحاضر معلومة ومحددة ومعروفة. بينما أهدافها وحدودها بالنسبة لما يكنه المستقبل ما زالت غير محددة وقابلة للتغير والتغيير وان كان مداها المستقبلي عادة ما يكون قصير.

وتنصب المحاسبة الإدارية أساساً على متغيرات ومكنونات المستقبل وإن كانت تنطلق في ضوء خبرة وتجارب الماضي، كما توفرها المحاسبة المالية ومحاسبة التكاليف، من وقائع وأحداث الحاضر. وفي كل الأحوال فحدودها من حيث منطلق الحاضر ومدى المستقبل متغيرة على حسب طبيعة المهمة أو القرار الذي

ترمي هي إلى خدمته، وشكل وخواص علاقـاتـه بظـروف الحاضر وتـوقعـات المستقبل.

ومن الواضح أن أنظمة فروع المحاسبة الثلاثة متداخلة. وهذا التداخل هو لأغراض التكامل والترابط والاتساق وليس التنازع على مواضيع الاختصاص.

هذا وإن كانت بيانات ومعلومات المحاسبة المالية تتصف بأنّها تجميعية شمولية تعكس نتائج أنشطة الوحدة الاقتصادية ككلية محاسبية عن فترة زمنية ماضية، فـإن المحاسبة القومية تنتج بيانات أكثر تجميعية وأعم شمولية تعكس نتائج أنشطة المجتمع ككلية اقتصادية وسياسية واجتماعية. فهي مجموعة من المبادىء والأسس الاقتصادية والأدوات والوسائل المحاسبية والرياضية والإحصائية، التي تهدف إلى تجميع وتلخيص وتبويب وتحليـل وتفسير البيـانـات والمعلـومـات ذات الدلالـة الاقتصادية، عن مجالات الأنشطة الاقتصادية لمجتمع من المجتمعات على مدار الفترات الزمنية. وهي بذلك توفر المعلومات اللازمة والبيانات الخاصة بإظهار العلاقات بين الأنشطة الانتاجية المختلفة في المجتمع ومدى علاقتها واعتمادها على بعضها البعض وعلى الأنشطة والعلاقات مع العالم الخارجي. كما أنها تمكن من قياس كمية الدخل القومي ومصادر الحصول عليه وكيفية توزيعه على طبقات وفئات المجتمع المختلفة. أضف إلى ذلك أنها تمكن من قياس وتحليل كمية ومصدر ومسيرة التدفقات النقدية في المجتمع وعلاقاتها بالتدفقات الحقيقية من السلع والخدمات. كما تمكن معلومات وبيانات المحاسبة القومية من قياس الطاقة الانتاجية لموارد المجتمع وتعكس التطورات التي طرأت عليها على مدى الفترات الزمنية. وكل ذلك يمكن من اتخاذ قرارات اقتصادية تخصيصية واستغلالية هامة على مستويات شمولية. هذا بالإضافة إلى التوقف على مدى كفاءة ما تم مزاولته من أوجه نشاط خلال الفترة الزمنية في الإرتفاع بمستـوى الرفـاهيـة الاجتماعيـة.

٤ ـ موقع ونطاق المحاسبة الإدارية في إطار أنظمة المعلومات: ـ

يتوقف نجاح الإدارة في العصر الحالي في إدارة شئون الموارد الاقتصادية بكفاءة

وفاعلية على ما يتاح لها من معلومات وما تستطيع الحصول عليه من بيانات تمكنها من أداء مهامها المتعددة في هذا الشأن. وترتكن الإدارة في شأن أداء وظائفها وتحقيق الأهداف المرغوبة من قبلها أو المطلوبة منها، وهي بصدد تخصيص واستغلال الموارد الاقتصادية المتاحة لها، على نظام للمعلومات يكون قادراً على الوفاء بإحتياجات الإدارة من المعلومات في الوقت المناسب وفي الصورة الملائمة لتحقيق الهدف المرغوب، أو لأداء الوظيفة المطلوبة.

وبالرغم من تعدد وجهات النظر في شأن ماهية الإدارة وتعريفاتها، فإن مهامها الرئيسية التي عليها تستند مقومات نجاحها في تحقيق أهدافها، هي التخطيط والتنظيم والرقابة. فالإدارة تقوم بتخطيط استخدام واستغلال الموارد المتاحة لها عن طريق وضع الاستراتيجيات وتنسيق الأهداف ورسم الخطط التي قوامها اختيار أفضل البدائل المتاحة لتحقيق الأهداف المرجوة في ظل قيود الاستراتيجيات المستهدفة. وحتى يمكن تنفيذ الخطط وتحقيق الأهداف فإن الأمر يستدعي تنظيم وتنسيق الموارد، وتحديد وتوصيف المهام، والاختيار من بين بدائل مسارات وطرق التنفيذ، وتقسيم العمل مع ضمان التكامل والتعاون والاتساق مع ما تستهدفه الخطة وغير ذلك من الأنشطة والمسئوليات الكفيلة بوضع الخطط موضع التنفيذ بأداء متزن ومنسق يتصف بالكفاءة والفاعلية. وعندما توضع الخطط موضع التنفيذ وتتحدد برامج ومسارات وأنشطة ومقومات تنفيذها، ومعايير وأنماط الأداء التي على أساسها يتم التحقق والتأكد من سلامة التنفيذ، فيصبح من اللازم متابعة أنشطة ومهام ومراحل ومسارات التنفيذ بالمقارنة بما تحدد لها من أنماط ومعايير لتصحيح ما قد ينحرف من مسارات وتلافي ما قد يحدث من اختلافات وانحرافات، والتحقق من سلامة التنفيذ طبقاً للأنماط والمعايير.

وسواء كانت المهام أو الأنشطة المنوط بالإدارة القيام بها تتعلق بالتخطيط أو بالتنظيم أو بالرقابة، فإنها تتحقق عن طريق إتخاذ القرارات الملائمة في ضوء الظروف والملابسات المنتظرة وفي ظل القيود والمحددات القائمة، سواء منها ما يتعلق بالموارد أو بالبيئة التي تعمل في ظلها الوحدة الاقتصادية. وحيث تقوم

مهام الإدارة على إتخاذ القرارات، وحيث ترتبط سلامة القرارات بما يتوافر لمتخذها من معلومات كافية وملائمة وعلى المستوى المرغوب من الثقة، فإن أنظمة المعلومات تصبح هي الركيزة في إتخاذ القرارات. ذلك بما توفره من معلومات وقتية وملائمة تساعد الإدارة في القيام بمهامها وتسهل لها تصور النتائج المنتظرة من أفعالها، وأنعكاسات ذلك على أهدافها واستراتيجياتها وخططها.

ويطلق على أنظمة المعلومات التي تمكن الإدارة وتساعدها في أداء مهامها اسم أنظمة المعلومات الإدارية. وتختص أنظمة المعلومات بصفة عامة بتجميع بيانات من مصادر متفرقة لتكون عناصر مدخلاتها، وتقوم بتحليل وتوثيق وتخزين هذه البيانات وما يترتب على تحليلها من معلومات في مقومات ذاكرتها، ثم تولد منها ما يتلاءم من معلومات مع احتياجات الإدارة لأغراض إتخاذ القرارات في صورة مخرجات هادفة وتمثل البيانات المحاسبية أهم مصادر بيانات أنظمة المعلومات الإدارية لأغراض إتخاذ القرارات التخطيطية والرقابية. والواقع أنه حتى ظهور وانتشار أنظمة المعلومات الآلية التي تقوم على الحاسبات الألكترونية كان النظام المحاسبي يمثل نظام المعلومات الكلي بالنسبة للإدارة. ولذلك فهو اليوم وفي ظل هذه التطورات التقنية يمثل أهم وأكبر جزئية في أنظمة المعلومات الإدارية. ذلك لأن اختصاص وتخصص المحاسبة بفروعها المختلفة هو تجميع البيانات وإنتاج المعلومات التي تساعد في الحفاظ على الموارد وتمكن من احسان تخصيصها واستغلالها. وبالتالي فالمحاسبة هي الوجه العملي للنظرية العامة للمعلومات كما ينطبق لأغراض تحقيق الكفاءة والكفاية الاقتصادية.

وكما كانت المهام الإدارية الأساسية، وعلى الأخص منها التخطيطية، تتعلق بالمستقبل بكل مدياته المستهدفة، فإن موقع المحاسبة الإدارية في إطار أنظمة المعلومات الإدارية يحتل مكاناً بالغ الأهمية. ذلك لأن جل بيانات المحاسبة الإدارية مستقبلية تنبئية، ومن ثم معلوماتها تتفق مع المواقع الزمنية للقرارات الإدارية ذات الآثار المستقبلية.

٥ ـ بيانات ومعلومات المحاسبة الإدارية في خدمة القرارات الاقتصادية: ـ

يتبين لنا من التفريعة السابقة أن بيانات المحاسبة الإدارية تخدم الإدارة في إتخاذ القرارات التخطيطية والتنظيمية والرقابية، تحقيقاً للأهداف المرجوة. وسوف توضح الفصول التالية دور المحاسبة الإدارية في كل من هذه المجالات على وجه التفصيل. إلاّ أننا نوجز فيما يلي أهم مجالات استخدام معلومات المحاسبة الإدارية في إدارة شئون الموارد الاقتصادية، ذلك ليقف القارىء مسبقاً على الإطار العام لمحتويات هذا المؤلف في صورة موجزة اجمالية.

وبصفة عامة يمكن القول أن للأدارة مهامها التخطيطية والتنظيمية والرقابية في شأن تخصيص الموارد الاقتصادية، وهو المتعارف عليه بالعمليات الرأسمالية، كما أن لها مهامها التخطيطية والتنظيمية الرقابية في شأن استغلال ما تم تخصيصه من موارد وما يتاح لها من إمكانيات في انتاج السلع والخدمات الاقتصادية، وهو المتعارف عليه بالعمليات الجارية. ونبدأ بالعمليات الجارية ونلحقها بالعمليات الرأسمالية كأجراء تنظيمي لا يرتبط بأهمية كل منهما النسبية.

فالعمليات الجارية تهدف إلى إنتاج السلع والخدمات الاقتصادية التي يكون عليها طلب أو مطالب استهلاكية أو استثمارية أو كلاهما بما يتاح من موارد خلال فترة زمنية معينة، عادة ما تكون سنة. وتقوم الإدارة بتخطيط الإنتاج وتنظيم الموارد لتحقيق المطالب بما يخدم أهدافها ويتمشى مع استراتيجيتها في ضوء القيود المفروضة عليها والتي تعمل في ظلها. وسوف نرى كيف يمكن أن تخدم المحاسبة الإدارية في شأن تخطيط الأهداف وتنظيم الموارد وتحقيق المطالب. وفي هذا الصدد سوف يبرز دور النماذج التقليدية وغير التقليدية للمحاسبة الإدارية في شأن تخطيط الإنتاج والأرباح وإدارة الشئون المالية والحفاظ على الموارد الاقتصادية وقياس الكفاءة الانتاجية، وتنسيق التدفقات الحقيقية والنقدية بما يمكن من إداء الوظائف التخطيطية في صورة تضامنية وشمولية، وسوف نتناول إيضاح ذلك في عدد من الفصول التالية.

أما العمليات الرأسمالية فتنصب على تخصيص أو إعادة تخصيص الموارد لفرص الاستخدام البديلة لفترات زمنية مقبلة. وتقوم الإدارة والمنظمين بالتخطيط والتنظيم لهذه العمليات عن طريق دراسة جدوى بدائل الاستغلال، سوء في التجديد أو الأحلال، أو في التوسعات أو ما يستجد من مشروعات. وتلعب نماذج المحاسبة الإدارية التقليدية منها والمستحدثة دوراً هاماً في تحديد جدوى البدائل وتوفير ما يلزم من معلومات لإتخاذ قرارات الأختيار والتفضيل الملائمة. وسوف نتناول إيضاح ذلك في عدد من الفصول اللاحقة التالية.

الفصل الثاني

في

أنظمة المعلومات المحاسبية ونماذج أدوات المحاسبة الإدارية

١ ـ مقدمـة

نتعرض في الفصول القادمة إلى الحديث عن الأنظمة والنماذج المحاسبية التي تتلاءم وتحقيق أهداف معينة في ظل ظروف وأفتراضات معينة، عن طريق تشغيل بيانات في إطار مجموعة من الإجراءات لتوليد معلومات تستخدم في خدمة القرارات الإدارية. ولذلك فقد رأينا أن نتعرض في هذا الفصل باختصار إلى المقومات الأساسية للنظام بصفة عامة وللأنظمة المحـاسبيـة بصفـة خـاصـة، كما نعـرض للتعريف بمفهوم بعض النماذج، وتعديد بعض أنواع الأنظمة والنماذج وتوضيح العلاقة بينها تمهيداً للعرض في الفصول اللاحقة. وبذلك فسوف نتعرض في هذا الفصل بإيجاز إلى كل من النقاط التالية:

١ ـ التعريف بالأنظمة.
٢ ـ الأركان الأساسية للنظـام.
٣ ـ أنـواع الأنظمـة.
٤ ـ مقومـات النظام الجيــد.
٥ ـ التعريف بالنماذج وأنواعها.
٦ ـ علاقة النماذج بالأنظمة.

٢ ـ التعريف بالأنظمة:

النظام بصفة عامة هو مجموعة من الأشياء والعلاقات القائمة بينها تهدف إلى تحقيق أهداف معينة بأداء وظائف معينة، تنطوي على العديد من الأنشطة، في ظل ظروف معينة. وهذه المجموعة من الأشياء قد تكون مادية أو غير مادية، حقيقية أو اعتبارية، تمثل أهداف أو غايات، أو أساليب أو طرق أو وسائل أو إمكانيات، والعلاقات القائمة بين كل الأشياء التي ينطوي عليها النظام سواء كانت علاقات صريحة أو ضمنية، مباشرة أو غير مباشرة.

فالنظام يتكون من مجموعة من الأشياء التي قد تتعدد بحيث يصعب حصرها. فالوحدة الاقتصادية تمثل نظاماً معقداً من الأشياء التي لا حصر لها، والتي قد تكون مادية مثل الموارد الرأسمالية من العدد والآلات والمباني والإنشاءات، والمواد الأولية والخامات، والمنتجات التامة وشبه التامة، أو التي قد تكون غير مادية مثل دافعية العاملين ورضاهم ومعنوياتهم قبل العمل والوحدة كتنظيم ونظام، ونمط الإدارة وكفاءتها في إتخاذ القرارات وأسلوبها في تبليغ الأهداف والانحرافات. كما أن الأشياء قد تكون حقيقة مثل العاملين والمباني والإنشاءات، أو اعتبارية مثل الأدوات والأقسام ومراكز المسئولية والربحية. كما أن هذه الأشياء قد تمثل أهدافاً نهائية مثل الربح والربحية أو النمو والانتشار أو البقاء والاستمرار أو أهدافاً مرحلية مثل البرامج والموازنات التي تتعلق بالإنتاج والتشغيل والمبيعات والمشتريات والعمالة والمصروفات، أو قد تمثل أساليب أو اتجاهات أو سياسات مثل المركزية واللامركزية وشمولية التخطيط أو انصبابه على نواحي جزئية، أو قد تمثل إمكانيات مثل الموارد المادية والبشرية والدوافع الابتكارية والقدرات التنظيمية المتاحة للوحدة الاقتصادية لتحقيق أهدافها.

ونلاحظ أن الوحدة الاقتصادية كمثال للنظام تمثل كشخصية معنوية نظاماً شاملاً ينطوي على العديد من الأنظمة الجزئية والفرعية، مثل نظام الإنتاج ونظام التسويق ونظام الإدارة ونظام التخزين ونظام المعلومات والنظام المحاسبي، والتي

تنقسم بدورها إلى أنظمة فرعية. فالنظام المحاسبي مثلاً ينقسم إلى المحاسبة المالية ونظام محاسبة التكاليف والمحاسبة الإدارية، كما أن نظام الإنتاج ينقسم إلى العديد من الأنظمة الفرعية التي تختلف بإختلاف الصناعة والظروف البيئية والموارد المتاحة. والمهم هو أن الأنظمة الجزئية والفرعية وما تنطوي عليها من جزئيات وتفاصيل مثلها في ذلك مثل النظام الشامل، تتكون أيضاً من مجموعة من الأشياء، على أختلاف أنواعها، لأغراض أداء وظيفة معينة في ظل ظروف معينة.

والنظام لا يقتصر على مجتمع الأشياء المكونة له بصفتها المجردة. بل الأهم من ذلك أن النظام لا يوجد إلاّ بتفاعل خصائص هذه الأشياء والعلاقات القائمة بين بعضها البعض. وليس من الضروري أن يشتمل النظام على تفاعل أو وجود كل الخصائص المتعلقة بالأشياء التي يحتويها، أو وجود كل العلاقات الممكنة بينها، بل يلزم الإهتمام فقط بتلك الخصائص والعلاقات التي تؤثر في وظيفة النظام أو تتأثر بها، وهو بصدد تحقيق الأهداف من وجوده أو تكوينه أو قيامه. فأناقة الفرد مثلاً ليست من الخصائص الهامة إذا كان ذلك الفرد سوف يعمل في صيانة الآلات، بينما تصبح هذه الأناقة من العوامل التي يجب إتخاذها في الإعتبار إذا كان هذا الفرد سوف يعمل مندوباً للعلاقات العامة.

وتبرز أهمية العلاقات القائمة بين الأشياء في نظام معين في أنها تمثل الروابط الأساسية التي تجعل من النظام كلاً متكاملاً. فبدون هذه العلاقات يصبح النظام مفككاً، حيث يمثل مجمعاً من الأشياء المجردة التي لا تربطها ببعضها البعض أية روابط. والعلاقات التي قد توجد بين الأشياء التي تكون نظاماً معيناً في الواقع لا حصر لها، غير أنه ليس من الضروري أن يتكون النظام من كل العلاقات الممكنة، بل يمكن أن يقتصر فقط على تلك العلاقات التي تؤثر في وظيفة النظام أو تتأثر بها، مثلها في ذلك أيضاً مثل خصائص الأشياء التي تكون النظام. وعادة ما يحدد الهدف من دراسة العلاقات القائمة بين الأشياء المختلفة ما يعتبر منها هاماً وما يمكن تجاهله منها دون تأثير على وظيفة النظام وأهدافه. فالعلاقة بين التكلفة

وحجم الإنتاج وسعر البيع تعتبر من العلاقات الهامة إذا كان الهدف هو تحديد برنامج الإنتاج الأمثل. بينما إذا كان الهدف هو تحديد متوسط تكلفة الوحدة لأغراض قياس كفاءة الأداء فإن العلاقة الهامة تقتصر على تلك القائمة بين التكلفة والحجم ويمكن إهمال علاقة سعر البيع بهذه المتغيرات لهذا الغرض.

ويتكون النظام أساساً لتحقيق هدف أو مجموعة من الأهداف المعينة بأداء وظائف معينة. فالنظام دون هدف لا وظيفة له ولا يعتبر قائماً ولا اعتبار له. ويمثل الهدف الدافع الأساسي لتكوين النظام أصلاً، كما يمثل المعيار الذي يمكن عن طريقه تقييم النظام وتقويمه. فالهدف بالنسبة للنظام يمثل جائزة الاستحقاق الذي يسعى دائماً إلى نيلها ورفع قيمتها وتحسين مستواها عن طريق أداء وظائفه بمستوى عال من الكفاءة والفعالية. فالنظام المحاسبي مثلاً يهدف إلى توليد المعلومات الوقتية والصالحة لإتخاذ القرارات، وما لم يتوفر هذا الهدف فلا أساس لوجود النظام المحاسبي، كما أنه إذا لم يتمكن النظام من تحقيق هذا الهدف فلا داعي لاستمراره. ويلزم الأمر إحلاله بنظام آخر ملائم، أو تعديله بما يمكن من تحقيق الهدف.

والواقع أنه كلما زاد الهدف تحديداً وتفصيلاً كلما زادت فاعلية النظام في: التوصل إليه وتحقيقه. فالهدف المحدد يقلل من فرص الارتباك والضياع والعمل غير المجدي. ومن ناحية أخرى نجد أن الأهداف العامة المطاطة قد تنطوي على العديد من الأهداف الفرعية التي تتعارض مع بعضها البعض، ومن ثم يعوق تحقيق بعضها إمكانية تحقيق البعض الآخر. ومن هنا وجب أن يتوفر بالنظام مجموعة ملائمة من المعايير التي يمكن الاسترشاد بها للتوفيق بين الأهداف المتعارضة. وتمثل هذه المعايير الاعتبارات التي يسترشد بها بصدد تحقيق الأهداف، كما يجب أن تشتمل هذه الاعتبارات على معايير ملائمة للتحكم في العوامل والمتغيرات التي تنتج عن طبيعة البيئة التي تحيط بالنظام وتؤثر في فعاليته.

وبصفة عامة يجب مراعاة أن كل من خصائص الأشياء التي تكون نظام معين،

والعلاقات القائمة بينها، والأهداف التي يسعى النظام إلى تحقيقها، والمعايير والإعتبارات التي يجب الإهتداء بها بصدد التوصل إلى الأهداف تتخذ قيماً مختلفة بإختلاف المكان والزمان. ففي أي لحظة من الزمان يمكننا أن نصف حالة النظام من واقع قيمة تلك المتغيرات في هذه اللحظة. فيمكننا أن نصور حالة المنشأة في لحظة ما، مثلاً، عن طريق تحديد قيم بعض متغيرات نظامها، مثل الإنتاج، والمبيعات والتكلفة، والمخزون، والربح، والسيولة وما إلى ذلك. ولا شك في أن هذه المتغيرات قد تتخذ قيماً أخرى في أي لحظة زمنية أخرى، وبذلك فيلزم التعرف على سلوك هذه المتغيرات على مر الزمن إذا رغبنا في إعطاء صفة دائمة للنظام الذي يحتويها. فصفة « هذه المنشأة ناجحة » لا تتأتى عن طريق دراسة قيم المتغيرات التي تمثل معايير النجاح في لحظة زمنية، وإنما تتأتى عن طريق التحقق من قيام سلوك ملائم لهذه المتغيرات على مضي فترة مناسبة من الزمان، يفيد استمرار نجاح المنشأة في المستقبل.

كما أن اختلاف المكان، وما يترتب عليه أيضاً من اختلاف الظروف المحيطة بنظام معين، قد يؤدي إلى اختلاف قيم متغيرات النظام وشكل العلاقات بينها والأهمية النسبية المعطاة لكل منها.

فالربح قد يعتبر معياراً هاماً للنجاح في ظل ظروف مكانية وزمانية، وتحقق فروض بيئية تجعل منه مقياساً للكفاءة الاقتصادية في الدول الرأسمالية. وهو بالقطع لن يحوز على نفس الأهمية في ظل نفس الظروف البيئية والزمانية في المجتمعات الاشتراكية. كما أن توفر المياه العذبة قد يتخذ قيمة في وسط الصحراء الشرقية، بينما لا يتخذ نفس القيمة قطعاً على ظهر سفينة نيلية.

٣ ـ الأركان الأساسية للنظام:

تنطوي فكرة النظام على وجود مجموعة من المتغيرات تمثل استخدامات النظام أو مدخلاته، وعلى وجود مجموعة من العمليات التي يقوم النظام بإدائها على هذه

المدخلات في ظل ظروف بيئية معينة ومعايير أداء محددة، ومجموعة من النتائج التي تمثل الإنتاج النهائي للنظام. وبذلك فيقوم أي نظام على أربعة أركان أساسية هي:

الأول: مجموعة متغيرات المدخلات.

الثاني: مجموعة العمليات التي يقوم النظام بأدائها والظروف البيئية المحيطة بالأداء.

الثالث: معايير أداء النظام.

الرابع: مجموعة مخرجات النظام.

وتعتبر المدخلات بمثابة الغذاء الرئيسي الذي تقوم عليه عمليات النظام والذي يمكن من استمرارها. وتمثل المدخلات الاحتياجات الأساسية من الأشياء المختلفة التي تلزم لمزاولة النظام لنشاطه لغرض تحقيق أهدافه في إنتاج المخرجات المرغوبة والمطلوبة. وبذلك فإن خصائص المدخلات ونوعيتها ومقدارها، تعتمد على كل من خصائص المخرجات المرغوبة ونوعيتها ومقدارها، وعلى مدى كفاءة النظام في استنفاد ومزج واستخدام المدخلات في سبيل التوصل إلى مجموعة المخرجات. وقد تتكون المدخلات من أشياء مادية أو من أشياء غير مادية. فالمواد الأولية اللازمة لانتاج منتج معين تعتبر من المدخلات المادية لنظام الإنتاج الخاص به، كما أن الجهد البشري الذي بذله العامل في إنتاج هذا المنتج يعتبر من المدخلات غير المادية لنفس نظام الإنتاج. وكذلك الأمر بالنسبة للنظام المحاسبي. فبالإضافة للأشياء المادية من أدوات كتابية ومطبوعات، وخدمات غير مادية لأشياء مادية مثل الآلات الحاسبة والأجهزة الألكترونية والموارد البشرية. فإن مدخلات النظام من البيانات ومقدارها ونوعيتها تحدد نوعية مخرجاته من معلومات ومدى فائدتها ووقتيتها ومن ثم قيمتها. ولذلك كما تعتمد نوعية المدخلات وخصائصها على نوعية المخرجات المرغوبة وخصائصها، فإن العكس أيضاً يعتبر صحيحاً، وفي الكثير من الأحيان يعتبر أكثر أهمية. فلا شك أن مدى الجودة التي تتوفر في انتاج

منتج معين، لا تتوقف فقط على مدى كفاءة النظام في أداء عملياته، بل تتوقف أيضاً على مدى جودة المدخلات المتاحة لانتاج المنتج. فإذا قلنا مثلاً أن المعلومات التي تتولد عن نظام التكاليف القائم يجب أن تتوافر فيها خواص الوقتية، والصلاحية للغرض، والموضوعية والقابلية للقياس الكمي، فإن ذلك سيستدعي حتماً أن تتوافر هذه الخصائص في البيانات التي يهتم النظام بتجميعها وتحليلها، والتي تمثل مدخلاته، لأغراض اعدادها في الصورة الملائمة وبالخصائص المناسبة.

وفي الكثير من الأحيان نجد أن درجة الجودة والملاءمة التي تتوفر في مدخلات النظام تتأثر بعوامل قد لا يمكن التحكم فيها، ومن ثم تؤثر في جودة النتائج المتولدة عن النظام والتي تمثل مخرجاته. ومثال ذلك إذا كان الهدف هو تحديد السياسة المثلى للتخزين فإن ذلك يتأثر بمدى الدقة والعناية التي يمكن بها التنبؤ بحجم المبيعات وتوزيعها الزمني وهي بدورها متغيرات تمثل مدخلات لإتخاذ القرارات اللازمة لتحديد السياسة المرغوبة. فحجم المبيعات المتوقعة في المستقبل قد يتأثر بأذواق المستهلكين، وهو أمر لا يمكن التحكم فيه ومن ثم يؤثر في دقة التنبؤ المطلوب، ويترتب على ذلك أنه يصبح من الأهمية بمكان التعرف على مدخلات النظام التي يمكن التحكم فيها وتحديدها، وتلك التي تتأثر بعوامل قد لا يمكن التحكم فيها، وتحديد مدى آثارها على عمليات النظام وأهدافه. فالمدخلات التي يمكن التحكم في خصائصها تصبح في حكم المعطيات التي يجب أن تؤثر على وظيفة النظام أو نتائجه. أما المدخلات التي تتأثر بعوامل يصعب، أو لا يمكن التحكم فيها، فهي تتطلب عناية فائقة في تحديد آثارها على نتائج النظام بحيث يمكن الاستفادة من الصالح منها إلى أقصى قدر ممكن، وتجنب السيء منها بقدر الإمكان. وبالإضافة إلى ذلك فإن عزل أثر المتغيرات التي لا يمكن التحكم فيها على نتائج النظام عن تلك التي تنتج عن عوامل تخضع تماماً للرقابة، يمكن من قياس مدى كفاءة النظام الذاتية في أداء وظائفه وتحقيق أهدافه. ويمكن القول بصفة عامة أن المدخلات التي يقوم عليها أي نظام تتكون من خليط من الموارد المادية

والبشرية، والثروة التقنية، والقدرات التنظيمية، والقيم والمبادىء الاجتماعية والبيانات الذاتية والمعلومات والمتغيرات البيئية. ولا شك في أن أهداف وخصائص أي نظام تتأثر بخصائص ونوعية هذه الموارد والثروات والقدرات والقيم والتدفقات، كما قد تؤثر فيها.

فتلعب الثروة التقنية مثلاً دوراً كبيراً في تحديد مدى فعالية أي نظام في تحقيق أهدافه. وذلك بالضرورة لما يترتب على أختلاف الفن التقني الذي يتلاءم مع الأنظمة المختلفة من آثار على مزيج مدخلاتها الأخرى. فالنظام الذي يتم تصميمه لصناعة الكيماويات مثلاً لا يمكن أن يعمل بفاعلية ما لم يستعن بخدمات بعض المهندسين الكيماويين، بينما النظام الذي يقوم بإنتاج آلات الاحتراق الداخلي قد لا يحتاج لخدمات الكيماويين بقدر حاجته إلى مهندسين ميكانيكيين كذلك فإن نظام التكاليف الذي يقوم على الأداء اليدوي أساساً لا يحتاج إلى خبرة المتخصصين في برمجة الحاسبات الألكترونية، بينما تعتبر هذه الخبرات المتخصصة أحد الأركان الأساسية لنجاح نظام تكاليف الكتروني. وبذلك نجد أن التقنية التي يقوم عليها نظام معين تحدد إلى درجة كبيرة كل من نوعية وخصائص الموارد المادية والبشرية التي تصلح كمدخلات للنظام.

وتتأثر القدرات التنظيمية الملائمة لنظام معين هي أيضاً بنوعية التقنية التي يقوم عليها النظام. فالهيكل التنظيمي الملائم لنظام معين، ومن ثم القدرات التنظيمية اللازمة لفاعليته تختلف باختلاف التقنية السائدة فيه. فالنظام الآلي الذي يعمل تلقائياً لا شك يحتاج إلى هيكل تنظيمي وقدرات تنظيمية تختلف عن تلك التي تتلاءم مع نظام شبه آلي يقوم فيه العنصر البشري بتشغيل العنصر الآلي والتحكم فيه. فمعايير الأداء، مثلاً التي يجب أن تتوفر في الهيكل التنظيمي والقدرات التنظيمية التي تلزم لقياس الأداء وتقييم كفاءته لا شك تختلف في كل من النظامين.

وإذا انتقلنا إلى الركن الثاني من الأركان التي يقوم النظام على أساسها فإننا نجد أن العمليات التي يقوم النظام بأدائها تختلف طبقاً لإختلاف الهدف أو طبيعة

النتائج المرغوبة من ناحية كما تختلف طبقاً للظروف الطبيعية والبيئية والتقنية التي تحيط بالنظام من ناحية أخرى. فالنظام الذي يتم تصميمه أو تخطيط عملياته لأداء وظيفة معينة في ظل ظروف معينة، قد لا يصلح لأداء وظيفة أخرى في ظل نفس الظروف، أو أداء نفس الوظيفة في ظل ظروف أخرى. فنظام التكاليف الذي يتم تصميمه لأغراض قياس تكلفة الإنتاج في الصناعات المستمرة ذات الإنتاج النمطي قد لا يصلح لإمداد البيانات اللازمة للرقابة والتخطيط في ظل نفس الظروف الصناعية، كما قد لا يصلح لقياس تكلفة الإنتاج إذا كانت الصناعة غير مستمرة أو متعددة المنتجات. وبالإضافة إلى الظروف الناتجة عن طبيعة الصناعة فإن نفس النظام قد يتأثر بظروف البيئة والتقدم العلمي والتقني وما إلى ذلك. فنظام التكاليف الذي يهدف إلى قياس تكلفة الإنتاج في ظل ظروف ساكنة قد لا يتلاءم مع نفس الهدف في ظل ظروف تتسم بالديناميكية والحركة. فقياس تكلفة الإنتاج على أساس تاريخي في ظل ظروف ساكنة قد يؤدي إلى تحقيق الغرض من القياس، بينما في ظروف ديناميكية فإن الأمر لا يحتمل الإنتظار لاحتساب تكلفة الإنتاج على أساس تاريخي. ويترتب على ذلك أن مقدرة النظام على تحقيق أهدافه على الوجه الأكمل تتوقف إلى حد كبير على مقدرة ذلك النظام على التأقلم إلى ما قد يطرأ من تغيرات في الظروف أو الأهداف. وسوف يتضح ذلك على وجه أفضل عند التعرض لأنواع الأنظمة في البند التالي. ويبين الشكل التالي الأركان الأربعة الرئيسية للنظام والإطار التقني والبيئي الخاص به (شكل رقم (١)).

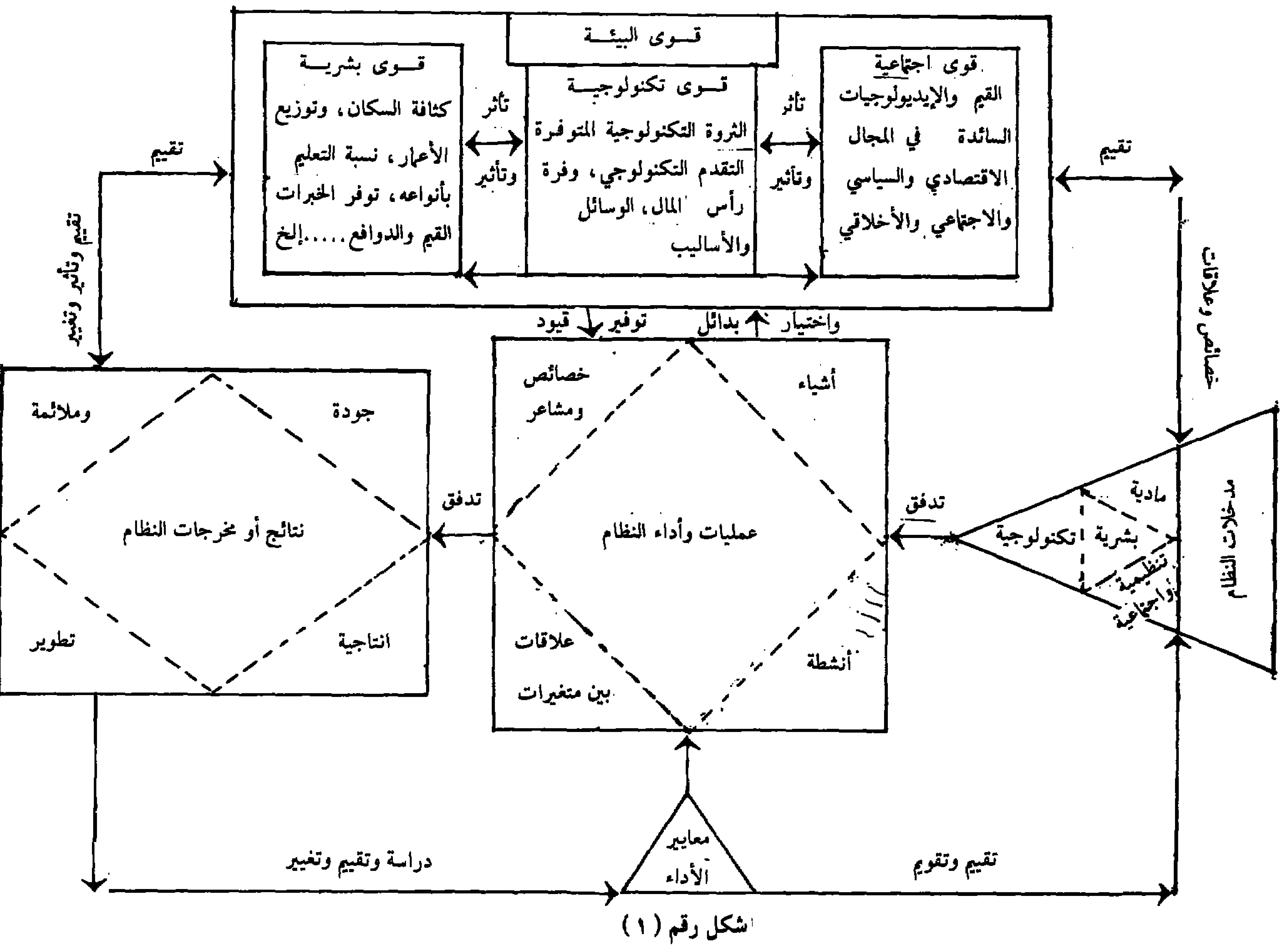
٤ ـ أنواع الأنظمة:

تختلف الأنظمة من حيث مصدر نشأتها، ومن حيث علاقتها بالبيئة المحيطة بها، ومن حيث مقدرة كل منها على التهيؤ أو التلاؤم إلى ما قد يطرأ من تغيرات في الظروف، ومن حيث مدى استقرار الحالة التي يكون عليها النظام، ومن حيث مدى العلاقة القائمة بين أداء النظام والنتائج المتولدة عن ذلك الأداء عن طريق التغذية العكسية التلقائية.

فمن حيث مصدر نشأتها يمكننا أن نميز بين الأنظمة التي تنشأ طبيعياً وتلك التي تنشأ بفعل البشر. فالإنسان نظام طبيعي، وكذلك النظام الفلكي والدورة الشمسية... إلخ. ومن ناحية أخرى نجد أن المنشأة تمثل نظاماً صناعياً من صنع البشر، وكذلك مكوناتها من أنظمة فرعية أو جزئية. وأهمية هذه التفرقة تقع أساساً في مدى مقدرة الإنسان على التحكم في خصائص النظام والعلاقات القائمة بين أجزائه ومكوناته. فالأنظمة الطبيعية غالباً ما يكون من الصعب التحكم في خصائصها والعلاقات القائمة بين أركانها، بينما الأنظمة الصناعية تكون في العادة قابلة للتحكم فيها وتغيير خصائصها والعلاقات القائمة بين أركانها بما يتفق والهدف المنشود منها.

ومن حيث طبيعة العلاقة القائمة بين الأنظمة وعوامل البيئة التي تحيط بها يمكننا أن نميز بين النظام المفتوح Open System والنظام المغلق Closed System. والنظام المفتوح هو ذلك النظام الذي يتبادل العلاقات مع ما يحيط به من بيئة، بمعنى أنه ذلك النظام الذي يعتمد في أدائه على بعض متغيرات البيئة، أو يتأثر أو يؤثر في تلك المتغيرات. ويكون النظام مغلقاً إذا لم توجد أي علاقات تبادل بأي صورة من الصور بين النظام وما يحيط به من بيئة، وما قد تحتويه تلك البيئة من أنظمة أخرى على اختلاف أنواعها. والنظام المفتوح يفتقر عادة إلى القدرة على التحكم في كل المتغيرات التي تؤثر في أدائه أو في نتائجه، حيث قد لا يستطيع التأثير في قيم تلك المتغيرات أو خصائصها ومن ثم تعتبر بالنسبة إليه في حكم المعطيات. وتمثل المتغيرات أو المعطيات التي لا يمكن للنظام المفتوح التحكم فيها القيود المفروضة عليه من البيئة المحيطة به والتي عليه أن يؤدي وظيفته في ظلها، ومن ثم تؤثر في أدائه ونتائجه. ومن جهة أخرى نجد أن النظام المغلق يكون غير قابلاً للتأثر بقوى متغيرات البيئة الخارجة عن نطاقه، فقيم متغيراته عادة ما تتحدد داخلياً في نطاق الخصائص والعلاقات القائمة بين أجزاء النظام ووظائفه.

وتعتبر الغالبية العظمى من الأنظمة الصناعية مفتوحة، حيث قلما نجد نظاماً


قــوى البيئـــة
قوى اجتماعية
القيم والإيديولوجيات السائدة في المجال الاقتصادي والسياسي والاجتماعي والأخلاقي
قــوى تكنولوجيــة
الثروة التكنولوجية المتوفرة التقدم التكنولوجي، وفرة رأس المال، الوسائل والأساليب
قــوى بشريـــة
كثافة السكان، وتوزيع الأعمار، نسبة التعليم بأنواعه، توفر الخبرات القيم والدوافع.....إلخ
تأثر وتأثير
تأثر وتأثير
تقيم
تقيم
تقيم وتأثير وتغيير
خصائص وعلاقات
توفير قيود
واختيار بدائل
مدخلات النظام
مادية
بشرية
تكنولوجية
تنظيمية أو اجتماعية
تدفق
عمليات وأداء النظام
أشياء
خصائص ومشاعر
علاقات بين متغيرات
أنشطة
تدفق
نتائج أو مخرجات النظام
جودة
وملائمة
انتاجية
تطوير
معايير الأداء
دراسة وتقييم وتغيير
تقييم وتقويم

شكل رقم (١)

صناعياً يكون ذا قدرة على الانعزال التام عن ما يحيط به من ظروف بيئية وما تحتويه من متغيرات. وبذلك تكون الأنظمة الصناعية عرضة للتأثر بمتغيرات لا يمكن التحكم فيها، ومن ثم قد تحدد من نوعية أدائها الفعلي بخلاف ما قد يكون متوقعاً. وعلى هذا فيجب تفهم طبيعة العلاقة القائمة بين نظام معين والبيئة المحيطة به عند تصميمه حتى يتوافر فيه القدر الكافي من المرونة التي تسمح بملاءمة النظام إلى ما قد يطرأ من تغيرات في ظروف البيئة. ومن هنا قامت التفرقة بين الأنظمة المتلائمة Adaptive Systems والأنظمة غير المتلائمة Non - adaptive Systems. فالأنظمة المتلائمة يكون لها القدرة على توليد رد فعل يتناسب مع أهدافها لما قد يطرأ من تغيرات في الظروف المحيطة بها، بمعنى أنه تتوافر فيها الحساسية الكافية للتأقلم لما يحدث من تغيرات بحيث تتمكن من تحقيق أهدافها. ويجب في هذه الحالة أن يتوفر بالنظام جهاز حساسية مناسب Sensing Mechanism لإظهار أي تغيرات تطرأ في الظروف عند حدوثها، حتى يمكن دراستها واجراء التعديلات الملائمة في أنشطة النظام بحيث تتوافق معها.

أما الأنظمة غير المتلائمة فهي تفتقر إلى القدرة على التأقلم إلى ما يحيط بها من ظروف. وبذلك، ففي ظل البيئة الديناميكية التي تتميز بالحركة وعدم السكون تكون مثل هذه الأنظمة عرضة للفشل في تحقيق أهدافها.

هذا وقد يكون النظام مستقراً Stable System أو قد يكون غير مستقر Unstable System. ويرتبط استقرار النظام أساساً بحالة التوازن التي يكون عليها Equilibrium State. فالنظام المستقر هو ذلك النظام الذي يحتفظ بقيم متغيراته ما دام لم يتعرض لصدمات تؤدي إلى اختلال توازنه نتيجة أحداث أو ظروف خارجية. وإذا اختلت قيم متغيرات النظام المستقر نتيجة مثل هذه الأحداث، فإنه يكون قادراً على العودة إلى حالة توازن جديدة، تكون قيم متغيراته فيها في حالة تناسق تام مع بعضها البعض. أما النظام غير المستقر فهو عادة ما يكون في حالة عدم توازن مستمرة، ويكون السبب في ذلك أساساً هو عدم تناسق العلاقات

القائمة بين متغيراته، أو وجود متغيرات شاذة في سلوكها بحيث يختلف ذلك السلوك من لحظة زمنية إلى أخرى. وتعتبر مسألة الاستقرار في الواقع مسألة نسبية، فقد يكون النظام مستقراً في ظل ظروف معينة، بينما يصبح غير مستقر في ظل ظروف أخرى.

وقد يعتمد النظام في أدائه على وجود علاقات خلفية بين أركانه المختلفة، كما قد لا توجد مثل هذه العلاقات. فالنظام الذي توجد به مثل هذه العلاقات الخلفية تتوافر له القدرة على الرجوع إلى حالة الاستقرار الملائمة بين قيم متغيراته بحيث يصبح مستقراً. أما النظام الذي لا تتوافر فيه مثل هذه العلاقات تكون أركانه في شبه عزلة عن بعضها البعض، وبذلك فإذا حدث تغير في الظروف يترتب عليه اختلال العلاقات القائمة بين متغيرات أحد الأركان، فإن ذلك يؤدي إلى اختلال النظام كله وعدم مقدرته على العودة إلى حالة استقرار جديدة، ومن ثم يصبح النظام غير مستقر.

هذا ويعتبر النظام المحاسبي بصفة عامة نظام صناعي ـ أي من صنع البشر ـ مفتوح ـ أي يتأثر في مقدرته على التوصل إلى أهدافه بما يطرأ من تغيرات في ظروف البيئة التي تحيط به. أما خاصيتي التلاؤم والاستقرار فإنهما قد تتوافران في النظام أو قد لا تتوافران فيه طبقا للطريقة التي يتم بها تصميم النظام ومدى صلاحية الأسس والمبادىء الذي يقوم عليها ذلك التصميم. فالنظام المحاسبي المالي يعتبر في الواقع نظاماً غير متلائم حيث لا تتوافر فيه القدرة على التأقلم لما يطرأ من تغيرات في الظروف، كما أنه يعتبر نظاماً غير مستقر وذلك لعدم وجود التوازن الديناميكي المرغوب بين أهداف النظام وما يتولد عنه من معلومات. وذلك يرجع أساساً لعدم إعتراف المحاسب المالي بالعلاقات الخلفية التي تربط بين أهداف توليد المعلومات في ظل ظروف البيئة المتحركة وما يتولد عن النظام من معلومات يفترض بصدد توليدها سكون الظروف المحيطة بالنظام. أما نظم محاسبة التكاليف والمحاسبة الإدارية فهي قد تكون متلائمة أو غير متلائمة كما قد تكون مستقرة أو غير

مستقرة، ويختلف ذلك طبقاً لإختلاف الأهداف التي يرمي النظام المعين إلى تحقيقها من ناحية، وطبقاً لمدى ملاءمة الأسس والمبادىء التي يقوم عليها النظام لأنواع القرارات المختلفة التي يتم اتخاذها على أساس المعلومات التي تتولد عن النظام. فنظام التكاليف الذي يقوم على أساس تاريخي ويهدف أساساً إلى تجميع التكلفة لأغراض حساب تكلفة الإنتاج يعتبر نظاماً غير متلائماً وغير مستقـراً. بينما نظام التكاليف الذي يهدف إلى إمداد المعلومات الدقيقة والصالحة لأغراض إتخاذ القرارات المختلفة بأقسامها المختلفة السابق الإشارة إليها يجب أن يتوفر فيه خاصيتي الملاءمة والاستقرار. ويتم ذلك عن طريق تصميم النظام على أسُس سليمة يتقرر بمقتضاها إمكانية تنوع المعلومات التكاليفية طبقاً للغرض منها، ويمكن النظام من إنتاج المعلومات الملائمة في الوقت المناسب للغرض المحدد، كما يتم أيضاً عن طريق إيجاد العلاقات الخلفية اللازمة بين الأهداف المختلفة لتوليد هذه المعلومات وما يتولد عن النظام فعلاً من معلومات.

٥ ـ مقومات النظام الجيد:

يمكننا مما سبق أن نستخلص بعض الخصائص الرئيسية التي يجب أن تتوافر في النظام الجيد. ولا شك أن أهم هذه الخصائص يجب أن ترتبط بمدى مقدرة النظام المعين على تحقيق الأهداف الذي يتم تصميمـه مـن أجلهـا. ومـن ثم فمـن أهـم خصائص النظام الجيد هي أن يكون النظام قادراً على تحقيق الأهداف المرجوة منه.

وحيث أن أهداف النظام لا يمكن اعتبارها ساكنة في ظل ظروف تتسم بالديناميكية والحركة، فإنه يترتب على ذلك أن مقدرة النظام على تحقيق أهدافه تتوقف على كون النظام مفتوحاً أو مغلقاً. فالنظام المغلق يحتوي على ميكانيكية داخلية تضمن استقراره عن طريق أقلمة مهامه إلى ما قد يطرأ من تغيرات في أهدافه. فالنظام المغلق يعمل في عزلة تامة عن كل الأنظمة الأخرى والتي تكون

المحيط البيئي الذي يحيط به على اعتبار أن ما تحتويه هـذه الأنظمـة مـن متغيرات لا تؤثر ولا تتأثر بما يطرأ من تقلبات على قيم متغيرات النظام المغلق. أما النظام المفتوح فلا شك وأنه يتأثر بالتقلبات التي تحدث في قيم متغيرات النظم الأخرى التي تشكل البيئة التي يعمل في ظلها النظام والتي تعتبر بالنسبة إليه بمثابة معطياته.

ولما كانت معظم الأنظمة الصناعية (أي الناشئة عن صنع البشر) تعتبر مفتوحة، فإنه يترتب على ذلك أن مقدرة النظام على تحقيق أهدافه، تصبح مرتبطة بمدى قابلية النظام للتأقلم إلى ما يطرأ من تغيرات في ظروف البيئة، بمعنى أنه يتحتم في هذه الحالة أن يكون النظام متلائماً Adaptive System حتى يمكن أن يتصف بأنه نظام جيد. بالإضافة إلى ما تقدم يصبح الاستقرار من الخصائص الرئيسية للنظام الجيد. فالنظام الجيد يتطلب وجود علاقـات متنـاسقـة بين قيم متغيراتـه بصفـة مستمرة، وبصرف النظر عما يطرأ من تغيرات في الظروف المحيطة. وصحيح أن متغيرات النظام عادة ما تتخذ قيماً مختلفة من لحظة زمنية إلى أخرى، كما سبق وذكرنا، إلاّ أن ذلك لا يعني عدم استقرار النظام. فالاستقرار يعني مقدرة النظام إلى الرجوع إلى حالة التوازن بين قيم متغيراته في حالة ما إذا ترتب على التغير في الظروف حدوث اختلال في قيم بعض هذه المتغيرات، بمعنى أنه متى أتخذت بعض المتغيرات قيماً جديدة فإنه يترتب على ذلك بصفة تلقائية أن قيم المتغيرات الأخرى تتعدل بحيث تعود العلاقة بين كل متغيرات النظام إلى حالة التناسق التام ـ في صورة حالة توازن جديد مستقر. وبذلك فالنظام الجيد لا بد وأن يكون مستقراً.

وحيث أن الأنظمة الصناعية تكون بطبيعتها مفتوحة، ومن ثم تكون عرضة للتأثر بالتقلبات التي تطرأ على ظروف خارجية، فإن مقدرة هذه الأنظمة على التلاؤم والاستقرار تتوقف على وجود جهاز حساسية ملائم يفيد النظام بما يحدث من تغيرات في الظروف. ويكون ذلك عادة عن طريق الاعتراف بوجود علاقات خلفية بين أركان النظام وما يحيط بها من ظـروف، ودراسة طبيعـة هذه العـلاقات ومتابعتها بصفة مستمرة. وباختصار فإن مقومات النظام الجيد تتلخص في:

١ ـ أن تكون أهداف النظام محددة بقدر الإمكان حتى يمكن تصميمه بالطريقة المناسبة لتحقيقها.

٢ ـ أن يكون النظام متلائماً، ويتسم بالمرونة الكافية لتمكينه من التأقلم إلى ما يطرأ من تغيرات في الأهداف وما يحيط بالنظام من ظروف.

٣ ـ أن يكون النظام مستقراً، حتى يتمكن من الحفاظ على تناسق العلاقة بين قيم متغيراته.

٤ ـ أن يكون بالنظام علاقات خلفية كافية تربط أركانه الأساسية والبيئية التي تحيط بكل منها بشكل يسمح للنظام بالتلاؤم في الوقت المناسب للتوصل إلى حالة الاستقرار المنشودة المرغوبة.

هذا وتزداد أهمية هذه المقومات بصفة عامة في النظام المفتوح عنها في النظام المغلق.

٦ ـ التعريف بالنماذج وأنواعها:

النموذج Model هو تعبير مبسط عن نظام System طبيعي أو صناعي لأغراض دراسة مجموعة معينة من الخصائص أو الظواهر التي ينطوي عليها النظام المعبر عنه أو البيئة المحيطة به. وبينما نجد أن النظام المعبر عنه قد يكون طبيعياً أو صناعياً، فأن النموذج الذي يمثل النظام يكون من صنع البشر، أي صناعياً. فكوكب الأرض يعتبر نظاماً طبيعياً ويعبر عنه الإنسان في صورة كرة أرضية مصغرة على شكل نموذج مبسط لأغراض معينة. كما تعتبر المنشأة من الناحية التنظيمية نظاماً صناعياً يتم التعبير عنه في صورة نموذج مبسط على شكل خريطة تنظيمية لأغراض الدراسة والتحليل والتقييم والتقويم.

وتتعدد أنواع النماذج طبقاً للكيفية التي يتم إتباعها للتعبير عن النظام الذي يمثله النموذج والخصائص والعلاقات التي يشتمل عليها كل منهما من ناحية، وعلى طبيعة النظام الذي يعبر عنه النموذج من ناحية أخرى. فمن حيث كيفية التعبير نجد

مثلاً النماذج المادية، والنماذج الوصفية والنماذج البيانية والنماذج الرياضية ومن حيث خصائص النظام الذي يعبر عنه النموذج نجد مثلاً النماذج المعلومة والنماذج الاحتمالية والنماذج الجزئية والنماذج العامة.

ويتخذ النموذج المادي Physical Model الشكل المادي للنظام الأصل الذي يعبر عنه النموذج. فنماذج الطائرات مثلاً نماذج مادية في صورة مصغرة، إلاَّ أنها طبق الأصل، للطائرات الحقيقية التي تمثلها. كذلك نجد نماذج البواخر، والكباري، والمشروعات الإنشائية الكبيرة والسيارات وخلافها ممثلة، إلى حد كبير، للصورة المادية للأنظمة الأصل الذي تعبر عنها.

ويتم التعبير عن النظام الأصل في النماذج الوصفية أو الإنشائية Descriptive Models عن طريق الخصائص والعلاقات المرغوب دراستها في صورة إنشائية. ولا تخلو حياتنا اليومية من استخدام هذه النماذج بصورة تلقائية.

ويتم التعبير عن النظام الأصل في النماذج البيانية Schematic Models في شكل تصويري يختلف في درجة تجرده من نموذج إلى آخر. ومن أمثلة النماذج البيانية خرائط التدفقات، والخرائط التنظيمية وخلافها. وعادة ما تكون النماذج البيانية مختلطة مع النماذج الإنشائية أو الرياضية في التعبير عن النظام الأصل. فخريطة تحليل التعادل مثلاً تعتبر نموذجاً بيانياً لنظام تعادل المنشأة، كما يتم شرحها في صورة إنشائية وجبرية معاً.

أما النماذج الرياضية Mathematical Models فعادة ما تتكون من مجموعة من المعادلات الرياضية التي تعبر عن العلاقات القائمة بين متغيرات النظام الأصل، والتي يترتب على حلها تمكين الباحث من شرح ظواهر معينة متصلة بالنظام أو التنبؤ بحالة النظام في حالة توقع حدوث تغيرات في قيم بعض متغيراته. ومثال النماذج الرياضية دوال التكلفة المختلفة والنماذج المعروضة في الجزء الثاني من هذا الكتاب.

والنموذج قد يكون خاصاً بنظام محدد ومعين في حالة معينة بحيث لا يصلح

للتعبير عن الأنظمة الأخرى المماثلة، وفي هذه الحالة يعتبر نموذج محدود أو جزئي Partial Model كما قد يكون النموذج عاماً General Model بحيث يمكن تطبيقه على مجموعة عريضة من الأنظمة المتماثلة. فنموذج الإدارة الخاص بمنشأة معينة يكون في الغالب نموذجاً جزئياً عن سلوك الإدارة بصفة عامة في كل المنشآت وذلك لاختلاف المتغيرات التي تحدد رشد الإدارة وإدراكها وسلوكها من منشأة إلى أخرى - ومن ناحية أخرى نجد أن نموذج البرمجة الخطية مثلا ينطبق على مجموعة كبيرة من الأنظمة التي تهدف للتوصل إلى النهاية العظمى (أو الصغرى) لقيم مجموعة من متغيرات في ظل ظروف معينة، وبذلك فهو يعتبر نموذجاً عاماً. والواقع أن مسألة العمومية تعتبر مسألة نسبية حيث تختلف درجة العمومية أو القابلية للتطبيق من نموذج إلى آخر، كما قد تختلف أيضاً لنفس النموذج بتغير الظروف المحيطة بتطبيقه أو استخدامه.

والنماذج قد تكون معلومة Deterministic Models كما قد تكون احتمالية Probabilistic Models وينطبق هذا التميز أساساً على النماذج الرياضية. وتقوم النماذج المعلومة على افتراض أن العلاقة بين متغيرات النظام الذي تمثله تعتبر معلومة تماماً في ظل ظروف التأكد التام، وبذلك فهي لا تسمح باتخاذ أي متغيرات لظروف عدم التأكد في الاعتبار. ويترتب على ذلك أن النموذج يكون قادراً على التنبؤ بقيم متغيرات النظام الأصل على وجه التحديد، ومن ثم فإنه يمكن قياس فعالية النظام الأصل طبقاً لمعايير أداء محددة قد ترتبط بالربحية أو التكلفة أو الزمن. ويمثل معيار الفعالية في هذه الحالة دالة الهدف الذي يسعى النظام الأصل إلى تحقيقها. وبذلك فإذا لم يكن النموذج معبراً عن النظام الأصل في صورة صادقة فيما يتعلق بالمتغيرات التي تكون معيار الفعالية، لعدم تفهم خصائص النظام الأصل والعلاقة بين متغيراته عند بناء النموذج بصورة سليمة مثلاً، فإن ذلك قد يؤدي إلى فشل النموذج في تحقيق الغرض الذي يتم تصميمه من أجله.

والنموذج المعلوم قد يكون نموذجاً خاصاً أو نموذجاً عاماً. وتتوقف درجة

العمومية في هذه الحالة على مدى توافر الوسائل والأساليب الرياضية التي تمكن من حل النموذج إذا ما تم تصميمه بحيث يأخذ في الاعتبار كل العلاقات الهامة والمتغيرات الرئيسية التي تحدد حالة النظام الأصل بدرجة كبيرة من الدقة. فإذا لم تتوفر الوسائل والأساليب الرياضية التي تمكن من ذلك فعادة ما نضطر إلى إهمال بعض العلاقات والمتغيرات بحيث تسمح الوسائل والأساليب المتاحة من التوصل إلى حل ما، والذي يتم اعتباره في هذه الحالة أنه حل تقريبي قد يبعد عن الحل الأمثل في الكثير أو في القليل، ومن ثم يعتبر النموذج جزئياً أو خاصاً.

أما النماذج الاحتمالية فهي تسمح بوجود متغيرات تمثل ظروف عدم التأكد في علاقاتها الأساسية، ويترتب على ذلك أن الحلول التي تترتب عنها تكون في أحسن حالاتها احتمالية، مع تفاوت الاحتمالات من نموذج إلى آخر ومن حالة إلى أخرى طبقاً لمدى الدقة المرغوبة في تصميم النموذج ومدى الآثار المترتبة على ظروف عدم التأكد في التأثير على أداء وفاعلية النظام الأصل.

٧ ـ علاقة النموذج بالنظام:

يتبين لنا مما سبق أن النماذج عموماً ما هي إلاّ تعبيراً مجرداً ومبسطاً أحياناً، ووافياً ومعقداً في الأحيان الأخرى عن أنظمة طبيعية أو صناعية. فالنظام هو الأصل والنموذج هو الصورة أياً كانت الوسيلة المتبعة في التعبير، أو الخصائص التي يهتم مصمم النموذج بالتعبير عنها. وبذلك فالنموذج في أفضل صورة لا يمكن أن يحل محل النظام الأصل في كل شيء يتعلق بالأخير، وذلك لما ينطوي عليه النظام في العادة من تعقيدات يصعب التعبير عنها في نموذج واحد يمكن الباحث من التوصل إلى أهدافه.

وليس معنى ذلك أن النموذج لا يمكن الاعتماد عليه بصدد تحقيق الأهداف المرجوة من تصميمه. فرغم صحة عدم تماثل النموذج مع النظام الأصل تماثلاً تاماً في معظم الأحيان، فالأمر المهم أن يكون النموذج معبراً بصورة مناسبة عن

العلاقات الأساسية للمتغيرات المرغوب دراستها في النظام دون ما قد يشتمل عليه ذلك النظام من متغيرات وخصائص أخرى تعتبر غير هامة للأغراض المحددة. فالنموذج قد يتجرد من بعض الخصائص والعلاقات الرئيسية للنظام الأصل، إلاّ أن ذلك لا يحدد من فاعليته بصدد التعبير عن العلاقة القائمة بين المتغيرات الهامة في ذلك النظام بصورة مفيدة وصادقة. فالدافع الأساسي لبناء أي نموذج يتعلق بنظام ما يكون في العادة منبثقاً من عدم إمكانية تفهم الباحث أو الدارس للنظام الأصل ككل، أو التنبؤ بالحالة التي يمكن أن يكون عليها، لما قد يحتويه ذلك النظام من تعقيدات. وبذلك فمن أهم مميزات النموذج أنه يحدد إطار البحث عن العلاقات الهامة بما يمكن من استيعابها وفهمها في إطار مصغر وفي نفس الوقت متكامل.

وتختلف المتغيرات والعلاقات التي تعتبر هامة في نموذج معين لنظام معين عنها في نموذج آخر لنفس النظام طبقاً للهدف من تصميم النموذج ووجهة نظر القائم بالتصميم في هذا الشأن. فالنموذج الذي يعتبر ملائماً لأغراض معينة تتعلق بأصل معين قد لا يكون ملائماً لغرض آخر يتعلق بنفس الأصل. وبذلك تتعدد النماذج المتعلقة بالأصل الواحد طبقاً للأغراض المستهدفة من الدراسة والبحث. فنموذج الإنسان من وجهة نظر الطبيب يختلف عن وجهة نظر المحاسب في هذا الشأن. فمن وجهة نظر الطبيب يتكون الإنسان من نظام معقد يتأثر بعوامل هامة من وجهة نظره من بينها السن والوزن والتغذية والتاريخ الصحي وضغط الدم وعدد كراته ونسبة السكر فيه ودرجة حرارة الجسم... إلخ، وبذلك فنموذج الطبيب لا بد وأن يحتوي على هذه المتغيرات. ومن جهة أخرى نجد المحاسب يهتم أساساً بالعلاقات المالية للعميل وثروته ومدى انتظام حساباته، ومنازعاته الضريبية... إلخ، من العوامل التي تعتبر هامة من وجهة نظر المحاسب، ومن ثم يقوم نموذجه عليها. فمعيار صلاحية نموذج معين للتعبير عن مجموعة معينة من خواص النظام وعلاقاته يرتبط بالهدف من بناء النموذج ومدى استيعاب الباحث للنظام الأصل

والدقة التي يمارسها في تحديد المتغيرات التي تعتبر هامة وتلك التي لا تعتبر كذلك.

ومن أهم مميزات النموذج أنه يكون سهل التناول بدرجة كبيرة إذا ما قورن بالنظام الأصل، كما أنه أكثر مرونة من حيث القابلية للتشكيل والتعديل بما يمكن من دراسة أثر التغير في علاقات معينة على سلوك الأصل دون التعرض إلى سوء الأداء الذي قد يترتب إذا ما تم إجراء مثل هذه الاختبارات على النظام نفسه. وبذلك فمن أهم مميزات النموذج أنه يمكن من التنبؤ بحالة الأصل التي يمكن أن تترتب على ظواهر معينة أو اختلافات يتوقع حدوثها في قيم متغيراته، دون الانتظار حتى حدوث هذه الظواهر أو الاختلافات والتحقق من آثارها الفعلية على حالة استقرار النظام. ويترتب على ذلك أن النموذج يمكن من دراسة ديناميكية النظام بصورة مبسطة يسهل استيعابها وتتبع مداها وآثارها على النظام نفسه بتكلفة أقل وبالسرعة الكافية، دون تعريض النظام نفسه لسوء الأداء. كما أن تجرد النموذج من المتغيرات والعلاقات التي لا تعتبر هامة واستبعاده لتلك التي لا يمكن التحكم فيها تمكن الباحث من تبيان العلاقات الرئيسية التي قد لا تكون واضحة إذا ما نظر إلى النظام الأصل.

ومما سبق يتبين لنا أن الفارق الهام بين النظام والنموذج أن الأول هو الحقيقة القائمة في الحياة العملية بينما الثاني يمثل صورة مصغرة لبعض جوانب هذه الحقيقة، والتي تتوقف بدورها على خيال المصور وموضوعيته عند تصوير هذه الجوانب. هذا وتختلف الصورة طبعاً لمزاج المصور والهدف من التصوير وخبرة المصور في هذا المجال ومدى إلمامه بالأصول العلمية لفن التصوير ذاته.

ونستنتج مما تقدم أن دراستنا للمحاسبة الإدارية في الوقع تنصب أساساً على دراسة نماذج وليس على دراسة أنظمة. فالنظام كما سبق وأن ذكرنا هو حقيقة قائمة في الحياة العملية. ونظام المحاسبة الإدارية كما يطبق في الحياة العلمية غالباً ما يكون من التعقيد بحيث يصعب توصيفه وتحديد مكوناته وشرح علاقاته الفعلية وسرد إجراءاته في مثل الصفحات المحددة لهذا الكتاب. بالإضافة إلى ذلك فإن

توصيف النظام القائم في شركة الاسكندرية للبترول مثلاً لا يعني أن ذلك يعتبر بمثابة توصيف لأنظمة المحاسبة الإدارية المطبقة في صناعة البترول. فكما أن النموذج يختلف طبقاً للهدف منه والعوامل المحيطة بتصميمه سواء كانت متعلقة بالمصمم أو إمكانيات التصميم كذلك فإن الأنظمة تختلف طبقاً للهدف منها والظروف المحيطة بها، بما فيها من عوامل نفاسية واجتماعية وعلاقات إنسانية، إلاّ أن هذا لا يعني عدم إمكانية دراسة أنظمة المحاسبة الإدارية القائمة في الحياة العملية. فالنظام عادة يتم تصميمه عن طريق بناء نموذج تصميم ملائم وبذلك يمكن دراسته أيضاً عن طريق دراسة النموذج الخاص به والذي يتلاءم مع أهداف الدراسة. فإذا كانت دراسة النظام تقوم أساساً لأغراض تحديد كيفية قيامه لتوفير المعلومات اللازمة لتخطيط الإنتاج والأرباح في الفترة القصيرة فإنه يمكن دراسة ذلك عن طريق استخدام النماذج الملائمة لهذا الغرض.

بالإضافة إلى ما تقدم يجب علينا أن نتذكر حقيقة لم يسبق أن تعرضنا لها. هذه هي أن النموذج ليس بالضرورة مرتبطاً بنظام قائم فعلاً في الحياة العملية، بل يمكن أن يكون عن نظام يمكن أن يتم تصميمه ليكون حقيقة في الحياة العملية. وما زال الفارق قائماً، فالنظام هو حقيقة أو يمكن أن يكون حقيقة بينما النموذج صورة، وقد تكون طبق الأصل في بعض الأحيان، غير أنها تظل نموذجاً حتى تصبح حقيقة فتتحول إلى نظام.

وعلى ذلك ففي الفصول القادمة عندنا نذكر أنظمة المعلومات المحاسبية وجب علينا أن نتذكر أننا ندرس هذه الأنظمة عن طريق النماذج المبسطة التي تمثلها وبذلك فمهما كانت دراستنا وافية لنظام معين فإنها تظل قاصرة من أن تغطي كل التعقيدات التي يحتويها النظام الأصل، والتي تختلف في مداها وأهميتها من نظام إلى آخر.

الفصل الثالث

في تخطيط وتنظيم ورقابة العمليات الجارية

تخطيط الأهداف

١ . مقدمة وخطة الفصل:

أدت التطورات الاقتصادية والاجتماعية والسياسية والهيكلية ، في ظل حاجات وضغوط الثورة العلمية والتقنية في العصر الحديث ، إلى أن أهداف الوحدات والمنظمات الاقتصادية أصبحت أكثر شمولية ، وتقوم على الحركية ، وتأخذ في إعتبارها عوامل ومتغيرات بيئية لم تكن ذات اعتبار أو أهمية حتى عهد قريب . وبذلك فقد تعددت أهداف هـذه الوحـدات والمنظمات ولم تصبـح انفـراديـة ، لتستجيب وتتلاءم مع نتائج تطورات العصر وتخضع لقيوده وتفي باحتياجاته المتغيرة .

وسوف نتولى في هذا الفصل بإيجاز تناول بعض الأهداف الخاصة بالمشروع ، والعامة للمجتمع ، لتوضيح نطاق الأهداف التي يلتزم المشروع بتحقيقها والتجاوب معها ليتمكن من البقاء والأستمرار في ظل ظروف بيئية حركية متغيرة . وسوف نبدأ بأهداف المشروع التقليدية مثل الربح والربحية وتنتقل إلى توسيع نطاق هذه الأهداف بحيث تصبح أكثر شمولية وتنطوي على كوامن ذاتية تتيح لها القدرة على

التلاءم مع البيئة العصرية، وسوف يكون منطلقنا في كل ذلك أن كل التنظيمات والمنظمات هادفة، وما لم تتضح الرؤى بالنسبة للهدف وتتحدد معالمه بصورة دقيقة وواضحة فإن ما يلي ذلك من أنشطة وإجراءات وما يستتبعها من أحداث سوف لا ريب يمنى بالفشل في تحقيق الهدف غير الواضح، والذي يعني العديد من الأهداف التي ينطوي منها الكثير على قدر كبير من التواضع. وسوف نركز فيما يلي من فرعيات وتفاريع على أهداف الوحدات والمنظمات الهادفة لتحقيق الربح من بين أهدافها، مرجئين تناول أهداف الوحدات والمنظمات غير الهادفة للربح بطبيعتها حتى نهاية هذا الفصل.

٢ ـ الربح والربحية:

الربح لفظة مطاطة متعددة المفاهيم والمضامين في كل من الفكر الاقتصادي والفكر المحاسبي، ذلك بالإضافة إلى عدم إتفاق أي من المفاهيم والمضامين في كل من المجالين الفكريين. فنجد الربح في الفكر الاقتصادي ينطوي على عدد من المفاهيم، ومن ثم المسببات والظروف والمضامين. فبرغم أن وجهة النظر السائدة اقتصادياً هي أن الربح هو عائد المنظم، فإننا نجد اقتصادياً أيضاً ـ ما يسمى بالأرباح الابتكارية، وأرباح المخاطرة وعدم التأكد، والأرباح الاحتكارية وباقي العوائد الضمنية لعوامل الإنتاج الأصلية، التي هي الأرض والعمل ورأس المال.

فمن وجهة النظر الشومبيترية [١]، ويعتنقها العديد من الاقتصاديين، نجد الربح هو عائد المنظم مقابل التجديد والابتكار الذي يؤدي إلى خفض تكاليف الإنتاج أو زيادة قيمة المنتجات أو كلاهما. والربح بهذا المفهوم هو ظاهرة مؤقتة ووقتية تتوافق وتطبيق نتائج الأحداث الابتكارية، وسرعان ما تتلاشى مع انتشار مجاراة المنافسين لتلك النتائج وتقليدها. غير أن تعدد المنظمين وعدم تزامن الابتكارات

---

(١) Joseph Schumpeter, **Theory of Economic Development,** (Combridge., Mass: Harvard Uni. press, 1934), And **History of Economic Analysis,** (Fair Lawn: N.J.: Oxford, univ. Press, 1954).

والتجديدات في أي مجال من المجالات يجعل الأرباح الإبتكارية مستمرة مع استمرار ظهور المبتكرات والتجديدات المستحدثة رغم تلاشي أرباح سابقاتها.

ومن وجهة نظر فرانك[1] نايت، ويتبعه كثير من الاقتصاديين فإن الأرباح الحقيقية ترتبط بعدم التأكد، بمعنى أنها تمثل عائد المخاطرة وعدم التأكد في شأن تخصيص الموارد لفرص استخدام تؤتي ثمارها مستقبلياً في ظل ظروف احتمالية وغير مؤكدة. ويعود الربح طبعاً على من يتحمل المخاطرة بالموارد التي يتم تخصيصها لتلك الأغراض المستقبلية. فمن يستثمر موارده الرأسمالية في أسهم عادية لوحدات اقتصادية تزاول نشاطها في ظل ظروف غير مؤكدة أو احتمالية لا بد وأن يتوقع الحصول على عائد من تلك الموارد يزيد عما إذا ما قام بإستثمارها في سندات حكومية مؤكدة العائد مضمونة الاسترداد. ويمثل الفرق بين العوائد المؤكدة والعوائد الإحتمالية أو المتوقعة ربح المخاطرة الذي يعود على متحمل عبء المخاطرة بالموارد التي يتم تخصيصها في ظل هذه الظروف. ويمكن أن يعود ربح المخاطرة على أي من عوامل الإنتاج بصفة انفرادية أو جماعية.

ويرى الاقتصاديون أن جزءاً مما يسمى « بالأرباح » ينتج عن عدم تواجد ظروف التنافس التام وقيام ظروف الإحتكار والمنافسة الاحتكارية. وتعود هذه الأرباح على العامل أو العوامل التي لا تتوافر في سوقها ظروف التنافس التام، وتعتبر هذه الأرباح بمثابة العائد على « عوامل ندرة مفتعلة Contrived Scarcities »، تؤدي إلى تمايز غير طبيعي بين فئات تبدو مختلفة لعامل إنتاج معين[2].

وبالإضافة إلى ما سبق من مفاهيم للأرباح - الابتكارية والاحتكارية وعائد

---

(١) Frank H. Knight, **Risk, Uncertainty and Profit** (London: London School of Econ. Political Science Series of Repr. of scarce Tract no. 16, 1933).

(٢) Paul Samuelson and Anthony Scott, **Economics: An Introductory Analysis,** (Toronto: Mcgrow-Hill, 2 nd Canadian ed., 1968). CH.3.,

المخاطرة وعدم التأكد ـ فإن كثيراً من الاقتصاديين يعتقدون أن جزءاً مما يسمى بالأرباح المحاسبية، ما هو في حقيقته إلاَّ عوائد ضمنية لعوامل الإنتاج الأصلية وهي الأرض والعمل ورأس المال ـ بمعنى أنها تمثل جزءاً من الايجارات والأجور والفوائد ـ تنتج عن الاستخدمات الذاتية لهذه العوامل.

ولسنا بصدد الجدال في شأن صحة أو مدى دقة كل من هذه المفاهيم. فلا شك أن كل منها له منطقه وافتراضاته، التي قلما تتواجد بصفة منعزلة عن منطق وافتراضات باقي المفاهيم. فالتجديد والابتكار يحدث في ظل ظروف انعدام التنافس التام وقيام الاحتكار. كما يحدث كلاهما في ظل ظروف المخاطرة وعدم التأكد، كما قد يحدث كل ذلك في ظل الاستخدمات الذاتية لعوامل الانتاج وبالتالي تكون الأرباح «الحقيقية» من وجهة النظر الاقتصادية هي محصلة كل هذه الظروف والملابسات وتتأثر في مقدارها ومداها بقوة تأثير كل من هذه المسببات. ومن ثم فهي كهدف يبتغي تحقيقه، أو كمقدار يبتغي تقصيته أو تعظيمه تنقصه الدقة والوضوح من حيث المدلول والمضمون.

ولا تتجلى تلك الأمور تماماً بالارتكان إلى وجهة النظر المحاسبية في شأن تعريف الربح. فالربح عموماً من وجهة النظر المحاسبية يتمثل في فائض ايرادات ما عن مصروفات ما. ويتوقف مفهوم ومضمون الربح طبقاً لذلك على كل من مفهومي ومضموني الإيرادات والمصروفات التي يتم بينهـا المقـابلـة للتعـرف على الربح. فطبقاً لمفهوم حقوق الملكية يتم قياس الربح المحاسبي من وجهة نظر الملاك الذين يقومون بـإمـداد رأس المال الدائـم الذي يتحمـل المخـاطـرة. وبـالتـالي فالإيرادات هي كل ما يؤدي إلى زيادة محققة في حقوق الملاك والمصروفات هي كل ما يؤدي إلى نقص محقق (أو منتظر طبقاً لعرف الحيطة والحذر) في حقوق الملاك، ومن ثم فالربح هو الزيادة (أو النقص في حالة الخسارة) في حقوق الملاك في نهاية فترة معينة عما كانت عليه في بداية الفترة. ولا يمثل الربح بهذا المفهوم الأرباح الحقيقية من وجهة النظر الاقتصـاديـة، والتي تعـود لأي مـن الأسبـاب

الأربعة السابق ذكرها، ولكنه ينطوي بالإضافة على عائد رأس المال المملوك (للملاك).

والربح المحاسبي طبقاً لمفهوم الوحدة المحاسبية، الذي يقوم على اعتبار أن المشروع او الوحدة الاقتصادية، كياناً ذاتياً اعتبارياً مستقلاً عن الأطراف ذوي المصالح فيه بما فيهم الملاك، ما زال يتمثل في فائض الإيرادات التي يحققها المشروع خلال فترة زمنية معينة عن المصروفات والأعباء التي يتحملها المشروع خلال نفس الفترة وتتعلق بتحقيق الإيرادات، أو ترجع لعوامل أو مسببات لاإرادية بالنسبة للمشروع. وطبقاً لهذا المفهوم يلزم أن تتضمن المصروفات والأعباء كل عوائد عوامل الإنتاج الأولية التي يتحملها المشروع بالإضافة إلى تكلفة المستلزات الوسيطة التي يقوم بإستنفادها في مجالات نشاطه المختلفة، كما يجب أن تتضمن الإيرادات عوائد عوامل الإنتاج المملوكة للمشروع (كالأراضي والمباني) كإيرادات محتسبة. ويترتب على ذلك أن الأرباح (أو الخسائر) كما تتمثل في فائض (أو عجز) الإيرادات عن المصروفات والأعباء تمثل حقاً من حقوق المشروع من حيث القدرة على السيطرة عليها والتصرف فيها. وهي تمثل أيضاً مقياساً لمدى كفاءة المشروع في استخدام الموارد الاقتصادية التي أتيحت له من وجهة نظره. ولا شك في أن الأرباح بهذا المفهوم تنطوي على الأرباح «الحقيقية» من وجهة النظر الاقتصادية بمصادرها الأربعة، ولا يمكن التميز بين مقدار مساهمة كل من الأحداث الابتكارية والظروف الاحتكارية، وعوائد المخاطرة، والمحتسبات من عوائد عوامل الإنتاج غير المدفوعة فيها. وبالتالي فتقضيه الأرباح من وجهة نظر المشروع في ظل هذه الظروف قد تؤدي إلى انخفاض الكفاءة الاقتصادية إذا لم تكن هذه التقصية متأتية من الأحداث الإبتكارية وعوائد المخاطرة.

ويلاحظ على المفاهيم السابقة أنها لا تميز بين الفترة القصيرة والمدى الطويل. ففي الفترة القصيرة مثلاً يمكن زيادة الأرباح سواء من وجهة نظر الملاك أو من

وجهة نظر المشروع بضغط المصروفات والتكاليف التي تؤدي إلى تحقيق عائد في الفترة القصيرة، كالنفقات الخاصة بالأبحاث والتجارب مثلاً. غير أن ذلك سوف يؤثر في قدرة المشروع على الإستمرار وتحقيق أرباح في الفترة الطويلة عن طريق الابتكار والتجديد ومجاراة المنافسين وتطبيق سياسة التمييز المؤدية إلى تحقيق أرباح احتكارية على فترات زمنية قصيرة متقطعة ولاحقة لوضع التمييز موضع التطبيق. وفي ظل هذه الظروف، وإذا كان المشروع هادفاً إلى تقصية الأرباح، فما هي الأرباح الواجب تقصيتها؟ أهي التي تتعلق بالفترة القصيرة أم تلك التي ينتظر أن تتأتى في المدى الطويل؟ ويترتب على ذلك عدم ملاءمة مفهوم الربح كهدف للتفضيل بين البدائل لعدم وضوح ملامح ما يتضمنه هذا المفهوم من عناصر، وما يرتكن إليه من مسببات وعلاقات ولما يحيط به عموماً من غموض سواء من حيث الدلالة أو من حيث المصدر ومن ثم النتيجة التي تنعكس على الكفاءة الاقتصادية في استخدام الموارد بصفة عامة.

أضف إلى ما تقدم أن قياس الربح محاسبياً يتم لفترات زمنية متقاربة، وهي ما تسمى بالفترات المحاسبية. وعلى مدار الفترة الزمنية الواحدة تتحقق عناصر الإيرادات وتستنفد عناصر المصروفات وتتراكم عناصر الأعباء عند نقاط زمنية مختلفة على خريطة زمن الفترة المحاسبية. ويؤدي تجميع هذه الأحداث بالقطع إلى إرتكاب العديد من الأخطاء المعروفة واللاإرادية كنتيجة لإختيار المقاطع الحكمية من تدفقات الإيرادات والمصروفات وتخصيصها على الفترات الزمنية. هذا بالإضافة إلى أن التقلبات في القوة الشرائية تجعل استخدام وحدة النقود كوحدة قياس كمية غير ملائمة للأغراض التجميعية، ما لم يتم ضبطها على مقياس واحد للقوة الشرائية.

وأخيراً نجد أن مفاهيم الربح من وجهة النظر المحاسبية، وإن كانت توفر الإمكانات العملية لقياسه محاسبياً بصورة تجميعية عامة ـ فهي لا تتضمن أية مقاييس صريحة لآثار المخاطرة وعدم التأكد على نواتج وآثار القرارات البديلة

المتعلقة بأحداث وظروف مستقبلية. فقد يتساوى مشروعان في مقدار الأرباح المنتظر أن تتحقق عنهما مستقبلياً وتختلف درجة المخاطرة بينهما اختلافاً بيناً، ورغم ذلك فإن الأرباح المحاسبية لا تمكن من اتخاذ القرار الملائم في شأن المفاضلة والتفضيل بينهما. وبالتالي فهي (أي الأرباح المحاسبية) لا تصلح بصفة انفرادية في شأن إتخاذ القرارات الاستثمارية التي يترتب عليها تخصيص الموارد الاقتصادية لفرض استخدام بديله تجب عدداً من الفترات الزمنية المستقبلية.

ونخلص مما تقدم أن الربح، سواء كان بأحد مفاهيمه الاقتصادية، أو بأحد مفاهيمه المحاسبية لا يصلح أن يكون هدفاً تخطيطياً يرتجى تحقيقه أو تقصيته، ومن ثم لينبني عليه كل ما يلزم لبلوغه من سياسات وخطط وبرامج وأنشطة وانجازات فرعية. فتخطيط الأهداف يرمي إلى توفير المعايير العامة، والتي تتصف في نفس الوقت بالتحديد والوضوح والموضوعية، لإتخاذ القرارات الاقتصادية المؤدية إلى تخصيص الموارد الاقتصادية وواستغلالها بأعلى معدل ممكن من الكفاءة الاقتصادية في ظل الظروف المنتظر أن تؤتى هذه القرارات ثمارها في ظلها. والربح كمفهوم ومضمون لا يتصف بالتحديد والوضوح والموضوعية، إلى جانب إهماله لما تنطوي عليه الظروف المستقبلية من مخاطرة وعدم تأكد.

٢ . ١ . ـ الربحية:

يختلف الربح عن الربحية في أن الأول يمثل نصيب كمي بينما الثانية تمثل علاقة اقتصادية. فالربحية هي مقياس للكفاءة النسبية ـ وتمثل علاقة بسيطة أو مركبة لمتغيرين أو عدة متغيرات تجميعية. كما أن الربحية من المفاهيم ذات الهياكل النسبية التي يمكن الإرتكان إليها في مجال إتخاذ القرارات الاقتصادية والتفضيل والمفاضلة على البدائل الاختيارية. هذا بينما الربح ككم نوعي أو منسوب إلى أي أساس من الأسس النسبية لا تتولد عنه ذات الهياكل النسبية ثابتة المغزى والدلالة الاقتصادية.

ويلزمنا هنا أن نميز بين الربحية، كما هي في غلبة المفاهيم الاقتصادية، والربحية كما نميزها هنا كهدف من الأهداف العملية واضح المغزى والدلالة، ومتلائماً مع موضيع القرارات الاقتصادية، متسقاً وفي نفس الوقت متكاملاً مع المفاهيم الاقتصادية.

فالربحية من وجهة النظر الاقتصادية هي محصلة العلاقات الاقتصادية لإنتاجية الموارد الاقتصادية في كل مجال من المجالات وفي كل نشاط من الأنشطة البديلة. ذلك بصرف النظر عن ملكية الموارد أو أحقية التصرف فيها أو من يقوم بإتخاذ القرار في شأنها. وهي بالتالي تركز على التخصيص والاستخدام الكفء للموارد الاقتصادية، كما تنعكس في تقصية معدلات الكفاءة الإنتاجية. ذلك سوف يؤدي بالقطع إلى إنخفاض التكلفة الاقتصادية والإرتقاء بمستوى الرفاهة الاجتماعية كما تتأثر بمعدلات الفوائض الاقتصادية (فائض المنتج وفائض المستهلك... وفائض القيمة عند ماركس) حتى مع بقاء العوامل الأخرى المتعلقة بالتوزيع على حالها. ولا شك أن الربحية بهذا المفهوم الهيكلي النسبي ترتبط بالقيمة المضافة كمفهوم كمي نوعي. فكلما زادت ربحية نشاط من الأنشطة الاقتصادية كلما إرتفعت قيمة ما يضيفه لإنتاج المجتمع بالمقارنة بما يستلزمه من عوامل إنتاج أولية.

والربحية بهذا المفهوم، وإن كانت مقياساً من مقاييس الكفاءة الاقتصادية، تعد من المقاييس المعيارية الشمولية صعبة التطبيق في الحياة العملية. ولذلك فسوف نوضح هنا بعض مفاهيم فرعية للربحية تقبل التطبيق في الحياة العملية وتتسق مع المفهوم العام للربحية من وجهة النظر الاقتصادية.

٢.١.١. ـ ربحية الموارد في المنتجات: ـ

ذكرنا بعاليه أن مفهوم الربحية ذا علاقة وثيقة بالقيمة المضافة، والتي تتأتى من مساهمات العوامل الأولية (الأرض، العمل، رأس المال، والمنظم) في الأنشطة الإنتاجية. وبالتالي فربحية المنتجات تتمثل في مقدار ما تنطوي عليه قيمتها السوقية

من مكونات يرجع الفضل فيها للعوامل الأولية التي تمثل موارد الإنتاج الاقتصادية منسوباً إلى قيم أو مقادير هذه العوامل. ويتمثل هذا المقدار من وجهة النظر الاقتصادية في الفرق بين سعر البيع - الذي يعكس منفعة المنتجات الاقتصادية - والقيمة الاقتصادية لمستلزمات إنتاجها الوسيطة والتي تعكس التكلفة البديلة لهذه المستلزمات.

وبالنسبة للوحدة الاقتصادية يمكننا التمييز بين مستلزمات الإنتاج الوسيطة وعوامل الإنتاج المتغيرة والموارد الإنتاجية الثابتة في الفترة القصيرة كمقومات لعملياتها الإنتاجية، المؤدية إلى إنتاج منتجات من وجهة نظرها تامة، بالرغم من أنها قد تكون غير نهائية[1]. وتنقسم هذه المجموعة من المستلزمات الوسيطة والأولية إلى مستلزمات متغيرة تتضمن الإحتياجات من عوامل الإنتاج الأولية المتغيرة، ومستلزمات من خدمات العوامل الأولية ثابتة المقدار أو القدرة في الفترة القصيرة. ويعتبر العمل أهم عوامل الإنتاج المتغيرة في الفترة القصيرة بالإضافة إلى المستلزمات الوسيطة الأخرى. وإذا ما اقتصدت الوحدة الاقتصادية في معدلات استخدامها من العوامل المتغيرة والمستلزمات الوسيطة (أي عملت على تخفيض احتياجات المنتجات من هذه العناصر، ومن ثم تكلفتها إلى أقل ما يمكن، مع بقاء العوامل الأخرى، كجودة المنتجات ومنفعتها، ورضا العاملين... إلخ على حالها) فإن الفرق بين سعر البيع والتكلفة المتغيرة (لهذه المستلزمات المتغيرة) يمثل عائد الندرة النسبية الداخلية لعوامل الإنتاج الثابتة. وكلما زادت كفاءة استغلال هذه العوامل

---

(١) الانتاج التام من وجهة نظر الوحدة الاقتصادية هو ما يترتب على انتهاء سلسلة تتابع عملياتها الانتاجية ولا تقوم باجراء عمليات صناعية إضافية عليه. أما الانتاج النهائي فهو ذلك الذي يكون في صوره أو حالة معهد للاستهلاك أو الاستثمار (الإضافة للثروة)، أو ذلك الذي يكون في حالة قابلة للاستهلاك الحالي أو المستقبلي بحالته. وبالتالي فالانتاج التام من وجهة نظر وحدة اقتصادية قد يكون من بين المستلزمات الوسطة لوحدات اقتصادية أخرى إذا لم يكن انتاجاً نهائياً انظر للتفاصيل كتابنا في المحاسبة القومية ونظام حسابات الحكومة، (مؤسسة شباب الجامعة ٧٣، ٨٠).

كلما ازداد مقدار العائد مع بقاء العوامل الأخرى على حالها.

وإذا أطلقنا على الفرق بين سعر البيع والتكلفة المتغيرة للمنتجات (بما فيها تكلفة عوامل الإنتاج المتغيرة) إصطلاح «ربحية المنتجات» فهي تكون منسوبة إلى احتياجاتها من عوامل الإنتاج ثابتة المقدار أو القدرة في الفترة القصيرة التي تتميز بندرتها النسبية للوحدة، ومن ثم تحدد من قدرتها الإنتاجية في إنتاج المنتجات المختلفة. وبمعنى آخر فإن هذا الفرق يمثل القيمة التي تضيفها عوامل الإنتاج الثابتة ما دامت نادرة إلى كل من المنتجات التي تسهم في إنتاجها. وهي لا تمثل كل القيمة المضافة من وجهة النظر الاقتصادية، وإنما تمثل نصيب عوامل الإنتاج الثابتة منها. ولا شك في أن تقصية هذا النصيب سوف يؤدي إلى زيادة كفاءة استغلال هذه العوامل، بما يرفع من قيمتها الاقتصادية كما تكمن في خدماتها، عن طريق زيادة ربحيتها في إنتاج المنتجات المختلفة. والربحية بهذا المفهوم هي محصلة العلاقة بين القيمة الاقتصادية للمنتجات كما تنعكس في سعر بيعها والقيمة الاقتصادية لمستلزمات انتاجها المتغيرة كما تنعكس في تكلفتها البديلة وعلاقات استخدام المنتجات من الموارد الإنتاجية الثابتة والنادرة (داخلياً على الأقل).

ويقترب هذا المفهوم من مفهوم الربحية المباشرة للمنتجات في الفكر المحاسبي، والتي تمثل الفرق بين سعر البيع والتكلفة المتغيرة، منسوباً إلى هيكل الاستخدامات من الموارد الثابتة. وتمثل التكلفة المتغيرة من وجهة النظر المحاسبية تكلفة الاستخدامات ذات العلاقات المباشرة أو غير المباشرة بحجم الإنتاج، والتي تتغير بتغير الحجم زيادة أو نقصاً بصورة طردية. وهي تشمل في التقسيم المحاسبي لعناصر الاستخدامات المواد الأولية والخامات المباشرة وغير المباشرة، والعمالة المتغيرة المباشرة وغير المباشرة، وبعض عناصر المصاريف الصناعية الأخرى المتغيرة كأهلاك آلات وأدوات أقسام الصيانة والاصلاحات. ولتوضيح ما تقدم افترض أن الوحدة الاقتصادية تنتج منتجين $س_1$ و$س_2$ باستخدام ثلاثة موارد ثابتة المقدار والقدرة في الفترة القصيرة وهي تجهيزات خط التجميع ($جـ_1$) وتجهيزات

خط الاختبار (جـ$_٢$) وتجهيزات خط التشطيب (جـ$_٣$) وحيث:

	س$_١$	س$_٢$
سعر بيع وحدة المنتج	٤٥ جنيه	٣٢ جنيه
التكلفة المتغيرة: مواد وخامات	٢٢ جنيه	١٧ جنيه
أجور	١٣ جنيه	١٧ جنيه
م.ص. متغيرة	٤ جنيه	٣ جنيه
مجموع التكلفة المتغيرة	ـــ ٣٩ جنيه	ـــ ٢٨ جنيه
الربح المباشر للوحدة من المنتج	٦ جنيه	٤ جنيه

احتياجات وحدة المنتج من المورد			طاقة المورد ساعة
جـ$_١$ (ساعة)	٢	١	٤٠٠
جـ$_٢$ (ساعة)	$\frac{١}{٢}$	$\frac{١}{٢}$	١٢٠
جـ$_٣$ (ساعة)	١	١	٢٣٠

ونلاحظ من مصفوفة العلاقات (الافتراضية) بين الموارد الثابتة والمنتجات ما يلي:

١ ـ يعتبر المورد ج$_٢$ من الموارد غير النادرة في هيكل الندرة النسبية المتاح لإنتاج المنتجين حيث تمكن الطاقة المتاحة فيه من إنتاج ٢٤٠ وحدة من س$_١$ أو ٢٤٠ وحدة من س$_٢$ أو أي من المنتجين في حدود ٢٤٠ وحدة (١٢٠ وحدة ÷ $\frac{١}{٢}$ ساعة احتياجات وحدة المنتج) بينما تمكن الطاقة المتاحة في جـ$_٣$ من إنتاج ٢٣٠ وحدة فقط، من أي من المنتجين بصفة مستقلة أو أي مزيج يبلغ مجموع وحداته ٢٣٠ وحدة. وبالتالي تزيد الطاقة المتاحة في جـ$_٢$ عن الاحتياجات الممكنة لإنتاج المنتجين بمقدار ١٠ ساعات.

٢ ـ تمكن الطاقة المتاحة في جـ$_١$ من إنتاج ٢٠٠ وحدة فقط من س$_١$ أو ٤٠٠

وحدة من $س_{٢}$ أو أي مزيج منهما يحقق المتباينة.

$$٢ س_{١} + س_{٢} \leqslant ٤٠٠$$

وبالتالي فهي تحدد إنتاج $س_{١}$ بصفة منفردة بما لا يزيد عن ٢٠٠ وحدة، بينما تمكن من إنتاج ٤٠٠ وحدة من $س_{٢}$ بصفة منفردة إذا ما توفرت الإمكانيات الأخرى. وهذه الإمكانيات الأخرى غير متوفرة في $جـ_{٣}$ بالنسبة لإنتاج $س_{٢}$ حيث يحدد الحد الأقصى من $س_{٢}$ بصفة منفردة أيضاً بكمية ٢٣٠ وحدة فقط.

٣ ـ يعني ما تقدم أن هيكل الندرة النسبية للموردين $جـ_{١}$ و$جـ_{٣}$ يجعلهما المحددان لإمكانيات إنتاج كل من $س_{١}$ و$س_{٢}$، بينما $جـ_{٢}$ لا يلعب دوراً في هذا الصدد، لزيادة المتاح منه عن إمكانيات الموردين الآخرين في إنتاج $س_{١}$ و$س_{٢}$.

٤ ـ إذا ما قمنا بنسبة الربح المباشر الذي تحققه الوحدة من كل من المنتجين إلى احتياجاتها (الكمية) من كل من الموارد الثلاثة لحصلنا على ما يمكن تسميته **بالربحية المباشرة للوحدة من كل مورد من الموارد الثابتة في إنتاج المنتجات** المختلفة. فنجد مثلاً أن ربحية $جـ_{١}$ في إنتاج $س_{١}$ هي ٦ ÷ ٢ = ٣ جنيه بينما ربحية $جـ_{١}$ في إنتاج $س_{٢}$ هي ٤ ÷ ١ = ٤ جنيه، وهكذا، لتكون مصفوفة الربحية المباشرة لوحدات الموارد كالآتي:

في إنتاج	$س_{١}$	$س_{٢}$
ربحية المورد $جـ_{١}$	٣	٤
$جـ_{٢}$	١٢	٨
$جـ_{٣}$	٦	٤

٥ ـ بالرغم من أن ربحية $جـ_{٢}$ كما تظهر في المصفوفة بعاليه هي أكبر ربحيات في كل من المنتجين، إلا أنها ليست موضوعاً لأي اعتبار لانتفاء ندرة المورد (الداخلية). فالمورد لا يمثل قيداً على كمية الإنتاج الممكنة من أي من المنتجين أو كلاهما بالمقارنة بالموردين الآخرين.

٦ - بالرغم من أن ربحية جـ١ في إنتاج س٢ أكبر من ربحيته في إنتاج س١، غير أن جـ١ بالنسبة للمنتج س٢ بصفة مستقلة لا يعد مورداً نادراً حيث يمكن من إنتاج ٤٠٠ وحدة، بينما لا يمكن فعلاً أن يزيد إنتاج س٢ عن ٢٣٠ وحدة كما تتحدد بطاقة مورد جـ٣. وبالتالي فلا يمكن الاعتماد على ربحية جـ١ في س٢ للحكم على كفاءته (أو كفاءة استغلاله).

٧ - بالرغم من أن ربحية جـ٣ في إنتاج س١ تزيد عنها في إنتاج س٢ إلا أنها ليست موضوعاً للاعتبار حيث جـ٣ نادراً بالنسبة للمنتج س٢ وليس بالنسبة للمنتج س١.

٨ - يصبح جـ١ هو مركز اختناق انتاج س١، كما أن جـ٣ هو مركز اختناق انتاج س٢. بمعنى أن كل منهما يحدد الحد الأقصى لما يمكن انتاجه من كل من المنتجين على التوالي.

٩ - تتحقق أقصى حصيلة للأرباح المباشرة باستغلال طاقة مراكز الاختناق أفضل استغلال ممكن. وهذه المراكز تمثل أكثر الموارد المتاحة ندرة بالنسبة للوحدة الاقتصادية وهي بصدد تحقيق أهدافها الخاصة بالربحية.

وفي مثالنا الجاري تتحقق أقصى حصيلة للربحية المباشرة باستغلال طاقة جـ١ وجـ٣ بالكامل كما يتضح من التحليل المبسط التالي.

أ - فيمكن استغلال طاقة جـ١ بالكامل أما عن طريق التخصص في س١، حيث يمكن إنتاج ٢٠٠ وحدة تحقق حصيلة أرباح مباشرة قدرها ١٢٠٠ جنيه [تساوي ٢٠٠ وحدة من س١ × ٦ جنيه أو ٤٠٠ وحدة من جـ١ × ٣ جنيه، حيث الأولى (٦ جنيه) هي ربحية وحدة المنتج، الثانية (٣ جنيه) هي ربحية وحدة المورد في إنتاج المنتج]، أو عن طريق إنتاج المزيج الذي يحقق ذلك من س١، س٢، وفي هذا الصدد يوجد عدداً لا نهائياً من نتائج المزج بين س١، س٢ لغرض استغلال طاقة جـ١ (بفرض قابلية س١، س٢ للتجزئة).

فمثلاً يمكن إنتاج ١٩٩ وحدة من س١ + وحدتين من س٢ أو $\frac{١}{٢}$ ١٩٩

وحدة من $س_{١}$ + وحدة واحدة من $س_{٢}$ ، أو ١٩٨ وحدة من $س_{١}$ + ٤ وحدة من $س_{٢}$ أو ..... ، ١٧٠ وحدة من $س_{١}$ + ٦٠ وحدة من $س_{٢}$.

وبالطبع لو ذادت كمية $س_{٢}$ عن ذلك (عن ٦٠ وحدة) فإن هذا سوف يؤدي إلى وجود طاقة عاطلة في $جـ_{١}$ لأن طاقة $جـ_{٣}$ لن تمكن من زيادة $س_{٢}$ عن ٦٠ وحدة إلا بإنقاص إنتاج $س_{١}$ بما يعادل مقدار الزيادة في $س_{٢}$. فاحتياجات $س_{١}$ من $جـ_{١}$ تمثل ضعف احتياجات $س_{٢}$ من $جـ_{١}$.

أما احتياجات $س_{١}$ من $جـ_{٣}$ فهي تساوي احتياجات $س_{٢}$ من $جـ_{٣}$. فلو فرضنا إنتاج ٦١ وحدة مثلاً من $س_{٢}$ فإن الطاقة المتبقية في $جـ_{٣}$ سوف تسمح بإنتاج ١٦٩ وحدة فقط من $س_{١}$ فتكون الطاقة المستغلة في $جـ_{١}$ = (٢ × ١٦٩) + (١ × ٦١) = ٣٩٩ ساعة، ويتبقى ساعة طاقة عاطلة في $جـ_{١}$.

ب ـ وبالمثل يمكن استغلال طاقة $جـ_{٣}$ بالكامل أما عن طريق التخصص في إنتاج ٢٣٠ وحدة من $س_{٢}$ تحقق حصيلة أرباح مباشرة قدرها ٩٢٠ جنيه (تساوي ٢٣٠ × ٤ أو ٢٣٠ وحدة من $جـ_{٣}$ × ٤ جنيه للوحدة) أو بإنتاج المزيج الملائم من $س_{١}$ ، $س_{٢}$ الذي يحقق استغلال طاقة $جـ_{٣}$ بالكامل. وفي هذا الصدد يوجد أيضاً عدداً لا نهائياً من نتائج المزيج. فمثلاً يمكن إنتاج $\frac{١}{٢}$ ٢٢٩ من $س_{٢}$ + $\frac{١}{٢}$ $س_{١}$ أو ٢٢٨ من $س_{٢}$ + ٢ من $س_{١}$. أو..... أو ٦٠ وحدة من $س_{٢}$ + ١٧٠ وحدة من $س_{١}$. ولو زاد إنتاج $س_{١}$ عن ١٧٠ وحدة فإن نقص $س_{٢}$ سوف يكون بمعدل وحدتين لكل وحدة $س_{١}$ بما يؤدي إلى تحقيق طاقة عاطلة في $جـ_{٣}$.

جـ ـ حيث يمكن استغلال طاقة $جـ_{١}$ بالكامل بالتخصص في $س_{١}$ أو بأي مزيج ممكن يكون فيه $س_{١} \leqslant ١٧٠$ و$س_{٢} \leqslant ٦٠$ وبشرط أن تكون ٢ $س_{١}$ + $س_{٢}$ = ٤٠٠ وحيث يمكن استغلال طاقة $جـ_{٣}$ بالكامل بالتخصص في $س_{٢}$ أو بأي مزيج ممكن يكون فيه $س_{١} \leqslant ١٧٠$ ،و$س_{٢} \leqslant ٦٠$ وبشرط أن يكون $س_{١}$ + $س_{٢}$ = ٢٣٠ ، فإن البدائل المتاحة لاستغلال طاقة الموزدين معاً

بالكامل هي بديل واحد يتحقق عندما تكون س$_{١}$ = ١٧٠ وس$_{٢}$ = ٦٠ [١] حيث تكون حصيلة الربحية المباشرة ١٢٦٠ جنيه [(١٧٠ × ٦) + (٦٠ × ٤)]، وهي أكثر من ١٢٠٠ جنيه الناتجة عن التخصص في س$_{١}$ بالكامل فقط، وأكبر من ٩٢٠ جنيه الناتجة عن التخصص في س$_{٢}$ واستغلال طاقة جـ$_{٣}$ واستغلال طاقة جـ$_{٣}$ بالكامل فقط، وأكبر من محصلة أي مزيج يؤدي إلى استغلال طاقة أحد الموردين بالكامل دون الآخر (سوف يتبين ذلك تفصيلاً في الباب الثاني من هذا الكتاب).

ويتضح مما تقدم أن مفهوم الربحية المباشرة للموارد في المنتجات يرتبط بمفاهيم الندرة والمنفعة والكفاءة الاقتصادية ارتباطاً وثيقاً. وكلما زادت ندرة الموارد كلما حددت من قدرة الوحدة الاقتصادية في تحقيق أهدافها، وكلما ارتفعت القيمة النسبية لهذه الموارد في شأن تحقيق تلك الأهداف. وبالتالي فيترتب على احسان استغلال تلك الموارد النادرة الارتفاع بمستوى الكفاءة الاقتصادية وزيادة مساهماتها في الإضافة إلى قيمة الإنتاج من السلع والخدمات. ولذلك يعتبر هدف تقصية حصيلة الربحية المباشرة من الأهداف المتسقة مع تحقيق الكفاءة الاقتصادية وخاصة إذا كانت أسعار السلع والخدمات الناتجة تعكس فعلاً منفعتها في ظل هيكل ندرتها، دون تدخل مؤثر من الوحدة الاقتصادية.

٢ .١ .ب . ربحية الأنشطة:

يعرف النشاط اقتصادياً بأنه أية علاقة تحول ممكنة بين مجموعة مدخلات من السلع والخدمات وخدمات عوامل الإنتاج بمزيج معين وثابت ومجموعة من المخرجات من السلع والخدمات بمزيج معين وثابت. ويعني ذلك أن النشاط

---

(١) يتأتى ذلك من س$_{١}$ ⩽ ١٧٠، س$_{١}$ ⩾ ١٧٠ والتي لا تتحقق إلا عندما س$_{١}$ = ١٧٠، وكذلك $\overline{\text{س}_{٢}}$ ⩽ ٦٠، س$_{٢}$ ⩾ ٦٠ ⟵ س$_{٢}$ = ٦٠ أو بحل المعادلتين ٢ س$_{١}$ + س$_{٢}$ = ٤٠٠، س$_{١}$ + س$_{٢}$ = ٢٣٠ آنيا معاً.

له مجموعة مدخلات من السلع والخدمات التي قد تكون من إنتاج أنشطة أخرى أو من إنتاجه أو كلاهما، بالإضافة إلى خدمات عوامل الإنتاج. وتتحول تلك المدخلات، التي يلزم أن تكون بمزيج معين وثابت إلى مجموعة أخرى من السلع والخدمات بمزيج معين وثابت أيضاً وتمثل مخرجات النشاط. وعادة ما يشترط أن تكون المدخلات والمخرجات قابلة للتجزئة لإمكانية تحديد المستوى (الحجم) المرغوب من النشاط الذي يحقق الأهداف الاقتصادية.

والواقع أن ثبات نسب مزج مدخلات النشاط يحدد بدائل الحصول على المخرجات من خلال هذا النشاط بفن إنتاجي وحيد لا يتغير إلا بانتقاء فن إنتاجي بديل، ومن ثم نشاط بديل. كما أن ثبات نسب مزج المخرجات يجعلها نمطية الوحدات وبالتالي تقوم مقام «السلعة النمطية». فوحدة إنتاج النشاط هي وحدة نمطية وذلك لثبات نسب مزج مكوناتها. كذلك الأمر في وحدة مدخلات النشاط فهي وحدة نمطية لثبات نسب مزج مكوناتها. غير أن العلاقة بين مدخلات النشاط بنسب مزجها الثابتة ومخرجات النشاط بنسب مزجها الثابتة لا يلزم أن تكون علاقة خطية كمياً إلا في ظل سيادة ظروف ثبات غلة الحجم (حجم النشاط).

ويؤدي الالتزام بهذا التعريف الضيق للنشاط إلى تعدد الأنشطة البديلة التي يمكن استخدامها لإنتاج نفس السلعة أو الخدمة. وهذا بدوره يوفر إمكانيات المفاضلة والاختيار من بين هذه الأنشطة بما يحقق أقصى كفاءة اقتصادية ممكنة. أضف إلى ذلك أن تعدد بدائل الأنشطة يمكن من اختيار «الحجم الأمثل» أو الأكثر كفاءة لكل منها في إنتاج سلعة معينة أو خدمة معينة بما يؤدي إلى خفض التكلفة الاقتصادية للإنتاج إلى أقل ما يمكن. فإذا كان الطلب على سلعة أو خدمة معينة يستدعي استخدام حجم نشاط معين في مرحلة تناقص غلة الحجم، فإن وجود البدائل لهذا النشاط في إنتاج نفس السلعة أو الخدمة يمكن من تلافي ذلك بتخفيض مستوى النشاط (الحجم) إلى حيث التكلفة أقل ما يمكن واستغلال

بدائل الأنشطة « القائمة » له لاستكمال حاجة الطلب عند مستوياتها (أحجامها) المثالية.

وبالتالي يؤدي تعدد الأنشطة البديلة لإنتاج السلعة أو الخدمة الواحدة (المزيج الثابت من المخرجات) إلى توفير المرونة في المفاضلة والاختيار ليس بين بدائل الأنشطة فحسب ولكن أيضاً بين نسب المزج المختلفة لمستويات تلك الأنشطة (أحجام استغلالها) بما يحقق أكبر وفورات ممكنة اقتصادياً.

وتكون ربحية النشاط في ظل هذا المفهوم هي بمثابة محصلة الفرق بين تكلفة استخداماته من السلع والخدمات بخلاف خدمات عوامل الإنتاج، وقيمة ما ينتج عنه من سلع وخدمات. أي أنها تمثل القيمة المضافة الصافية على خدمات عوامل الإنتاج اللازمة كمدخلات للنشاط في سبيل الحصول على مخرجاته. وتتساوى هذه القيمة المضافة في ظل ظروف التنافس التام مع القيمة الاقتصادية لخدمات عوامل الإنتاج المستفدة في النشاط. ولا يتحقق ذلك طبعاً في ظل عدم سيادة ظروف التنافس التام، حيث يحتوي هذا الفرق على عوائد المخاطرة وعدم التأكد بالإضافة إلى العوائد الاحتكارية والابتكارية بالإضافة إلى القيمة الاقتصادية لما يستنفده النشاط من خدمات عوامل الإنتاج الأولية. وبالرغم من ذلك تظل ربحية النشاط مقياساً ملائماً لكفاءته الاقتصادية في ظل الظروف الاقتصادية المختلفة ولمستويات استخدامه المختلفة.

ويمكن أن تقاس ربحية النشاط محاسبياً من وجهة نظر الوحدة الاقتصادية بتعديل تعريف مفهوم الربحية بما يتفق مع أوضاع الوحدة الاقتصادية. فالنشاط في الوحدة الاقتصادية وان كان يعبر عن فن إنتاجي محدد وذا نسب مزج ثابتة للمدخلات ونسب مزج ثابتة للمخرجات، إلا أن ربحية النشاط بالنسبة لها تنعكس في فائض قيمة المخرجات عن قيمة أو تكلفة المدخلات بصرف النظر عن كون هذه المدخلات تتمثل في سلع وخدمات بخلاف خدمات عوامل الإنتاج أو في خدمات عوامل الإنتاج، وخاصة إذا لم تكن هذه العوامل مملوكة للوحدة

الاقتصادية . ومن ثم فربحية النشاط التي تهم الوحدة الاقتصادية تنطوي على فائض قيمة المخرجات عن التكلفة المتغيرة للمدخلات ، بما فيها المدخلات من خدمات عوامل الانتاج المتغيرة ـ منسوباً إلى القيمة الاقتصادية للموارد الخاصة بالوحدة الاقتصادية والمتاحة أو المخصصة لمزاولة النشاط .

واذا كانت ربحية الموارد في المنتجات تمكن من اختيار تشكيلة الإنتاج المفضلة من بين بدائل التشكيلات المتاحة لتحقق أقصى ربحية على الموارد ، فإن ربحية النشاط تمكن من اختيار المزيج الملائم من فنون إنتاج كل منتج أو سلعة أو أي مزيج بنسب ثابتة من عدد من المنتجات أو السلع بأقل تكاليف اقتصادية ممكنة . ويترتب على ذلك أن كلا المفهومين للربحية يعملان على تحقيق نفس الهدف بالتكامل أو الاحلال ـ فربحية الموارد في المنتجات تمكن من تحديد أحجام الإنتاج المطلوبة من كل منتج لتحقق كفاءة استغلال الموارد النادرة المتاحة في ظل هيكل ندرتها القائم . وتمكن ربحية النشاط من تحديد المستوى المفضل لكل نشاط في إنتاج كل منتج وتحديد المزيج الملاءم من الأنشطة الذي يحقق حجم الإنتاج المطلوب بأقل تكاليف ممكنة في ظل هيكل الندرة النسبية للموارد المتاحة لجميع الأنشطة .

ولتوضيح ذلك دعنا نستكمل المثال السابق الذي فيه تحددت تشكيلة الإنتاج المثالية بحجم إنتاج س = (س$_{١}$ = ١٧٠ وحدة ، س$_{٢}$ = ٦٠ وحدة) ، لتتحقق أقصى حصيلة للربحية المباشرة على الموردين المستغلين بالكامل (جـ$_{١}$ وجـ$_{٣}$) وهي ١٢٦٠ جنيه . ولنفرض أن إنتاج س$_{١}$ يمكن أن يتحقق باستخدام أي من ثلاثة أنشطة (فنون) إنتاجية مختلفة هي ش$_{١}$ ، ش$_{٢}$ ، ش$_{٣}$ أو أي مزيج منها بينما س$_{٢}$ لا يتم إنتاجه إلا بفن إنتاجي وحيد هو ش$_{٤}$. ولنفرض أن جميع الفنون الإنتاجية ما زالت تعتمد كما في المثال السابق على ثلاثة موارد ثابتة المقدار في الفترة القصيرة هي جـ$_{١}$ ، جـ$_{٢}$ ، جـ$_{٣}$ بطاقاتها المعطاة في المثال السابق أيضاً ولنفرض أن علاقة الفنون الإنتاجية (الأنشطة) بالموارد وبالمنتجات هي كالآتي :

المنتج	س$_١$			س$_٢$	
الفن الإنتاجي	ش$_١$	ش$_٢$	ش$_٣$	ش$_٤$	طاقة المورد ساعة
احتياجات المنتج/فن إنتاجي من المورد ج$_١$	٢	$١\frac{١}{٢}$	١	١	٤٠٠
ج$_٢$	$\frac{١}{٢}$	$\frac{٣}{٤}$	١	$\frac{١}{٢}$	١٢٠
ج$_٣$	١	١	٢	١	٢٣٠

وتتمثل نسبة مزج مدخلات ش$_١$ لأغراض إنتاج وحدة من س$_١$ في متجه العمود ش$_١$ = $\begin{bmatrix} ٢ \\ \frac{١}{٢} \\ ١ \end{bmatrix}$، وهو الذي يحدد أقصى مستوى للنشاط بكمية ٢٠٠ وحدة من س$_١$ (مركز الاختناق هو جـ$_١$، لان النشاط ش$_١$ هو نفس النشاط في المثال السابق). كما تتمثل نسبة مزج مدخلات ش$_٢$ (النشاط الثاني أو فن الإنتاج الثاني) لأغراض إنتاج س$_١$ في متجه العمود ش$_٢$ = $\begin{bmatrix} \frac{٣}{٢} \\ \frac{٣}{٤} \\ ١ \end{bmatrix}$، وهو يحدد أقصى مستوى للنشاط بكمية ١٦٠، وحدة من س$_١$ (مركز اختناق ش$_٢$ هو المورد الثاني جـ$_٢$ حيث ١٢٠ ÷ $\frac{٣}{٤}$ = ١٦٠ وحدة من س$_١$) وكذلك الأمر نجد ش$_٣$ = $\begin{bmatrix} ١ \\ ١ \\ ٢ \end{bmatrix}$ حيث أقصى مستوى يساوي ١١٥ وحدة من س$_١$ كما تتحدد بمركز الاختناق في النشاط وهو جـ$_٣$. أما ش$_٤$ فهو النشاط الوحيد لإنتاج س$_٢$ وما زال على ما كان عليه في المثال السابق.

وإذا اعتبرنا أن وحدة النشاط هي كمية المدخلات اللازمة لإنتاج وحدة من المخرجات، أي أن وحدة ش$_١$ = كمية الموارد اللازمة لإنتاج وحدة من س$_١$،

وحده ش$_٢$ = كمية الموارد اللازمة لإنتاج وحدة من س$_١$ ، وحدة ش$_٣$ = كمية الموارد اللازمة لإنتاج وحدة من س$_١$. وهكذا ، فإن ربحية وحدة النشاط تعادل ربحية وحدة المخرجات التي اتخذت كأساس لقياس مستوى (حجم) النشاط. وحيث الأنشطة الثلاثة الأولى تنتج نفس المنتج الذي يحقق ربحية مباشرة على الوحدة (من س$_١$) قدرها ٦ جنيه (كما في المثال السابق) فإن الأنشطة الثلاثة تكون متعادلة في الربحية بالنسبة لوحدة النشاط ، غير أنها مختلفة في الحد الأقصى للمستوى الذي يمكن أن يبلغه النشاط طبقاً لاختلاف نسب المزج من المدخلات المشتركة من الموارد الثابتة. والواقع أن بلوغ أي نشاط للحد الأقصى لمستواه في المثال بعاليه يعني عدم إمكانية قيام الأنشطة الأخرى حيث يكون ذلك قد أدى إلى استنفاد أحد الموارد اللازمة لتلك الأنشطة. فبلوغ ش$_٢$ مثلاً للحد الأقصى لمستواه والذي يساوي ١٦٠ وحدة من س$_١$ يؤدي إلى استنفاد المورد الثاني (جـ$_٢$) في إنتاج س$_١$ بهذا النشاط ولا يمكن إنتاج س$_١$ بأي من الأنشطة الأخرى بالإضافة إلى عدم إمكانية إنتاج س$_٢$ بالنشاط ش$_٤$.

ويترتب على ما تقدم أن المستوى الأمثل للنشاط ليس من الضروري أن يكون متمثلاً في الحد الأقصى. والواقع أن تعدد الأنشطة في إنتاج س$_١$ في مثالنا الجاري يمكن من اختيار المزيج الملائم من مستويات الأنشطة ليحقق أقصى حصيلة لربحيتها المباشرة بصفة مجتمعة في جميع المنتجات. فإذا قمنا بحل هذه المشكلة موضوع المثال (تم حلها بالبرمجة الخطية، أحد مواضيع الباب الثاني من هذا الكتاب) باختيار مزيج مستويات الأنشطة الذي يحقق أقصى حصيلة للربحية المباشرة فسوف نجد أن أقصى حصيلة يبلغ قدرها ١٢٨٠ جنيه . ويمكن أن يتحقق ذلك بأحد مزيجين من مستويات الأنشطة هي كالآتي:

البديل الأول

	المستوى	وحدة القياس	حصيلة الربحية للوحدة	حصيلة الربحية للنشاط
			جنيه	جنيه
ش$_1$	١٧٦ $\frac{2}{3}$	س$_1$	٦	١٠٦٠
ش$_2$	٢٠	س$_1$	٦	١٢٠
ش$_3$	١٦ $\frac{2}{3}$	س$_1$	٦	١٠٠
مجموع مخرجات النشاط	٢١٣ $\frac{1}{3}$	س$_1$		١٢٨٠

البديل الثاني

النشاط	المستوى	وحدة القياس	حصيلة الربحية للوحدة	حصيلة الربحية للنشاط
			جنيه	جنيه
ش$_1$	١٦٠	س$_1$	٦	٩٦٠
ش$_2$	٢٠	س$_1$	٦	١٢٠
ش$_4$	٥٠	س$_2$	٤	٢٠٠
مجموع مخرجات النشاط	١٨٠	س$_1$	٦	١٠٨٠
	٥٠	س$_2$	٤	٢٠٠
				١٢٨٠

ويلاحظ من كلتا البديلين أن أي من الأنشطة الأربعة لم يبلغ مستواه الأقصى الذي يمكن التوصل إليه بالموارد المتاحة إذا انتفى وجود الأنشطة الأخرى. فالبديل الأول مثلاً يسمح بالتخصص في إنتاج السلعة س$_1$ بحجم إنتاج كلي يساوي ٢١٣ $\frac{1}{3}$ وحدة منها. ويتم إنتاج هذا الحجم باستغلال الأنشطة الثلاثة ش$_1$ وش$_2$ وش$_3$ بمستويات متباينة، وتقل عن أقصى المستويات الممكن التوصل إليها في كل منها. فأقصى مستوى للنشاط ش$_1$ يتحدد بالمتاح من المورد جـ$_1$ بمقدار ٢٠٠ وحدة نشاط (تساوي ٢٠٠ وحدة من س$_1$) ورغم ذلك فالحجم الأمثل لهذا النشاط هو ١٧٦ $\frac{2}{3}$ وحدة فقط ليتيح استغلال النشاطين ش$_2$، ش$_3$، عند حجميها الأمثلين بالموارد المتاحة المشتركة في الأنشطة الثلاثة. كما أن البديل الثاني يسمح بإنتاج س$_1$ بالنشاطين ش$_1$ وش$_2$ وإنتاج س$_2$ بالنشاط ش$_4$، دون الوصول بأي من الأنشطة الثلاثة إلى أقصى مستوياتها.

ومن الواضح أن ربحية الأنشطة تعطي بعداً جديداً لإمكانية رفع كفاءة

استغلال الموارد المتاحة عن طريق الاحلال فيما بينها لتحقيق نفس الهدف أو إنتاج نفس السلعة أو الخدمة. فالنشاط ش$_{٢}$ مثلاً يؤدي إلى توفير نصف ساعة / وحدة منتج من المورد جـ$_{١}$ مقابل استنفاد ربع ساعة / وحدة منتج إضافية من المورد جـ$_{٢}$. وبالتالي فإذا كانت ندرة المورد جـ$_{١}$ تحدد مستوى النشاط ش$_{١}$ بمقدار ٢٠٠ وحدة من س$_{١}$ فإن استخدام النشاطين ش$_{١}$ وش$_{٢}$ معاً يمكنان من زيادة حجم إنتاج س$_{١}$ من ٢٠٠ وحدة إلى $\frac{٢}{٣}$ ٢١٠ وحدة (يتم الوصول لذلك بافتراض ش$_{٣}$ = صفر وش$_{٤}$ = صفر وتجاهل جـ$_{٣}$ الذي يمثل مركز اختناق النشاطين الذين تم تجاهلهما. وحل المعادلتين:

٢ ش$_{١}$ + $١\frac{١}{٢}$ ش$_{٢}$ = ٤٠٠ ،
$\frac{١}{٢}$ ش$_{١}$ + $\frac{٣}{٤}$ ش$_{٢}$ = ١٢٠

أنيا لنجد أن: ش$_{١}$ = ١٦٠ وحدة من س$_{١}$ وش$_{٢}$ = $\frac{٢}{٣}$ ٥٠ وحدة من س$_{١}$) كما أن استخدام الأنشطة الثلاثة في إنتاج س$_{١}$ يؤدي إلى زيادة حجم إنتاجها بالموارد المتاحة، في حالة التخصص فيها، إلى $\frac{٢}{٣}$ ٢١٣ وحدة. (يتم الوصول لذلك بافتراض مستوى ش$_{٤}$ = صفر وحل المعادلات الثلاث التالية آنياً.

٢ ش$_{١}$ + $١\frac{١}{٢}$ ش$_{٢}$ + ش$_{٣}$ = ٤٠٠ (١)
$\frac{١}{٢}$ ش$_{١}$ + $\frac{٣}{٤}$ ش$_{٢}$ + ش$_{٣}$ = ١٢٠ (٢)
ش$_{١}$ + ش$_{٢}$ + ٢ش$_{٣}$ = ٢٣٠ (٣)

فبضرب (٢) × ٢ وطرحها جبريا من (١) نحصل على:

ش$_{١}$ - ش$_{٣}$ = ١٦٠ (٤) ← محصلة (١) و(٢)

وبضرب (١) × ٢ وضرب (٣) × ٣ وطرح (٣) جبريا من (١) **نحصل على.**

ش$_{١}$ - ٤ش$_{٣}$ = ١١٠ (٥) ← محصلة (١) و(٣)

وبضرب (٥) × (-١) وإضافتها جبريا إلى (٤) نحصل على:

٣ش$_{٣}$ = ٥٠ (٦)

ومن (٦) نجد أن $ش_٣$ = $\frac{٢}{٣}$ ١٦ وحدة من $س_١$

ومن (٤) و(٦) نجد أن $ش_١$ = ١٦٠ + $\frac{٢}{٣}$ ١٦ = $\frac{٢}{٣}$ ١٧٦ وحدة من $س_١$

ومن (٣) و(٤) و(٦) نجد أن $ش_٢$ = ٢٠ وحدة من $س_١$)

وإذا كانت ربحية الموارد في المنتجات تحقق الكفاءة في استغلال الموارد عن طريق رابطة الندرة والمنفعة، فإن ربحية الأنشطة تدعم كفاءة استغلال الموارد عن طريق تقصي بدائل الاحلال فيما بينها لتحقيق ذات الأهداف. وبالتالي فكلا المفهومان يتكاملان ويتآزران في رفع كفاءة استغلال الموارد النادرة المتاحة.

٣.١.٢ . ربحية الموارد في الوظائف:

تقوم المنظمات والتنظيمات الاقتصادية على تكامل وتعاون وتناسق العديد من الوظائف في سبيل تحقيق أهدافها. وتندرج هذه الوظائف تحت مجموعات أو أقسام نوعية على حسب طبيعتها أو الهدف منها. فنجد مثلاً أن وظائف الإنتاج والتسويق والتمويل تمثل مجموعات أساسية في معظم المنظمات الاقتصادية. وتعد كل مجموعة من هذه الوظائف مجالاً واسعاً من مجالات الأنشطة الاقتصادية بمفهومها الدقيق الذي تعرضنا له بعاليه. فوظائف الإنتاج تنطوي على كل ما يؤدي إلى إضافة منفعة تشكيلية من أنشطة إنتاجية متعددة عن طريق تحويل تدفق معين من المدخلات إلى تدفق أكثر نفعاً من المخرجات باستخدام أو استغلال الموارد الاقتصادية المتاحة. وهي بذلك في أي منظمة قد تنطوي على عدد كبير من الأنشطة البديلة أو المتكاملة أو كلاهما. وتنطوي وظائف التسويق على كل الأنشطة التي تؤدي إلى إضافة منفعة المكان بالنسبة للمدخلات بتوفيرها للإنتاج في موقع الحاجة إليها وبالنسبة للمخرجات بتوفيرها للبيع والتوزيع في أماكن الطلب عليها. كما تنطوي وظائف التمويل على كل الأنشطة المؤدية إلى توفير الأدوات المالية اللازمة لقيام الوظائف الأخرى واستمرارها في ظل نظام التبادل النقدي الآجل والعاجل.

وبناء على ما تقدم نجد أن ربحية الموارد في الوظائف هي مفهوم تجميعي لكل من ربحية الموارد في المنتجات التي تمثل مخرجات هذه الوظائف ممتزجة مع ربحية الأنشطة التي يتم استخدامها في إنتاج كل من هذه المنتجات. وهي بالتالي مفهوم اجمالي لعدد من العناصر التحليلية كما تنعكس آثارها في محصلة تفاعلها. ولذلك فهي كمفهوم منفرد لا تصلح لكفالة كفاءة استغلال الموارد المتاحة في الأنشطة والمنتجات، لما قد يترتب على عملية التجميع من مقاصة بين آثار عدم كفاءة بعض الأنشطة مع نتائج كفاءة بعض الأنشطة الأخرى، وكذلك بين المنتجات. ورغم ذلك فهي تعد مقياساً هاماً للكفاءة النسبية للوظائف الإنتاجية بصفة اجمالية. ذلك خاصة في حالة عدم إمكانية قياس الكفاءة التحليلية للموارد في المنتجات والأنشطة أو في حالة ثبات مزيج المنتجات الواجب إنتاجها ومزيج الأنشطة الممكن استخدامها.

وتقاس ربحية الوظيفة من وجهة النظر الاقتصادية الاجتماعية بقيمتها المضافة منسوبة إلى قيمة المستنفد في أدائها من خدمات عوامل الإنتاج. وتقاس ربحية الوظيفة من وجهة النظر المحاسبية بمقدار زيادة ايراداتها على تكاليفها المتغيرة منسوباً إلى قيمة الموارد الرأسمالية المستثمرة فيها.

وسواء كان الأمر يتعلق بقياس ربحية الوظيفة من وجهة النظر الاقتصادية الاجتماعية، أو من وجهة النظر المحاسبية، فان مشكلة تخصيص القيمة المضافة أو الإيرادات على الوظائف المتكاملة تعتبر من المشاكل العويصة. فكيف يتم تخصيص حصيلة بيع المنتجات مثلاً على وظائف الانتاج والتسويق والتمويل التي تضافرت في تحقيقها بصورة عادلة تعكس المساهمات الحقيقية لكل من هذه الوظائف في تحقيق الحصيلة؟ ويلجأ المحاسبون في هذا الصدد لعديد من الطرق التحكمية والتي لا يمكن لأي منها أن يحقق العدالة المنشودة اقتصادياً (طرق تخصيص التكاليف المشتركة على المنتجات المنفصلة في مشكلة المنتجات المتصلة مثلاً).

٣ ـ المتغيرات البيئية وتعدد الأهداف في الحياة الواقعية:

تعتبر مفاهيم الربح والربحية من مشتقات النظرية الاقتصادية التي تتطلب توافر افتراضات غير عملية، وان كانت منطقية، لأحسان استغلال الموارد الاقتصادية. وحيث يتم مزاولة جميع أوجه النشاط الاقتصادي عملاً عن طريق وحدات ومنظمات اقتصادية تعمل في بيئة حافلة بتضارب المصالح، وسيطرة النزعة الأنانية في تحقيق المصالح الذاتية، وفي ظل غياب يد السوق الخفية، فان الأهداف التي تسعى تلك المنظمات والوحدات إلى تحقيقها أصبحت متعددة ومتباينة. ذلك على الأخص في ظل كبر حجم هذه الوحدات والمنظمات وتعدد أغراضها وأوجه نشاطها وانفصال الادارة عن الملكية. ففي ظل هذه الظروف، يبدو من دراسات الباحثين وفكر المفكرين، أن للادارة أهدافاً، وللملاك أهدافاً، ولغيرهم من الفئات ذات العلاقات بالوحدة الاقتصادية أهدافاً، كما أن للمجتمع أهدافاً، والكل لا يتسق مع الأجزاء.

٣ ـ ١. أهداف الملاك:

تنعكس مصالح الملاك، في ظل انفصال الادارة عن الملكية، في القيمة السوقية لحصص الملكية بالاضافة إلى ما يعود عليهم من أرباح (محاسبية) في صورة توزيعات نقدية أو عينية، وفي مدى استمرارية اتجاه كلاهما الايجابية. وبذلك يكون هدف تقصية الأرباح المحاسبية متوافقاً مع أهداف أصحاب حقوق الملكية. غير أن هذا الهدف في حد ذاته قد يتعارض مع الكفاءة الاقتصادية لاستغلال الموارد النادرة من وجهة النظر الاقتصادية ما لم يكن محققاً عن طريق محصلة مفاهيم الربحية. فمفاهيم الربحية تنصب على الموارد في انتاجيتها الانفرادية أو التعاونية، بصرف النظر عن مصدر تمويلها أو ملكيتها. أما الأرباح المحاسبية فهي محصلة المقاصة بين الإيرادات التي هي نتاج الموارد الكلية، والمصروفات التي تنطوي على مدفوعات مقابل خدمات موارد اقتصادية قد لا تتناسب مع كفاءتها

أو إنتاجيتها الحقيقية. وبذلك قد لا تكون الأرباح المحاسبية مؤشراً صحيحاً لكفاءة استغلال الموارد الاقتصادية في أوجه النشاط البديلة المتاحة لها في فرص الاستغلال التي تم تخصيصها لها.

٣ ـ ٢ . أهداف الادارة:

تقوم الدراسات الحديثة على أساس أن مصلحة الادارة، كطرف من الأطراف العاملة في تخصيص واستغلال الموارد الاقتصادية، بصفة مستقلة عن ملاكها، تتحقق عن طريق تقصية المنافع التي تعود عليها من اداء وظيفتها. وأن هذه المنافع هي التي تحدد مدى كفاءة الإدارة في أداء وظائفها من وجهة نظرها، وتؤثر بالتالي في كفاءة استغلال الموارد الاقتصادية الموكل لها إدارتها والتصرف فيها. وتتأثر منافع الادارة أو مصالحها في الوحدة الاقتصادية بعدد من العوامل والمتغيرات منها: مقدار ما تحصل عليه الادارة من عوائد نقدية أو عينية في صورة مرتبات وأجور ومكافآت وخلافه، ومدى السلطة الممنوحة للادارة في التصرف في الموارد الموكل لها التصرف فيها، ومقدار ونوعية الموارد المادية والبشرية التي تقع تحت سيطرة الادارة وتوجيهها وتصرفها. ومن الواضح أن هذه المتغيرات تتأثر بخصائص ومواصفات أو متغيرات أخرى قد لا تؤدي بطريق مباشر أو غير مباشر إلى تقصية الأرباح المحاسبية أو حصيلة الربحية. فلا شك أن العوائد النقدية والعينية التي تحصل عليها الادارة ترتبط بحجم المشروع أو الوحدة الاقتصادية بعلاقة طردية، ومن ثم نجد أن نمو الوحدة كما ينعكس في أصولها ومواردها البشرية وحجم مبيعاتها قد يعتبر هدفاً من أهداف الادارة بصرف النظر عن معدل الأرباح أو حصيلة الربحية.

وبناء على ذلك يرى العديد من الكتاب والباحثون أن أهداف النمو واضطراد كبر حجم المشروع تعتبر ذات أهمية في أهداف الادارة التي تحقق لها مستوى مرغوبا من المنافع والرضا واشباع الذات.

ويرتبط هدف النمو واضطراد كبر حجم المشروع بسابقة امكانية بقاء المشروع واستمراره في المدى الطويل. فلا شك لن يستطيع المشروع النمو ما لم يستطيع البقاء والاستمرار أولاً لكي ينمو بما يحقق رغبة الادارة.

٣ ـ ٣ . البقاء والاستمرار والمسئولية الاجتماعية:ـ

يتضح اهتمام الادارة في الوقت الحاضر بأهداف البقاء والاستمرار من اهتمامها المتزايد بمسؤولية المشروع الاجتماعية. فقد ترتب على نمو وكبر حجم المشروعات وضوح عديد من العلاقات الاقتصادية والاجتماعية والبيئية الهامة بين المشروع والمجتمع والبيئة التي يعمل في ظلها. وقد كانت هذه العلاقات غير واضحة في ظل المشروعات الصغيرة لضآلة تأثيرها فيها. أما في ظل المشروعات كبيرة الحجم فان الآثار التجميعية لهذه العلاقات أصبحت واضحة. فقد ترتب على كبر حجم المشروعات أن ازداد عدد المستفيدين منها من فئات المجتمع المختلفة من ناحية، كما زادت سيطرة المشروع واستغلاله لجزء هام من موارد المجتمع الاقتصادية والبيئية من ناحية أخرى.

فالمشروع الصغير الذي يعمل فيه مائة عامل مثلاً لن يؤدي إلى أثار تذكر في سوق العمالة إذا ما تم تصفيته، بينما المشروع الكبير الذي يعمل فيه عشرة آلاف عامل لا شك سوف يثير ضجة كبرى في سوق العمالة إذا ترتب على فشله عدم إمكانية استمراره وضرورة تصفيته. كما أن المشروع الصغير قد يؤدي إلى تلوث البيئة الطبيعية المحيطة به بمعدلات يمكن اهمالها، بينما المشروع الكبير لو أدى إلى تلوث البيئة الطبيعية بنفس معدلات المشروع الصغير لكانت الآثار التراكمية لها غير مقبولة.

ولذلك نرى أن الاتجاه الحديث في تخطيط أهداف المشروعات ينطوي بالاضافة إلى أهداف الادارة والملاك على تحقيق مساهمات في توفير فرص العمالة، والخدمات اللازمة للمشروع وعاملية، والحفاظ على البيئة من التلوث غير المقبول،

والتعاون مع أجهزة الدولة في التغلب على المشاكل الاقتصادية والاجتماعية، وزيادة الاستثمارات في تعليم وتدريب واستمرار تعليم الموارد البشرية، والعمل على ارضاء الرأي العام الاجتماعي بشتى الطرق والوسائل، منعاً لتدخل الحكومة لرعاية المصالح الاجتماعية التي قد تضار لو استمر المشروع دون أن يأخذ تحقيق هذه المصالح في الاعتبار.

٤ ـ ملائمة الأهداف لتعدد المصالح وتضاربها:

يتضح مما تقدم أن هدف الملاك قد يتعارض مع مصالح الإدارة، كما قد تتعارض أهداف كل من باقي الأطراف ذوي المصالح في المشروع ومع أهداف المجتمع. وإذا كان للمشروع الكبير أن يبقى ويستمر وينمو في ظل الظروف العصرية الراهنة السابق توضيحها في الفصل الأول فيصبح من اللازم التوصل إلى مزيج من الأهداف غير الانفرادية التي ترضي جميع الأطراف المعنية وتحقق مصالح المجتمع ولو بصفة جزئية. وليس من الضروري أن يترتب على ذلك سوء استغلال أو تخصيص للموارد الاقتصادية، إذا ما تم التوفيق بين الأهداف في ضوء ضرورة تقصية ربحية هذه الموارد الاجتماعية بمعنى كفاءتها الانتاجية إلى أقصى ما يمكن في فرص الاستخدام التي خصصت لها في الفترة القصيرة، وتخصيصها أو اعادة تخصيصها إلى أفضل الفرص انتاجية من وجهة النظر الاجتماعية في المدى الطويل.

٥ ـ أهداف المشروعات العامة والمؤسسات غير الهادفة للربح:

المشروعات العامة هي التي تنتج سلعاً وخدماتاً عامة لاشباع حاجات جميع افراد المجتمع على حد سواء دون أن تهدف إلى تحقيق أرباح محاسبية خاصة على أي من مصادر تمويلها. وعادة ما تكون هذه المشروعات مملوكة للدولة ملكية عامة ويتم تمويلها من مواردها السيادية والاقتصادية. ورغم أن المشروعات العامة

وكذلك المؤسسات غير الهادفة للربح لا تقوم بقصد تحقيق عائد خاص على الموارد المتاحة لها، فإنها تقوم بقصد توفير سلع وخدمات اقتصادية ذات منفعة وقيمة اجتماعية. ولا شك في أن الاستغلال الأمثل للموارد التي يتم تخصيصها لهذه المشروعات يؤدي إلى رفع مستوى الرفاهية الاجتماعية العامة عن طريق زيادة المنفعة ومن ثم القيمة الاجتماعية للسلع والخدمات التي تنتجها أو توفرها.

والمفروض أن يتم تخصيص الموارد للمشروعات العامة بناء على دراسة تحليلية للتكاليف الاقتصادية الاجتماعية والمنافع الاقتصادية الاجتماعية التي تترتب على هذا التخصيص. فاذا كانت القيمة الحالية للمنافع الاقتصادية والاجتماعية للموارد التي المترتبة عن المشروع العام تزيد عن القيمة الحالية للتكاليف الاقتصادية والاجتماعية للموارد التي يستنفدها في سبيل تحقيق هذه المنافع، ولم تكن هناك قيود أخرى تنبثق من حدود حجم الانفاق المتاح، فان التخصيص يصبح واجباً من وجهة النظر الاجتماعية. أما إذا كان حجم الانفاق العام لا يمكن من تخصيص الموارد اللازمة للقيام بكل المشروعات العامة التي تزيد منافعها الاجتماعية عند تكاليفها الاجتماعية، فان معيار الربحية الاجتماعية يصبح هو الأساس في التخصيص والاختيار من بين المشروعات البديلة.

★ ★ ★

الفصل الرابع
في مفهوم الموازنات التخطيطية وأنواعها وأجراءاتها

١ ـ مقدمة:

النشاط الاقتصادي بطبيعته هادف، أي أنه يتجه إلى تحقيق أهداف معينة ومحددة. وتتعدد الوسائل والطرق التي يمكن للنشاط الاقتصادي أن يسلكها للتوصل إلى الهدف، كما تتنوع الأساليب التي يمكن له أن ينتهجها في هذا الصدد. ومن ثم ظهرت الحاجة إلى معايير للمفاضلة بين الوسائل والأساليب والطرق البديلة التي تؤدي إلى نفس الهدف. والغرض من المفاضلة أساساً هو التوصل إلى أفضل الوسائل والأساليب الممكنة في ظل الظروف المتاحة للتوصل إلى الهدف بأقل تكاليف «اقتصادية» ممكنة.

غير أن الأهداف في الواقع غالباً ما لا تكون محددة بطبيعتها، بل يلزم الأمر ايضاً اجراء مفاضلة بين العديد من الأهداف لرسم برنامج الأولوية لتحقيقها. وهذا بالضرورة لقصور الوسائل والامكانيات المتاحة عن امكانية تحقيق كل الأهداف طفرة واحدة، والا ما نشأت الحاجة للمفاضلة أصلاً، ولأصبحت هذه الوسائل والامكانيات المتاحة غير ذات أهمية اقتصادية. وذلك لافتقادها لخاصية الندرة الاقتصادية التي تستمد منها قيمتها.

فكل نشاط اذن يسعى إلى تحقيق هدف، ولتحقيق الهدف فهو يلجأ إلى

الوسائل المتاحة للتوصل إليه، ويفاضل بينها طبقاً لمعايير معينة، ويختار من الوسائل المتاحة ما يمكن من تحقيق الهدف بأقل تكاليف (أو آلام) ممكنة. وهذا يعني في واقع الأمر وضع خطة أو برنامج لتحقيق الهدف المرغوب. ويهدف هذا الفصل إلى بيان طبيعة الموازنات التخطيطية والهدف من اعدادها والأنواع المختلفة لها، ثم نختم الفصل بفكرة مختصرة عن اجراءات الموازنة التخطيطية.

٢ ـ ماهية الموازنة التخطيطية والهدف من إعدادها:

حيث النشاط الاقتصادي بطبيعته هادف، وحيث الأهداف عادة ما تكون مستقبلية، فإن وضع خطة (أو برنامج) لتحقيق الأهداف يصبح من المسلمات المنطقية. ولا يعني ذلك بالضرورة أن تكون الخطة (أو البرنامج) مكتوبة. فكل تصرفاتنا اليومية في الواقع تمثل خططاً أو براجاً لتحقيق أهداف معينة، باتباع وسائل محددة نتوصل إليها عن طريق المفاضلة بين كل الوسائل والأساليب التي تتوارد إلى أذهاننا. فالذهاب من المنزل إلى مقر العمل يمثل هدفاً يومياً لكل منا، ويمكن تحقيقه باتباع أحد عدة وسائل ممكنة كالسير على الأقدام أو باستخدام المواصلات العامة، أو الالتجاء إلى المواصلات الخاصة أو أي خليط من هذه الوسائل (كأن نسير جزء من المسافة على الأقدام ثم نلجأ إلى المواصلات العامة). ولا شك أن كل منا يقوم بالمفاضلة بين هذه الوسائل بصورة أو بأخرى من حيث تكلفة كل منها (بما فيها الآلام الناتجة عن كل منها) وامكانيات مواردنا المتاحة (بما فيها القدرة على السير). ولما كانت تصرفاتنا اليومية تتكرر على نفس النمط تقريباً لمرات عديدة ولفترات طويلة تجعل منها تصرفات «روتينية» لا تحتاج إلى تفكير فان البرنامج (أو الخطة) الخاص بادائها يصبح «روتين» ينفذه العقل الباطن دون ما نعي اننا نقوم فعلاً بتنفيذ خطة أو برنامج مرسوم لتحقيق هدف معين.

ولنتصور الآن أن أحدنا اضطر فجأة إلى السفر إلى أسوان لقضاء مهمة معينة

(لحسابه وعلى حسابه الخاص). ففي هذه الحالة قطعاً سنضطر إلى محاولة تحديد الوسائل التي يمكن استخدامها للتوصل إلى الهدف (طرق المواصلات المختلفة إلى أسوان) وتكلفة كل منها (مادياً ومعنوياً) وامكانياتنا المتاحة للوصول إلى الهدف (الوقت، والموارد المالية، والحالة الصحية) بصورة صريحة قد تستدعي رسم خطة مكتوبة. ولا شك اننا في هذه الحالة سنعي تماماً أننا نقوم برسم برنامج للسفر إلى أسوان لقضاء مهمة معينة (الهدف من السفر). والسبب في أننا نعي العملية التخطيطية اللازمة للسفر إلى أسوان ولا نعي العملية التخطيطية التي تقوم عليها تصرفاتنا اليومية أن الأولى من وجهة نظرنا لم تصبح روتينية بعد (لم يتعود العقل الباطن على تنفيذها) بينما الثانية أصبحت في حكم الروتين.

وسواء كانت الخطة روتينية أو غير روتينية فانها تتعلق بتحقيق هدف في المستقبل بالنسبة للنقطة الزمنية التي يتم وضعها فيها. فرسم خطة الذهاب إلى مقر العمل يجب أن تتم قبل مغادرة المنزل والا وجدنا أنفسنا في أماكن قد لا نحلم بها (لأننا سنغادر المنزل ونسير بدون هدف) دون أن نصل إلى مقر العمل. كما أن خطة الذهاب إلى أسوان لا بد وأن تتم قبل البدىء في الرحلة والا لما أمكننا القول أننا ذاهبون إلى أسوان. وحيث أن الخطة تتعلق بهدف في المستقبل فان عملية تنفيذها لا يمكن التأكد منها على وجه الدقة وذلك لعدم امكانية التنبؤ بما قد يقع من أحداث غير منتظرة في المستقبل. فقد يكون روتين الذهاب إلى مقر العمل يقضي بركوب «أتوبيس» من المندرة إلى محطة الرمل ثم الذهاب إلى مقر العمل سيراً على الأقدام. وتكلفة هذا الروتين قد تحددت بعشرة قروش مثلاً زائداً عشر دقائق سيراً على الأقدام. لكن يوم يحدث أن يتعطل الأتوبيس في الطريق فجأة، ففي هذه الحالة نجد أن الروتين ينقطع ونلجأ إلى رسم خطة جديدة للتوصل إلى الهدف. قد ننتظر الأتوبيس التالي إذا لم يترتب على ذلك تأخير عن موعد العمل. قد نلجأ إلى ركوب «تاكسي» حتى نصل في الموعد المحدد للعمل وهكذا... ويترتب على ذلك باختصار أنه سواء كانت الخطة روتينية أو غير

روتينية فانة لا يمكن الجذم مقدماً عن امكانية الالتزام بها وذلك لأنها تتعلق بأهداف مستقبلية والمستقبل لا يمكن التنبؤ به على وجه الدقة.

٢ ـ ١ ـ تعريف الموازنة التخطيطية:

مما سبق يمكننا تعريف الموازنة التخطيطية بالآتي:

الموازنة التخطيطية هي خطة (أو برنامج) للعمل في فترة مستقبلة، تهدف إلى تنظيم وتنسيق أوجه النشاط الاقتصادي لوحدة اقتصادية معينة، في حدود الموارد البشرية والمادية والمالية المتاحة، بحيث يمكن تحقيق أفضل النتائج فيما يتعلق بتحقيق الأهداف المرغوبة والمحددة مقدماً، باستخدام أفضل الوسائل والأساليب والطرق التي توصل إلى هذه الأهداف.

فالموازنة التخطيطية خطة للعمل في فترة مستقبلة، حيث أنها تمثل ما استقر عليه الرأي فيما يتعلق بما يمكن اتباعه من أساليب وطرق ووسائل، وما يمكن الاهتداء به من معايير وأسس ومبادىء، للتوصل إلى أهداف محددة وواضحة، باستخدام ما يتوقع توافره من موارد اقتصادية في تلك الفترة.

وهي تهدف عن طريق الاجراءات والأساليب والأنشطة اللازمة لاعدادها إلى التنسيق بين الأساليب والطرق والوسائل الممكن اتباعها، والموارد البشرية والمادية والمالية المتاحة، عن طريق الاسترشاد بمعايير الاداء المتفق عليها، والتي تستند إلى الأسس والمبادىء الاقتصادية الراجحة، بحيث يتحقق أفضل استغلال للموارد باتباع أفضل الوسائل والأساليب. وتحدد الموارد البشرية والمادية المتاحة كل من الأهداف الممكن تحقيقها، كما سبق وتبينا، وكذلك الطرق والوسائل والأساليب الممكن اتباعها بصدد تحقيق الأهداف. ومن ثم فإن الأهداف المرجو تحقيقها والتي يتم وضعها مقدماً لا بد وأن تتلاءم مع قدرة الامكانيات المنتظر توافرها وكفاءة الطرق والأساليب والوسائل التي يمكن استخدامها.

٢ ـ ٢ ـ أهداف الموازنة التخطيطية:

إن مجرد التفكير في المستقبل لا شك يساعد في استيعاب الحاضر وزيادة تفهمه. ويأتي هذا الاستيعاب والتفهم عن طريـق الربـط بين مـا يحدث في الحاضر وما يمكن أن يحدث في المستقبل من تصرفات.

ويمكننا القول بصفة عامة ان الغالبية العظمى من القرارات التي تتعلق بأحداث الحاضر تقوم إلى جانب كبير منها على معلومات متعلقة بأحداث وقعت في الماضي وغالباً ما يستمر أثرها لفترة ما في المستقبل. فالحاضر ما هو الا مقطع زمني قصير يفصل بين الماضي والمستقبل مع الاختلاف في درجة التأكد التي تلازم كل. فالماضي يمكن معرفته على وجه التحديد لأنه أصبح من قبيل التاريخ. وتتوقف درجة الدقة في التعرف على ما وقع في الماضي على أمانة المؤرخ والتزامه بالموضوعية في تدوين الأحداث. أما الحاضر فنحن نعيش فيه بكل ظـروفـه وامكـانيـاتـه. وتتوقف درجة معرفتنا للحاضر على مقدرتنا الاطلاعية والاستيعابية والتحليلية وعلى مقدار المعلومات المتوفرة عن الظروف المحيطة بنا وعلى المدى الزمني الذي نعتبره حاضراً. أما المستقبل فما زال في علم الغيب وبالتالي لا يمكن التأكد عما سيحتويه من ظروف قد تؤثر في القليل أو الكثير فيما ينتظر وقوعه من أحداث. ولكن هذا لا يعني قطعا عدم جدوى التفكير في المستقبل، لأنه كما سبق القول عملية استمرار للحاضر بما يتخذ فيه من قرارات وما يقع فيه من أحداث. ويترتب على ذلك أن التفكير فيما يمكن حدوثه في المستقبل، رغم عدم التأكد من احتمالات حدوثه، لا شك ينير الطريق لحسن التصرف في الحاضر بما ينفق مع سلامة الاستمرار في المستقبل. فما نرغب في تحقيقه من أهداف في المستقبل في ظل ظروف نحن لا نعلمها بالتحديد لا بد وأنـه يلعـب دوراً هـامـاً في تحديـد تصرفاتنا في الحاضر.

والموازنة التخطيطية بكونها برنامجاً للعمل لفترة مقبلة قد تكون في الواقع

امتداداً لبرنامج العمل في الفترة الماضية بعد تعديله بما تم اكتسابه من خبرة في الماضي، وباحتمالات عدم التأكد عما قد يتوافر من ظروف في المستقبل. وبالتالي فإن الموازنة التخطيطية تهدف إلى:

أ ـ التنسيق بين الأهداف المرجو تحقيقها والقرارات التي يتم اتخاذها في الحاضر على ضوء ما يتوافر من خبرة أبرزتها في هذا المجال أحداث الماضي وما يحتمل توافره من ظروف في المستقبل. والتنسيق في هذا المجال ليس هدفاً في حد ذاته وإنما هو وسيلة لتحقيق هدف الاستمرار (في العملية الانتاجية) بصورة أكثر كفاءة أو أكثر ملائمة في المستقبل.

ب ـ عندما يصبح المستقبل في حكم التاريخ فلا شك أن قيمة الخبرة المكتسبة في هذا المجال تتوقف على امكانية مقارنة النتائج المحققة بالخطط التي كانت مستهدفة وتحليل الانحرافات وتقصى أسبابها لمعرفة ما إذا كان من الممكن التحكم فيها أم أنها ترجع إلى أسباب لا يمكن السيطرة عليها. وهذا ما يسمى عادة بتحليل نتائج النشاط ويتم ذلك عن طريق:

١ ـ مقارنة النتائج المحققة بالأهداف المخططة.

٢ ـ مقارنة النتائج المحققة للفترة الحالية بما تحقق من نتائج في الفترات السابقة.

٣ ـ تحليل نتيجة المقارنات السابقة بغرض التقصي عن العوامل المختلفة التي كان لها أثر في اختلاف النتائج المحققة عن الأهداف المخططة.

٤ ـ تشخيص المشاكل ورسم السياسات على ضوء التحاليل والمقارنات السابقة.

وخلاصة القول أن الموازنة التخطيطية واجراءات اعدادها تهدف إلى التنسيق بين الأهداف بغرض استغلال الامكانيات المتاحة أفضل استغلال ممكن في سبيل تحقيق الأهداف. وهي بذلك تؤدي إلى توفير:

أ ـ خطة لتنسيق وتوجيه سير العمل.

ب ـ معيار لتقييم الاداء عن طريق تحليل نتائج النشاط.

٣ ـ أنواع الموازنات بصفة عامة والغرض من كل منها:

يتضح لنا من البند السابق أن الموازنات التخطيطية هي نتاج اجراءات وأنشطة هادفة لتحقيق غايات وأهداف مستقبلية في ضوء امكانيات وموارد متاحة أو متوقعة. غير أن الموازنات التخطيطية تختلف في فحواها ومحتواها طبقاً لأهم هذه المتغيرات والعوامل. وسوف نميز في هذا البند بين بعض أنواعها طبقاً لأهم هذه المتغيرات والعوامل كما يلي:

١ ـ طبقاً لمدى الفترة الزمنية التي تغطيها الموازنة التخطيطية.
٢ ـ طبقاً لطبيعة النشاط الاقتصادي الذي تغطيه الموازنة التخطيطية.
٣ ـ طبقاً لموضوع المعاملات التي تغطيها الموازنة التخطيطية.
٤ ـ طبقاً للوحدة المحاسبية التي يتم اعداد الموازنة التخطيطية لها.
٥ ـ طبقاً لمستوى النشاط الذي يتم اعداد الموازنة التخطيطية على أساسه.

٣ ـ ١ ـ مدى الفترة الزمنية التي تغطيها الموازنة التخطيطية:

تنقسم الموازنات التخطيطية من حيث مدى الفترة الزمنية التي تغطيها إلى:

أ ـ موازنات قصيرة الأجل — Short - run budgets.
ب ـ موازنات طويلة الأجل — Long - term budgets.
جـ ـ موازنات مستمرة — Continuous budgets.

وتغطي الموازنات قصيرة الأجل عادة فترة محاسبية واحدة، أي أنها تختص بتغطية نشاط الوحدة المحاسبية لفترة محاسبية (عادة سنة) مقبلة. ويكون الهدف منها أساساً رسم برنامج العمل خلال الفترة والرقابة على كفاءة تنفيذه، أي أنها اداة تخطيطية ورقابية معاً. كما يتم تقسيم الموازنات قصيرة الأجل عادة على مدار الفترة الزمنية التي تغطيها. فالموازنة السنوية مثلاً يتم تقسيها إلى موازنات ربع سنوية أو شهرية أو حتى أسبوعية إذا اقتضت الضرورة ذلك.

أما الموازنات طويلة الأجل فهي عادة ما تغطي فترة زمنية تزيد عن فترة محاسبية

واحدة، أي أنه يتم اعدادها لعدة سنوات في المستقبل، عادة ما تتراوح بين خمس وعشر سنوات. ويكون الهدف منها أساساً تخطيطي وليس رقابي، حيث تهدف إلى التنسيق بين الأهــداف والإمكــانيــات في المستقبــل في ضــوء الأهــداف والامكانيات في الحاضر وعلى أساس الخبرة المكتسبة في الماضي. كما يمكن تقسيم الموازنات طويلة الأجل إلى موازنات سنوية بحيث تصبح الموازنة قصيرة الأجل جزءاً من الموازنة طويلة الأجل.

هذا ويمكن بناء هيكل الموازنات التخطيطية بنوعيها السابقين أما على أساس مستمر أو على أساس نهائي. فالموازنة السنوية (قصيرة الأجل) على أساس مستمر تعني أنها تغطي سنة بصفة مستمرة. وبذلك يقتضي الأمر الامتداد بتاريخ نهاية الموازنة في المستقبل بما يعادل الزمن الذي تم انجازه منها. فإذا بدأ اعداد الموازنة من يناير إلى ديسمبر فانه في أول فبراير تصبح الموازنة من فبراير إلى يناير... وهكذا، ويؤدي استمرار الموازنة إلى ضرورة الاستمرار في عملية التخطيط في المستقبل وتعديل التقديرات الخاصة بالموازنة على ضوء الخبرات التي يتم اكتسابها أولاً بأول. وبالتالي تزداد فعالية الموازنة كأداة للتخطيط وكوسيلة للرقابة.

كما يمكن أن تكون الموازنات طويلة الأجل مستمرة أيضاً وذلك عن طريق الامتداد بها في المستقبل بنفس الطريقة. فكلما انقضت سنة منها امتد مداها إلى سنة أخرى في المستقبل.

أما الموازنات التي تعد على أساس نهائي فهي تغطي فترة زمنية محددة تنقضي بانقضائها ويحل محلها موازنة أخرى لنفس المدة. ولا شك أن الموازنات المستمرة تعتبر أفضل بكثير من الموازنات النهائية لأغراض التخطيط والرقابة. غير انها تتطلب نفقات أكثر في اعدادها لضرورة الاستمرار في عملية التخطيط. ولكن الفائدة التي تعود منها تكفي في الكثير من الأحيان لتبرير ما يتطلبه اعدادها من نفقات اضافية.

٣ ـ ٢ ـ طبيعة النشاط الاقتصادي الذي تغطيه الموازنة التخطيطية:[1]

يتصف النشاط الاقتصادي باحدى صفات ثلاث يترتب عليها تقسيمه إلى ثلاثة أنواع مميزة هي: الأنشطة الانتاجية والأنشطة الاستهلاكية والأنشطة الاستثمارية. ويمكن لأي وحدة اقتصادية مزاولة أي من الأنواع الثلاثة من الأنشطة سواء كان ذلك بصفة مستقلة أو في صورة مجتمعة. ويعتبر نشاطاً انتاجياً كل ما يتعلق بانتاج السلع والخدمات خلال فترة زمنية معينة، ويعتبر نشاطاً استهلاكياً كل ما يتعلق بالاستخدام النهائي للسلع والخدمات المنتجة خلال فترة زمنية معينة، ويعتبر نشاطاً استثمارياً كل ما يترتب عليه إضافة إلى صافي أصول الوحدة الاقتصادية خلال فترة زمنية معينة.

ويترتب على ذلك امكانية التمييز بين نوعين من الموازنات هي:

أ ـ موازنات العمليات الجارية Operating budgets.

ب ـ موازنات العمليات الرأسمالية Capital budgets.

وتختص موازنات العمليات الجارية بتخطيط الأنشطة الانتاجية للوحدة الاقتصادية بكل جوانبها من حيث الموارد الناتجة والاستخدمات اللازمة لها، والرقابة على هذه الأنشطة بما يكفل كفاءة استغلالها وادائها. وبذلك فان موازنات العمليات الجارية تغطي العناصر الآتية: موازنة المبيعات، موازنة مستلزمات الانتاج من مواد وأجور مباشرة ومصاريف صناعية غير مباشرة، موازنة المخزون وبرنامج الانتاج، وموازنة المصاريف البيعية والمصاريف الادارية، وحسابات النتيجة التقديرية، والموازنة النقدية (جزئياً) وقائمة الموارد والاستخدامات المالية الجارية.

هذا وتعد الموازنات المتعلقة بالعمليات الجارية أما للمدى القصير أو للمدى

---

(١) يختلف مفهوم النشاط الاقتصادي عن مفهوم النشاط بمعنى الفن الانتاجي السابق بيانه. فالنشاط الاقتصادي إذا كان انتاجياً مثلاً فهو يعبر عن حصيلة تدفق علاقات مجموع الفنون الانتاجية السائدة.

الطويل أو كلاهما، كما يمكن اعدادها على أساس مستمر أو على أساس نهائي.

وتختص الموازنات الرأسمالية برسم سياسة الوحدة الاستثمارية في كل من المدى القصير والمدى الطويل، ووضع برنامج الاستثمار وتخطيط كيفية تمويله والرقابة على تنفيذه طبقاً للخطة الموضوعة بالنسبة للوحدات الاقتصادية القائمة. وهي بهذا تشمل برنامج الاستثمار في الأصول المختلفة، وموازنة الموارد والاستخدامات الرأسمالية، والموازنة النقدية الخاصة بتنفيذ برنامج الاستثمار والميزانية العمومية التقديرية.

وعادة ما تكون الموازنات الرأسمالية طويلة الأجل ثم يتم تقسيمها إلى موازنات سنوية لأغراض متابعة عملية التنفيذ والرقابة عليها. ويمكن أن تكون الموازنات الرأسمالية مستمرة أو نهائية.

٣ ـ ٢ ـ موضوع المعاملات التي تغطيها الموازنة التخطيطية:

يمكن تقسيم المعاملات الاقتصادية من حيث موضوعها إلى معاملات متعلقة بالسلع والخدمات في صورتها العينية ومعاملات متعلقة بالحقوق والالتزامات المالية ومعاملات متعلقة بالنقدية. فالمعاملات العينية تتعلق بالانتاج الحقيقي وعوامل الانتاج الفعلية والمعاملات المالية هي التي يترتب عليها زيادة أو نقص في صافي الحقوق المالية. فالاقتراض من أحد البنوك مثلاً يترتب عليه زيادة في الالتزامات المالية ومن ثم نقص صافي الحقوق المالية. وسداد القروض يترتب عليه نقص في الالتزامات المالية ومن ثم زيادة صافي الحقوق المالية. أما المعاملات النقدية فهي التي يترتب عليها دفع أو تحصيل نقدية. ولا تعني التفرقة بين هذه الأنواع الثلاثة من المعاملات أن كل منها مستقل بذاته. بل أن كل معاملة في الواقع قد يكون لها أكثر من جانب. فالانتاج مثلاً له جانبه العيني ويمكن قياسه في صورة عينية، كما أن بيعه قد يترتب عليه زيادة في الحقوق المالية والتي بدورها تؤدي إلى متحصلات نقدية في وقت من الأوقات. فالمعاملة العينية في وقت ما قد يترتب عليها آثار

مالية في وقت سابق أو لاحق كما أن هذه الآثار المالية قد يترتب عليها تداول نقدية في وقت آخر.

وعلى هذا الأساس من التفرقة بين المعاملات على أساس موضوعها يمكننا التمييز بين أنواع ثلاثة من الموازنات.

أ ـ الموازنات العينية Real or physical budgets.

ب ـ الموازنات المالية Financial budgets.

جـ ـ الموازنات النقدية Cash budgets.

هذا ويمكن اعداد كل من هذه الانواع الثلاثة من الموازنات لكل من العمليات الجارية والعمليات الرأسمالية. فبالنسبة للعمليات الجارية تحتاج الموازنات العينية إلى تخطيط النشاط الانتاجي للوحدة الاقتصادية في حدود امكانياتها الانتاجية المتاحة والمنتظرة ورسم سياسة الوحدة الانتاجية ووضع برنامج الانتاج بما يتمشى مع الأهداف المرغوب تحقيقها. كما تهدف أيضاً إلى الرقابة على مزاولة النشاط بما يكفل كفاءة الاداء.

وبالنسبة لأوجه النشاط الاستثماري تهدف الموازنة العينية إلى تخطيط برنامج الاستثمار للوحدة الاقتصادية في صورة عينية. وهي بذلك تبين التغيرات المنتظرة في الامكانيات الانتاجية للوحدة الاقتصادية في فترة أو فترات مقبلة وما يترتب على هذه التغيرات من آثار على مقدار الطاقة الانتاجية المتاحة وما تحتويه من فنون انتاجية تقنية.

وتقوم الموازنة العينية على وحدات القياس العينية. كأن يتم قياس الانتاج بوحدة المنتج وقياس الطاقة الانتاجية بوحدة المنتج أو بساعات العمل للآلة أو للعامل وهكذا. كما يمكن أن تكون الموازنة العينية قصيرة الأجل أو طويلة الأجل، ويمكن أن تكون أيضاً مستمرة أو نهائية.

أما الموازنة المالية فهي في واقع الأمر الترجمة المالية للموازنة العينية. أي أنها الموازنة العينية بعد تحويل قيمها العينية إلى قيم نقدية. وبالتالي فوحدة القياس في

الموازنة المالية هي وحدة النقود. فاذا كانت الطاقة الانتاجية لشركة ما هي مليون وحدة من أحد المنتجات المعنية الذي يباع في السوق بسعر جنيه للوحدة فان الطاقة الانتاجية يمكن التعبير عنها باحدى طريقتين: في صورة عينية وتساوي مليون وحدة منتج، وفي صورة مالية وتساوي مليون جنيه.

وتمثل الموازنة النقدية برنامج المتحصلات والمدفوعات النقدية خلال فترة زمنية مقبلة والتي تنتج أساساً عن الآثار النقدية لموازنة الوحدة المالية عن تلك الفترة.

٣ ـ ٤ ـ الوحدة المحاسبية التي يتم اعداد الموازنة على أساسها:

غالباً ما تختلف الوحدة المحاسبية المستعملة لأغراض الموازنات عن الوحدة المحاسبية التقليدية وذلك على حسب الغرض من الموازنة. وعلى هذا الأساس يمكننا التفرقة بين:

أ ـ موازنات البرامج Program budgets.

ب ـ موازنات المسئوليات Responsibility budgets.

جـ ـ موازنات المنتجات Product budgets.

د ـ الموازنات العامة Overall budgets.

وفي موازنات البرامج يتم تقسيم أنشطة الوحدة الاقتصادية (والتي غالباً ما تكون الوحدة المحاسبية التقليدية) إلى برامج محددة يهدف كل منها إلى تحقيق هدف معين أو التوصل إلى نتيجة معينة، ثم يتم اعداد موازنة لكل برنامج على حدة. وبهذا يصبح كل برنامج بمثابة وحدة محاسبة لأغراض الموازنة التخطيطية. فمثلاً قد يتم اعداد موازنة لبرامج الانتاج من كل منتج من المنتجات بحيث يظهر البرنامج علاقة حجم الانتاج بالزمن على مدار فترة الموازنة بالاضافة إلى التكاليف التراكمية لانقضاء البرنامج والايرادات المقابلة لها. كما يمكن اعداد موازنة لبرنامج استغلال الطاقة المتاحة على مدار الفترة التي تغطيها الموازنة عن طريق ربطها ببرنامج الانتاج المقرر للفترة، كما يمكن أيضاً اعداد موازنة لبرنامج الاستثمار التي تقرر الوحدة تنفيذه على مدار فترة أو فترات مقبلة وهكذا.

ويعتبر عنصر الزمن من العوامل الهامة في موازنات البرامج حيث عادة ما يقترن تنفيذ البرنامج بفترة زمنية محددة ومن ثم يتم اعداد البرامج على أساس التسلسل الزمني لعمليات التنفيذ المختلفة والفترة الزمنية المحددة لكل منها. وبذلك فهي تعتبر اداة لتخطيط الزمن والرقابة على توقيت التنفيذ بالاضافة إلى كونها اداة لتخطيط ورقابة عناصر التكاليف المتعلقة بالبرامج المختلفة.

ويمكن أن تكون البرامج طويلة الأجل أو قصيرة الأجل كما يمكن أن تكون متعلقة بالنشاط الانتاجي أو بالنشاط الاستثماري ويمكن ان يكون لها جوانبها العينية والمالية والنقدية.

وتقوم موازنات المسئوليات على مبدأ محاسبة المسئولية Responsibility Accounting حيث يتم رسم الخطط على أساس مراكز مسئولية التنفيذ أو تحقيق الأهداف. وبمقتضى ذلك يتم تحليل أنشطة الوحدة الاقتصادية على أساس المسئولين عن تنفيذ أجزائها أو تحقيق أهدافها، ويتم تقسيم الموازنات إلى أجزاء بحيث يصبح تنفيذ كل جزء من مسئولية شخص محدد أو مجموعة محددة من الأشخاص. وتصبح الموازنة على هذا الأساس بمثابة مجموعة من الأهداف المعيارية موزعة على حسب مسئولية تنفيذها، وتهدف أساساً إلى فرض الرقابة على كفاءة التنفيذ وتقييم كفاءة الأداء. ويترتب على ذلك أنه يصبح من المفضل أن تشمل موازنات المسئوليات على العناصر (التكاليف أو الايرادات) التي تخضع لرقابة كل مسئول من المسئولين من حيث إمكانية التحكم فيها أو التأثير عليها.

وتتطلب موازنات المسئوليات أن يعرف كل مسئول دوره في الخطة حيث يكون مسئولاً عن أحد أهدافها أو أحد أجزائها. كما أن اعداد موازنات المسئوليات يتطلب أن يكون الارتباط وثيقاً بين عملية اعدادها والهيكل التنظيمي للوحدة الاقتصادية. وهذا بخلاف الموازنات الأخرى التي ترتبط غالباً بمنتج من المنتجات أو عملية من العمليات أو مركز من مراكز التكلفة أو برنامج من برامج أوجه النشاط.

وتقوم موازنة المنتجات على اعتبار كل منتج وحدة محاسبية مستقلة لأغراض الموازنة. وتتضمن موازنة المنتج برنامج الانتاج والتشغيل الخاص بـه وبـرنـامـج المبيعات والمخزون المتعلق به وتخطيط عناصر التكاليف والمستلزمات اللازمة له وتقدير الايرادات المتوقع الحصول عليها منه. وتساعد موازنة المنتجات على تخطيط ربحية المنتجات المختلفة والرقابة عليها وتحسينها.

وتقوم الموازنات العامة على اعتبار أن الوحـدة الاقتصـاديـة بكـل أنشطتهـا المختلفة وببرامجها المتعددة وبأقسامها المتنوعة وبمراكز مسئولياتها العديدة بمثابة الوحدة المحاسبية لأغراض اعداد الموازنة. ويترتب على ذلك أن الموازنة العامة تمثل الهيكل العام الذي تستقر فيه الموازنات الأخرى بحيث يتم تنسيق أهدافها مع الأهداف العامة للوحدة وتحديد آثارها على تلـك الأهـداف، وبـالتـالي فتعتبر الموازنة العامة ملخصاً لكل الموازنـات الفـرعيـة الأخـرى مـن حيـث علاقتهـا بالأهداف العامة للوحدة ومساهمة كل منها في تحقيق هذه الأهداف.

٣ ـ ٥ ـ مستوى النشاط الذي يتم اعداد الموازنة على أساسه:

يرتبط الكثير من عناصر التكاليف والايرادات بمستوى اوجه النشاط السائدة خلال فترة زمنية معينة. فمن المسلم به أنه كلما زاد مستوى النشاط (أو مستوى التشغيل أو حجم الإنتاج أو معدل استغلال الطاقة المتاحة) كلما زاد مقدار التكاليف ـ وفي العادة ـ مقدار الايرادات. وحتى يتم وضع موازنة لتخطيط ورقابة عناصر التكاليف مثلاً فإن الأمر يستدعي إذن تحديد مستويات النشاط المتوقع أن تسود خلال فترة الموازنة في المستقبل. ولما كانت مستويات النشاط في هذه الحالة أمر من الأمور التي قد تتدخل في تحديدها عوامل أخرى عند تحقيقها الفعلي بخلاف العوامل التي كانت متوفرة أثناء الموازنة، فإنه بذلك لا يمكن تحديدها على وجه الدقة. ويترتب على ذلك إنه إذا ما حدث واختلف مستوى التشغيل الفعلي عن المستوى الذي كان متوقعاً عند اعداد الموازنة فإن ذلك سيؤثر في صلاحية

الأرقام الواردة بها لأغراض الرقابة وقياس كفاءة الإداء. ويمكن التمييز بين نوعين من الموازنات طبقاً للفرض المتعلق بمستوى التشغيل أو مستويات النشاط الذي يتم اعدادها على أساسه هي:

أ ـ الموازنات الثابتة Fixed budgets.

ب ـ الموازنات المرنة Flexible budgets.

وتعد الموازنة الثانية لمستوى واحد من مستويات التشغيل أو مزيج واحد من مستويات الأنشطة ومن ثم فهي ترتبط بحجم تقديري أو معياري واحد من النشاط الانتاجي. وغالباً ما يمثل هذا الحجم الطاقة الكاملة للوحدة الاقتصادية. وتعتبر الموازنات الثابتة ذات فائدة محدودة لأغراض الرقابة وقياس كفاءة الاداء. كما تحتاج إلى عمليات مراجعة وتعديل مستمرة إذا كان لها أن تخدم كأداة رقابية.

وتعد الموازنة المرنة بطريقة تمكن من التوصل إلى التكلفة المعيارية أو التقديرية لمستوى التشغيل الفعلي أو مزيج الأنشطة الفعلية. أي أنها تعد بطريقة تجعل منها اداة لأي مزيج من الأنشطة الفعلية. وغالباً ما يتم اعداد الموازنة على أساس عدة مستويات للتشغيل يتم تحديدها طبقاً لمدى التقلبات المتوقع حدوثها خلال فترة الموازنة.

٤ ـ فكرة مبسطة عن اجراءات الموازنة التخطيطية:

تعتبر الموازنات التخطيطية باختلاف أنواعها نتاج تفاعل عدد غير قليل من الجهود المتعاونة لذوي الخبرة والحنكة والحكمة والعلم والبصيرة في التنسيق بين الأهداف المرغوبة والموارد والامكانيات المتاحة والمنتظرة في ظل قيود المعلومات المتوفرة عن العوامل والمتغيرات المؤثرة في الظروف المنتظر أن تسود في فترة تنفيذ الموازنة. وكما يتضح من البنود السابقة فالموازنات متعددة المواضيع والأنواع والاتجاهات والفترات والصفات، ولكنها دائماً تمثل نتاج تعاون عدد كبير من أوجه النشاط في التنسيق بين الأهداف والغايات وما يتاح أو ينتظر أن يتاح من

امكانيات. وبالتالي فالاجراءات والأساس والأساليب والقواعد والارشادات، والنماذج والمعلومات، وغير ذلك من الموارد والامكانيات اللازمة للقيام بعمليات اعداد هيكل الموازنات تجعل هذه العمليات في منتهى التعقيد وتحتاج إلى الاستمرار، وتستدعي للقيام بها تعاون جهود وخبرات مختلفة والتنسيق بين معارف متباينة.

فموازنة العمليات الجارية مثلاً تنطوي على عدد كبير من الموازنات الجزئية والتحليلية في جميع مجالات أنشطة الوحدة الاقتصادية الانتاجية والتسويقية والتمويلية، والتي تنطوي مراحل التحضير لكل منها واعدادها على العديد من الاجراءات والطرق والأساليب والنماذج التي تتناسب مع موضوعها وأهدافها، والمعلومات المتاحة لها أو اللازم اتاحتها، كما تحتاج كل منها لمزيج من الخبرات الملائمة في مجالات النشاط المختلفة. فموازنة الأنشطة الانتاجية مثلاً تحتاج لمعلومات فنية تقنية ومحاسبية كمية عينية بالاضافة إلى معرفة الأهداف الاقتصادية التي ترغب الادارة في تحقيقها والامكانيات المتاحة لتحقيقها، كما تحتاج لنماذج اقتصادية ورياضية في سبيل التنسيق بين الأهداف وامكانيات تحقيقها، وهي بذلك تحتاج لمزيج من الخبرات الهندسية والفنية والاقتصادية والمحاسبية والادارية في سبيل التحضير لها واعدادها بصورتها العينية والمالية.

هذا ومن الضروري ان تنصب كل الموازنات الجزئية والتحليلية في هيكل متكامل للموازنة الكلية. وبالتالي فيلزم أن يتوافر التناسق والتكامل بين الأجزاء والجزئيات في تكوين الكل حتى تتحقق الأهداف والغايات بمستوى عال من الكفاءة والفعالية.

وسوف تتولى الفصول القادمة بيان نماذج لاجراءات اعداد بعض الموزانات الفرعية وتنسيقها في صورة موازنة كلية في مجالات العمليات الجارية والعمليات الرأسمالية. غير أنه يلزم أن يكون واضحاً في هذا المقام الفارق بين اجراءات وعمليات وانشطة ومهام اعداد الموازنة والموازنة ذاتها التي هي النتاج. فالاجراءات

والعمليات وما يحكمها من معايير ونماذج وامكانيات وما يتوافر لها من خبرات وامكانيات وما يستخدم فيها من معلومات لا شك في أنها هي المحدد لمدى جودة ومنفعة النتاج بصدد تحقيق الأهداف والغايات. ويلزم أيضاً أن تميز بين عمليات واجراءات اعداد الموازنة والعمليات والأنشطة والمهام اللازمة لتنفيذها. فالاولى تمثل ما يلزم لتحديد الأهداف في صورة تفصيلية عملية والثانية تمثل ما يلزم لتحقيق الأهداف، لتصبح واقعاً محققاً عن طريق تنفيذ الأنشطة التي تستهدفها الموازنة في صورة فعلية.

الفصل الخامس

في

موازنات العمليات الجارية:
موازنة المنتجات والاستخدامات

١ ـ مقدمة: هيكل موازنات العمليات الجارية وخطة الفصل:

تتعلق العمليات الجارية لأي وحدة اقتصادية بانتاج السلع والخدمات. وتتحدد قدراتها في هذا المجال بالموارد الانتاجية المتاحة لها من ناحية وبالطلب على منتجاتها من السلع والخدمات من ناحية أخرى. فقد تكون الموارد المتاحة للوحدة قادرة على انتاج حجم معين من مزيج السلع والخدمات الممكن انتاجها يزيد أو يقل عن احتياجات الوفاء بالطلب عليها. ويتوقف ذلك بالطبع على الوضع التنافسي للوحدة، وطبيعة السلع والخدمات المنتجة، وحجم السوق المحلي والعالمي وغيرها من العوامل المتعددة. ويختلف هيكل الموازنات الملائم للوحدة الاقتصادية ليعكس خطط النشاط الجاري لها طبقاً للاختلافات في كل من الوضع التنافسي وعلاقة الموارد والامكانيات بالطلب المتوقع أو المنتظر على السلع والخدمات التي تقوم بانتاجها.

ففي ما يسمى بسوق المنتج يبدأ هيكل الموازنات بالتوفيق بين الامكانيات

الانتاجية المتاحة وبرنامج الانتاج الأمثل الذي يحقق أهداف الوحدة الاقتصادية المرغوبة على أفضل صورة ممكنة، حيث لا يمثل الطلب على المنتجات قيداً فعالاً على هذا البرنامج. بمعنى ان الطلب على الانتاج يزيد من حيث الكم باختلاف نسب المزج عن الامكانيات الانتاجية المتاحة في الفترة القصيرة، والتي عادة ما تمثل فترة تخطيط العمليات الجارية. وبالتالي يتم تحديد حجم الانتاج الأمثل ومزيجه طبقاً لمقتضيات استغلال الموارد الإنتاجية المتاحة استغلالاً أمثلاً بالقياس على الأهداف المرغوب تحقيقها، دون اعتبار «لحجم الطلب». وعادة ما يسود هذا الوضع في حالة التنافس التام، أو في حالة قيام الوحدة بانتاج سلع أو خدمات ضرورية يزيد الطلب عليها عن إمكانياتها الإنتاجية، مع توافر خصائص احتكارية في سوق التوزيع. وقد تتوافر هذه الخصائص كنتيجة لطبيعة السلعة أو الخدمة المنتجة أو نتيجة قيود تفرضها السياسة الاقتصادية المحلية أو العالمية أو غيرها.

ففي المجتمعات النامية مثلاً، والتي تتدخل فيها الدولة في توجيه أوجه النشاط الاقتصادي أو السيطرة عليها تحقيقاً لمعدلات أعلى من الرفاهية الاجتماعية قد تقوم صناعات محلية لاحلال الواردات من السلع الأجنبية تحميها الدولة بالقوانين الجمركية رغم قصور قدراتها الانتاجية عن الوفاء باحتياجات السوق الاستيعابية. فيترتب على ذلك أن تكون قدرات الطاقة الانتاجية المتاحة هي المحدد الأساسي لبرنامج الانتاج الأمثل لأغراض تحقيق الأهداف المرغوبة.

أما فيما يسمى بسوق المستهلك، حيث يتحدد نصيب الوحدة من سوق كل سلعة أو خدمة بخصائص دوال الطلب عليها في ظل البدائل والمكملات السائدة لها وامكانيات تمييزها ومرونة الدخل والسعر والاحلال لطلبها، فان هيكل الموازنات عادة ما يبدأ من نقطة انطلاق منطقية هي التنبؤ بالطلب واعداد موازنة المبيعات التقديرية.

ويقوم هيكل الموازنات التخطيطية الذي يطبق (نظرياً) في شركات القطاع العام في مصر على أساس التوفيق بين الطاقات الانتاجية المتاحة وبرنامج الانتاج

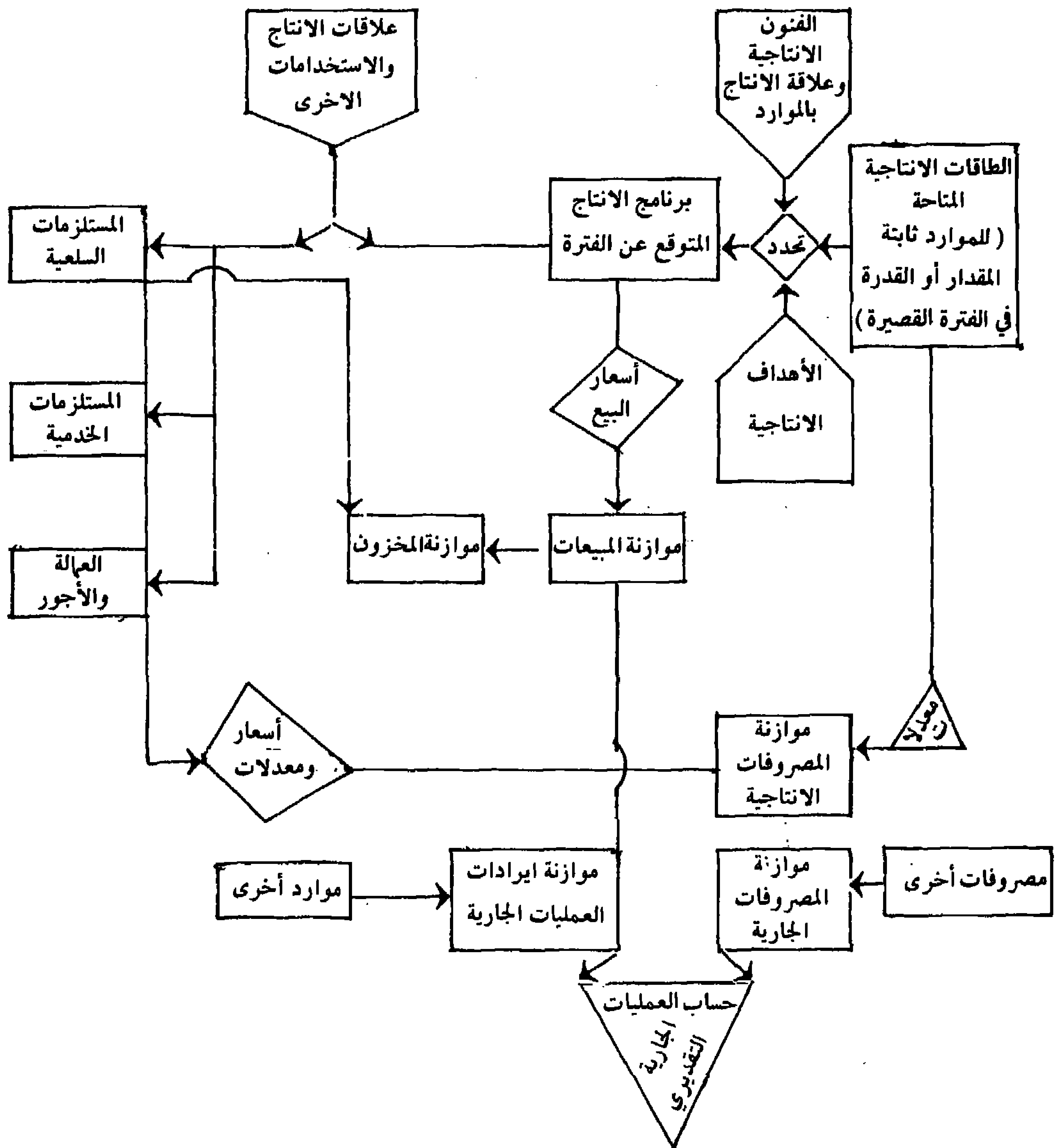
الذي يؤدي إلى استغلال تلك الطاقات أقصى استغلال ممكن. بينما يقوم هيكل الموازنات الذي يقدم في الكتابات المحاسبية العربية والانجليزية على أساس الانطلاق من موازنة المبيعات. وسوف نتبع السائد في الكتابات المحاسبية ليس مجاراة منا لما هو معروف ولكن اقتناعا منا بأن الفارق واسع وشتان بين الاستغلال الكامل للطاقة والاستغلال الأمثل لها، ولو اختلفت الأهداف العينية وأنطوت على تحقيق منافع اجتماعية عامة بالاضافة إلى تحقيق أهداف الربحية الاقتصادية الخاصة أو الاجتماعية. ولن يفوتنا قطعاً أن نعرض بايجاز لهيكل الموازنات التخطيطية في النظام المحاسبي الموحد في مصر، والمطبق في شركات القطاع العام في مصر، والتي تمثل ركيزة الصناعة المحلية.

ونعرض في الشكلين التاليين لنموذج مقارن للهيكلين يوضح علاقات الموازنات الجزئية للعمليات الجارية ببعضها البعض ونقطة الانطلاق في التحضير لكل واعدادها. ذلك حيث يوضح الشكل رقم (٥ ـ ١) هيكل الموازنات في ظل النظام المحاسبي الموحد ويعرض الشكل رقم (٥ ـ ٢) هيكل الموازنات طبقاً للقناعات الاقتصادية والمحاسبية والادارية.

شكل رقم (٥ ـ ١)

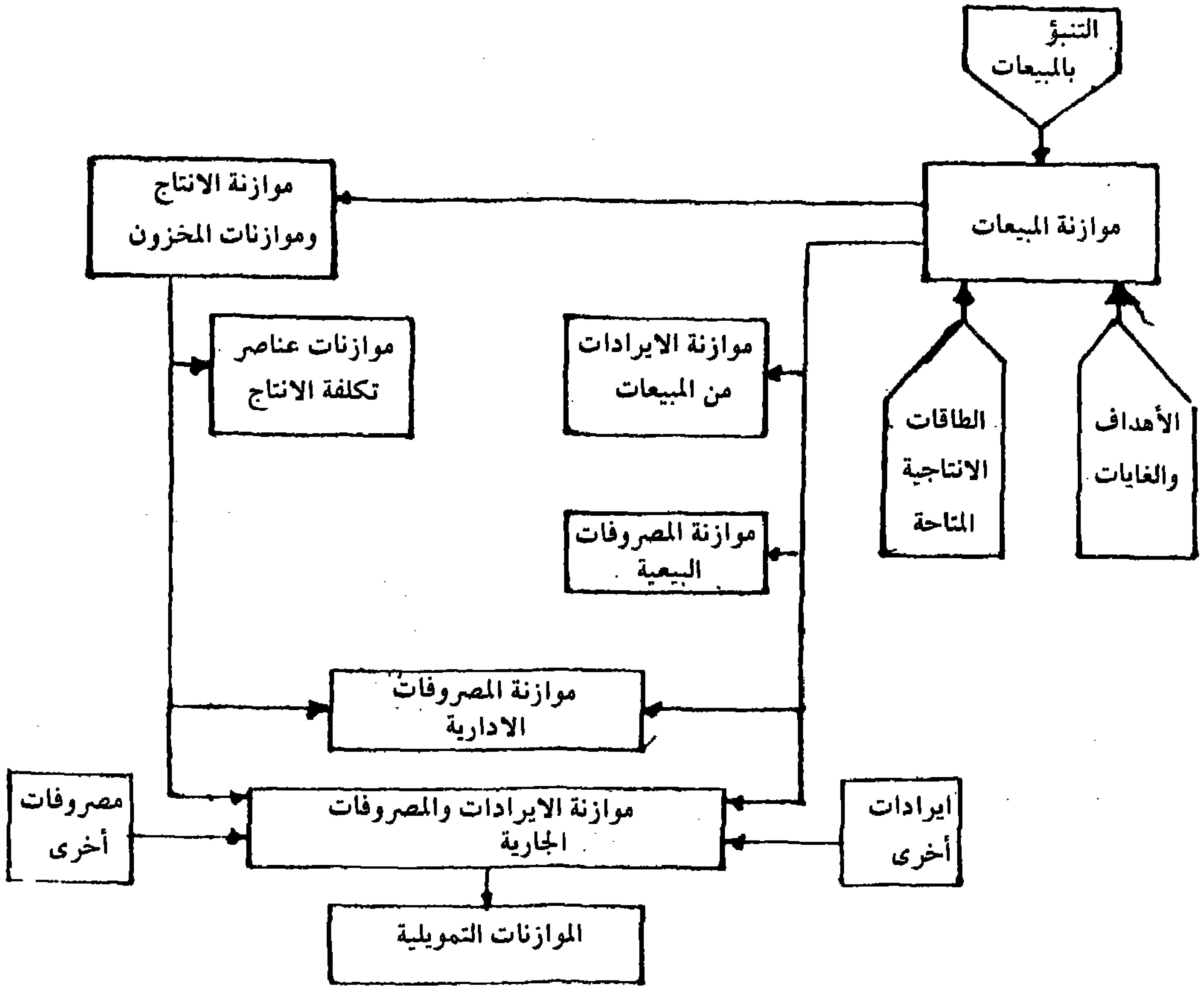
هيكل موازنات العمليات الجارية في ظل النظام المحاسبي الموحد

(الموازنات العينية والمالية)



ويتضح من الشكل رقم (٥ ـ ١) أن الطاقات الانتاجية المتاحة (وتمثل طاقات مراكز الاختناق) تعتبر نقطة الانطلاق في اعداد الموازنات في ظل النظام المحاسبي الموحد . وعندما تتحدد تلك الطاقات ، وبالتعرف على علاقات الانتاج والموارد ثابتة المقدار أو القدرة في فترة التخطيط للعمليات الجارية المقبلة (إذا كان من المنتظر اجراء اضافات لتلك الموارد أو استبعادات منها خلال الفترة فتأخذ في الاعتبار عند تحديد الطاقات الإنتاجية المتاحة مع آثارها التزامنية عليها) ، وفي ضوء الأهداف المرسومة للوحدة أو المرغوب تحقيقها يتحدد برنامج الانتاج المتوقع ومن ثم مستوى الاستغلال المتوقع للطاقات المتاحة للموارد الانتاجية المختلفة. وعندما يتحدد برنامج الانتاج المتوقع عن الفترة يصبح من الممكن عن طريق تحديد معاملات استخدام المنتجات من مستلزمات الانتاج المختلفة من مواد أولية وعمالة مباشرة وغير مباشرة اعداد الموازنة العينية (في صورة وحدات عينية) لهذه العناصر . وتتحول هذه العناصر إلى قيم مالية عن طريق أسعار المستلزمات المتوقعة ومعدلات الأجور المتوقعة لتصب في موازنة المصروفات الانتاجية. كما يحدد مستوى التشغيل المتوقع مع معدلات الاهلاك واجبة التطبيق عبء الاهلاك المتوقع للطاقات الانتاجية المتاحة. ومن ناحية أخرى تتحدد موازنة المبيعات عن طريق تحويل برنامج الانتاج العيني المتوقع إلى قيم مالية باستخدام قوائم أسعار البيع بعد اجراء التسويات الملائمة لتحديد موازنة المخزون من المنتجات. كما أن موازنة المخزون من المستلزمات تتحدد ايضاً بعد التعرف على احتياجات برنامج الانتاج المتوقع وطبيعة ومصدر المستلزمات. وتتحول موازنة المبيعات إلى موازنة ايرادات (موارد) العمليات الجارية باضافة مصادر الايرادات الأخرى، كما تتحول موازنة المصروفات الإنتاجية إلى موازنة مصروفات العمليات الجارية باضافة عناصر المصروفات المتوقعة الأخرى (كبعض عناصر المصروفات التحويلية الجارية والتحويلات الجارية التخصصية). وبذلك يصبح من الممكن إعداد حساب العمليات الجارية التقديري الذي يمثل الموازنة المالية للايرادات (الموارد) والمصروفات (الاستخدامات) ومن ثم فائض (أو عجز) العمليات المتوقع.

شكل رقم (٥ ـ ٢)
هيكل موازنات العمليات الجارية المتعارف عليه



ويوضح الشكل رقم (٥ ـ ٢) أن هيكل الموازنات التقليدي للعمليات الجارية يبدأ بالتنبؤ بالمبيعات للفترة المقبلة، حيث تتحدد الكميات المقدر بيعها من كل منتج أو مجموعة منتجات في ضوء ظروف السوق والحالة الاقتصادية والأوضاع التنافسية المنتظر أن تسود خلال فترة العمليات المقبلة. ويتم بعد ذلك التنسيق بين

تقديرات المبيعات المتنبأ بها والطاقات الانتاجية المتاحة في ضوء الأهداف والغايات المرغوب تحقيقها لتتحدد موازنة المبيعات والتي تصبح بمثابة محصلة للأهداف والامكانيات يستهدف تحقيقها. وعندما تتحدد موازنة المبيعات يتم اعداد موازنة الإنتاج والمخزون التي تمكن من تحقيق المبيعات المستهدفة. ومن موازنتي المبيعات والانتاج وموازنات المخزون يتم اشتقاق باقي الموازنات التي تمثل هيكل موازنة الايرادات والمصروفات الجارية.

وسوف نتناول موازنة المبيعات وموازنة الانتاج في هذا الفصل، ونتناول باقي موازنات العمليات الجارية في فصول تالية.

٢ ـ التنبؤ بالمبيعات وموازنة المبيعات:

تبدأ الوحدة الاقتصادية في التنبؤ بمبيعاتها عن فترة مقبلة بدراسة الظروف البيئية والأحوال الاقتصادية والأوضاع التنافسية المنتظر أن تسود وتؤثر في مبيعاتها في تلك الفترة. ويتوقف نطاق البحث في هذه المجالات ومقدار الجهد المبذول فيها على حجم الوحدة بالنسبة لحجم الصناعة أو السوق وطبيعة السلع أو الخدمات التي تنتجها ومدى تعدد المتغيرات البيئية والاقتصادية الأخرى المؤثرة في مبيعاتها.

٢ ـ ١ ـ التنبؤ بالمبيعات:

تتأثر مبيعات الوحدة الاقتصادية بعديد من العوامل والمتغيرات التي قد تخضع لسيطرتها وتنتج عن سياساتها واتجاهاتها أو التي قد تخرج عن نطاق قدرتها على التحكم فيها. فيتأثر حجم مبيعات الوحدة مثلاً من منتجاتها المختلفة من السلع والخدمات بانتقائها لأسواق ومنافذ التوزيع، وسياساتها السعرية والأعلانية والأعلامية عن أوجه نشاطها ومنتجاتها. وباختيارها للتصميمات الملائمة لمنتجاتها والخدمات التي تؤديها لعملائها، والابتكار والتجديد في اتجاهاتها وسياساتها ومنتجاتها. وتعتبر كل هذه العوامل والمتغيرات من المؤثرات الهامة في حجم

وتشكيلة المبيعات وقيمتها، وهي تخضع لسيطرة الوحدة وتتأثر بكفاءة ادارتها في اتخاذ القرارات الملائمة بصدد كل منها. كما تتأثر المبيعات بالأوضاع الاقتصادية والاجتماعية العامة، وبالتغيرات في أذواق المستهلكين وفي دخولهم، ومدى تأثير المنافسين على اجتذابهم، وعلى توقعات المستهلكين بالنسبة لمستقبل دخولهم وأحوالهم وقدراتهم على الحصول على موارد مالية عن طريق الائتمان لتمويل احتياجاتهم، وغيرها من العوامل التي لا تخضع لسيطرة الوحدة ولا تستطيع التحكم فيها.

ويبدأ التنبؤ بالمبيعات بدراسة كل من المجموعتين من العوامل والمتغيرات وتحديد تأثير كل منها على حجم وقيمة المبيعات المتوقعة في الفترة أو الفترات المقبلة، وتختلف أهداف دراسة كل من المجموعتين بالتأكيد حيث الأولى يمكن للوحدة التأثير فيها بخطط أفعالها قبلها خلال الفترة المستقبلية بينما الثانية تعد من المعطيات التلقائية. فدراسة الأولى يفيد الادارة في اتخاذ القرارات الملائمة في شأنها بما يحقق أهدافها المرتبطة بحجم وقيمة المبيعات المنتظرة أو المترتبة عليها. أما الثانية فيتم دراستها لتحديد آثارها والاستفادة منها بقدر الامكان وتحديد مفعولها على حجم وقيمة المبيعات. ويتم التنبؤ بالمبيعات بعديد من المداخل والطرق التي تنطوي على استخدام عدد كبير من الوسائل والنماذج والأساليب. وقلما يمكن الاعتماد على مدخل وحيد بأسلوب فريد في التنبؤ بمبيعات أي وحدة اقتصادية على أسس علمية. ذلك بالضرورة لأن طبيعة المتغيرات المؤثرة وامكانية التحكم فيها أو فرض السيطرة عليها، وظروف المستقبل غير المؤكدة بالنسبة للمتغيرات التلقائية تحتم ضرورة الالتجاء إلى تعدد المداخل والنماذج والأساليب التي تتلاءم وسلوك كل هذه المتغيرات والتنبؤ بتأثيره على حجم وقيمة المبيعات.

٢ ـ ١ ـ أ ـ المتغيرات التلقائية:

يوجد عدد من المداخل للتنبؤ بآثار المتغيرات التلقائية على مبيعات الوحدة

الاقتصادية. فهناك مداخل تقوم على أساليب التنبؤ البسيطة، كتحليل الانحدار البسيط لتحديد دالة الطلب على كل منتج من المنتجات عن طريق تحليل السلاسل الزمنية للكميات والأسعار الخاصة به. وتقوم هذه المداخل على افتراض أن سلوك علاقة متغيرات دالة الطلب في الماضي سوف يستمر في المستقبل على نفس النمط ومنتجاً لنفس الآثار. والواقع أن هذا المدخل بالرغم من بساطته وسهولة توفير البيانات اللازمة لاستخدامه يعتبر أقل المداخل استخداماً وملاءمة لظروف ووقائع التطبيق العملي في شأن اتخاذ القرارات الادارية. فهو يفترض ان المتغيرات التلقائية التي حددت شكل علاقة المبيعات بالمتغيرات التلقائية المستقلة المؤثرة فيها ساكنة وغير حركية في علاقاتها التداخلية أو التبادلية. فالمبيعات في الفترات الماضية لا شك تأثرت بالأسعار والدخول وأذواق المستهلكين والبدائل والمكملات وخلافه. ولا شك أيضاً في أن الأهمية النسبية لكل من هذه المتغيرات في التأثير على علاقة الكمية المطلوبة بالسعر تختلف من فترة إلى أخرى طبقاً لشكل العلاقة بين كل من هذه المتغيرات المستقلة والمتغيرات الأخرى واختلاف قيمها على مدار الزمن. ويؤدي ذلك إلى اختلاف علاقات العضو الفعال (المنحني أو الخط) في دالة الطلب ذاتها لكل فترة من الفترات واختلاف موقعه (انتقاله إلى أعلى أو إلى أسفل) حتى ولو ظلت العلاقات ثابتة.

ولنفترض في سبيل توضيح ذلك أن علاقة الكمية المطلوبة بالسعر على مدار عشر فترات ماضية كان كالآتي:

الفترة	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
سعر الوحدة (جنيه)	٧٠	٦٠	٥٠	٤٠	٢٠	٢٥	٣٠	٨٠	٩٠	١٠٠
عدد الوحدات المباعة (ألف وحدة)	٩	١٠	١٢	١٦	٤٠	٣٠	٢٥	٨	٧	٦

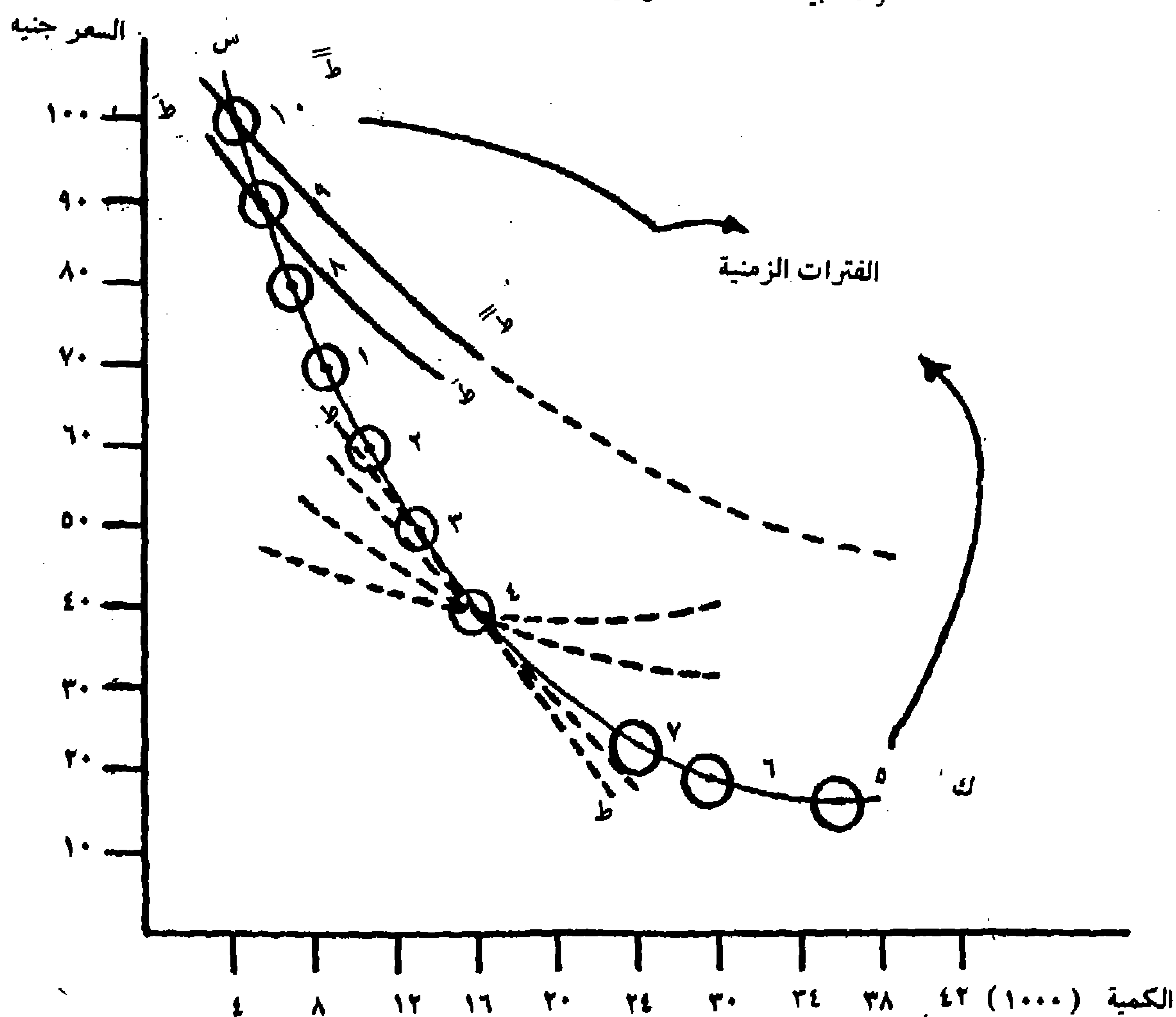
وإذا ما رصدنا هذه البيانات على رسم بياني حيث المحور الرأسي للسعر

والمحور الأفقي للكمية لظهر منحني الطلب للفترات العشر مجتمعة كما هو موضح بالشكل رقم (٥ ـ ٣). ويتضح من الشكل أن منحنى الطلب للفترات مجتمعة يوافق تماماً شكل دالة منتظمة لعلاقة السعر بالكمية كما يظهر في الكتابات الاقتصادية، حيث:

$$س = \frac{م}{ك} + ب$$، حيث

س: السعر، ك: الكمية، م محصلة مرونة الطلب الكلية، وب هي ثابت موقع الدالة.

شكل رقم (٥ ـ ٣)
رصد بيانات السلسلة الزمنية لعلاقة الكمية بالسعر.



غير أنه يلاحظ أن كل زوج من قيم المتغيرين يتعلق بفترة زمنية مختلفة (الفترات مرصودة فوق كل نقطة في الرسم، وقد تعمدنا في المثال، عدم انتظام توالي الفترات باستمرار على المنحني في نفس الاتجاه). ويتمثل هذا الزوج من القيم بنقطة على الرسم يمكن أن يمر بها عدد لا نهائي من الدوال الخطية وغير الخطية التي كان من الممكن أن تمثل دالة الطلب التي كانت سائدة خلال الفترة، وقد وضحنا ذلك بعدد قليل منها للفترة الرابعة على سبيل المثال. لاحظ أن أحد الخطين المستقيمين وهو ط ط يمر بالنقطتين (٣ ، ٤) رغم أن عدداً كبيراً من الدوال الخطية وغير الخطية يمكن أن يمر بالنقطة الخاصة بالفترة الثالثة بخلاف هذا الخط.

ولنفترض أن الادارة وهي بصدد اعداد موازنة مبيعات الفترة الحادية عشر، قررت تغيير سياستها السعرية بحيث تحصل على نصيب أكبر من السوق عما كان عليه في السنوات الثلاث الأخيرة نتيجة ظهور منافسين جدد بأسعار أقل. ولنفرض أن الإدارة قررت تخفيض السعر لمدى يقع بين ٤٠ و٥٠ جنيه. فإذا تم الاعتماد على بيانات السلسلة الزمنية الماضية لتقدير الكمية الممكن أن يستوعبها السوق في ظل سعر على مدار منطقة المدى الملائم، نجد أن الخط المستقيم (ط ط) الذي يصل بين زوجين من قيم علاقات السعر بالكمية للفترتين ٣ ، ٤ قد يبدو على أنه المدى الملائم. غير أن ذلك بالقطع لن يؤدي إلى تقدير سليم لحجم المبيعات في الفترة الحادية عشر لأن الطلب خلال الفترة سوف يتأثر بقيم المتغيرات التي ينتظر أن تسود خلالها وليس بالتي كانت سائدة خلال الفترة الثالثة والرابعة. ذلك ما لم تكن اذواق المستهلكين ودخولهم والبدائل والمكملات وغيرها قد ظلت على حالها على مدار الزمن (أي ساكنة بالنسبة للزمن). وهو أمر غير صحيح عملياً. والأقرب إلى المنطق أن العوامل المؤثرة في قيم المتغيرات في الفترة التاسعة والعاشرة قد تكون أكثر نفوذاً في تحديد قيمتها في الفترة الحادية عشر. ورغم ذلك فعدد كبير من المنحنيات والخطوط المستقيمة يمكن أن يمر بكل من النقطتين ٩ ، ١٠ أو يماسها. ولنفترض على سبيل المثال أن منحنى الطلب في الفترة التاسعة كان يتمثل

في المنحنى طَ طَ الذي يمر بالنقطة التاسعة، بينما منحنى الطلب في الفترة العاشرة كان يتمثل في طً طً الذي يمر بها. وإذا كان الأمر كذلك فهذا يعني أن منحنى الطلب قد انتقل من أسفل إلى أعلى منذ الفترة التاسعة حتى الفترة العاشرة، ومن ثم ما يدرينا بوضعه الذي سيكون عليه في الفترة الحادية عشر. وحتى بفرض أنه (اي منحنى الطلب) سوف يتخذ نفس وضعه المفترض في الفترة العاشرة على مدار الفترة الحادية عشر فإن امتداده (المتقطع) على الرسم يكون هو أساس التنبؤ الملائم بمبيعات الفترة الحادية عشر وليس الخط ط ط الذي ينتج عنه تنبؤ خاطىء وبفروق كبيرة.

والواقع أن بيانات السلاسل الزمنية إذا كانت تنطوي على متغيرات تلقائية لا يمكن التحكم فيها أو التحقق من انضباط نمط سلوكها، كأذواق المستهلكين مثلاً، قد تؤدي إلى نتائج خاطئة ومضللة إذا تم الاعتماد عليها كأساس للتنبؤ بقيم المتغيرات المستقبلية. أما إذا كانت متغيرات السلسلة التلقائية ذات نمط سلوكي منضبط وواضح ولا يتأثر بعوامل عشوائية لا يمكن التنبؤ بها فإنها قد تفيد في التنبؤ باستخدام أساليب تحليل الانحدار. فلو لوحظ مثلاً ان حجم مبيعات وحدة اقتصادية معينة يرتبط بحجم العمالة في المنطقة التي تحدد سوق مبيعات الوحدة بصفة منتظمة، فان تحليل الانحدار يفيد في هذه الحالة في التنبؤ بالمبيعات. ولنفرض مثلاً أن مبيعات الشركة ش التي تقع في منطقة كفر الدوار من المعلبات على مر خمس سنوات قد ارتبطت بعدد العاملين في شركات المنطقة كالآتي: (١)

---

(١) المثال مستوحى فكرته من مثال وارد في:

R.W. Schattke, H.G. Jensen & V.L. Bean, **Managerial Accounting: Concepts and Uses** (Allyn and Bacon, 1974), PP. 173 - 174.

ربـــــــع الســـــــــنة

السنة	الأول		الثاني		الثالث		الرابع	
	عدد العاملين (ألف) عامل	المبيعات (ألف) جنيه	عدد العاملين (ألف) عامل	المبيعات (ألف) جنيه	عدد العاملين (ألف) عامل	المبيعات (ألف) جنيه	عدد العاملين (ألف) عامل	المبيعات (ألف) جنيه
١٩٧٨	١٠٠	٢٠٠٠	١٠٢	٢٠٢٠	١٠٣	٢٠٣١	١١٠	٢١٠٠
١٩٧٩	٩٥	١٩٥٠	١٠١	٢٠١٠	١٠٢	٢٠٢٠	١٠٨	٢٠٨١
١٩٨٠	٩٨	١٩٨٠	٩٦	١٩٦٣	١٠١	٢٠٠٨	١٠٣	٢٠٣٠
١٩٨١	١٠١	٢٠٢٠	١٠٥	٢٠٥١	١٠٧	٢٠٧٠	١١١	٢١١١
١٩٨٢	١٠٤	٢٠٤٠	١٠٦	٢٠٦٣	١٠٧	٢٠٧٠	١١٢	٢١١٢

ولنفرض أن المرغوب هو التنبؤ بمبيعات ١٩٨٣ الربع سنوية:

والواقع أن تطبيق تحليل الانحدار بأسلوب المربعات الصغرى على اعتبار أن هذه البيانات تعكس علاقة خط مستقيم يوضح أن هذه العلاقة هي بالتقريب:

ع = ١٠٠٠٠٠٠ + ١٠ ل حيث،

ع هي المبيعات، ل، هي حجم العمالة.

وبالتالي يمكن اعداد التنبؤ بمبيعات ١٩٨٣ على أساسها إذا توافرت تقديرات حجم العمالة الربع سنوية لعام ١٩٨٣ في المنطقة. ولنفترض أن هذه البيانات عن حجم العمالة متوفرة كالآتي:

الربع الأول ١٠٧٠٠٠ عامل، الربع الثاني ١٠٩٥٠٠ عامل، الربع الثالث ١١٢١٠٠ عامل، الربع الرابع ١١٤٠٠٠ عامل.

وبذلك يمكننا اعداد التنبؤ بالمبيعات الربع سنوية للشركة ش على الوجه التالي:

الربع الاول: المبيعات ($ع_١$) = ١٠٠٠٠٠٠ + ١٠ (١٠٧٠٠٠) = ٢٠٧٠٠٠٠ جنيه

الربع الثاني: المبيعات ($ع_٢$) = ١٠٠٠٠٠٠ + ١٠ (١٠٩٥٠٠) = ٢٠٩٥٠٠٠ جنيه

الربع الثالث: المبيعات ($ع_٣$) = ١٠٠٠٠٠٠ + ١٠ (١١٢١٠٠) = ٢١٢١٠٠٠ جنيه

الربع الرابع: المبيعات ($ع_٤$) = ١٠٠٠٠٠٠ + ١٠ (١١٤٠٠٠) = ٢١٤٠٠٠٠ جنيه

هذا ولا يقتصر التنبؤ بآثار المتغيرات التلقائية على التنبؤ بالمبيعات على هذه النماذج الأولية فهناك العديد من النماذج والمداخل الأخرى التي تتراوح بين استفتاء آراء رجال البيع والتوزيع في شأن هذه المتغيرات أو استفتاء عينة ممثلة من العملاء أو مسح السوق مسحاً شاملاً عن طريق دراسات السوق، أو استخدام النماذج الاقتصادية والرياضية المعقدة، والتي لا يتسع لها هنا المكان[1].

٢ - ١ - ب. المتغيرات الداخلية:

حيث يتأثر حجم وتشكيلة المبيعات بالمتغيرات التلقائية التي لا تخضع لسيطرة وسلطان الوحدة الاقتصادية فانها تتأثر ايضاً بمتغيرات سببية داخلية يمكن التحكم فيها أو التأثير فيها بالسياسات والقرارات الادارية. فقد يعتمد حجم المبيعات على مستوى الدخل الفعال المتاح للمستهلكين للانفاق (وهو متغير تلقائي) كما قد يعتمد على سياسة الادارة الاعلانية أو الاعلامية وسياساتها التوزيعية والائتمان وغيرها. ولا شك في أن اكتشاف آثار هذه المتغيرات والسياسات على حجم وتشكيلة المبيعات يستدعي الالتجاء إلى العديد من المعلومات السابقة والتنبؤ بالآثار المتوقعة واستخدام النماذج والأساليب الملائمة. فتأثير حملة اعلانية مخططة على حجم المبيعات المتوقعة لا تتحدد آثاره تلقائياً وإنما يتطلب دراسة آثار الحملات الاعلانية السابقة والتنبؤ بآثار المتغيرات التي قد تحدد أو تزيد من فعالية الآثار المستقبلية للحملة المخططة.

وقلما يتم التنبؤ بالمبيعات على أساس أحد المجموعتين من المتغيرات دون الأخرى. فكلاهما يؤثر في حجم وتشكيلة المبيعات، والادارة الحصيفة هي التي تحدد من خبراتها السابقة وحسن بصيرتها المستقبلية مزيج العوامل والمتغيرات

(١) للقارىء الراغب في التوسع ان ينظر على سبيل المثال، الفصول من السادس إلى الثامن من كتاب:

J. McGuigan and R. Moyer, **Managerial Economics** (West Publishing co, 1979) PP. 135 - 201.

الواجب دراستها، والأساليب والوسائل والنماذج الممكن الاعتماد عليها. ونورد فيما يلي مثالين لنموذجين لتعدد العوامل المؤثرة في التنبؤ بالمبيعات. والنموذج الأول هو:

$ع^{\wedge} = أ + ب_{١} س_{١} + ب_{٢} س_{٢} + ب_{٣} س_{٣} + ب_{٤} س_{٤} + ب_{٥} س_{٥}$ حيث [1]،

$ع^{\wedge}$ = المبيعات المتوقعة عن الفترة المقبلة.

$س_{١}$ = مبيعات الفترة السابقة.

$س_{٢}$ = حجم موازنة الدعاية والاعلان عن الفترة المقبلة.

$س_{٣}$ = متغير عشوائي يأخذ القيم ١ أو صفر.

$س_{٤}$ = متغير اتجاه يأخذ قيم متزايدة عددية بمرور الفترات الزمنية.

$س_{٥}$ = الدخل الفعال القابل للانفاق خلال الفترة.

ويلاحظ من هذا النموذج أن المعاملات أ، $ب_{١} ... ب_{٥}$ تحتاج إلى تقدير، ورغم ذلك فالمتغيرات التي تحددت على أنها مؤثرة في حجم المبيعات هي مبيعات الفترة السابقة، وموازنة الدعاية والاعلان وعلاقة اتجاه حجم المبيعات بالنسبة للزمن والدخل الفعال الذي يتوقع أن يقع في أيدي المستهلكين للانفاق منه.

أما النموذج الثاني فهو:

$ق = أ + ب س_{١} + جـ س_{٢} + د س_{٣}$ حيث،

ق = هي نسبة نصيب الوحدة الاقتصادية من السوق.

$س_{١}$ = نسبة منافذ التوزيع التي تقوم بتوزيع المنتج إلى منافذ التوزيع في المنطقة.

$س_{٢}$: نسبة رجال البيع الذين يعرضون المنتج على العميل قبل المنتجات البديلة.

$س_{٣}$: هي نسبة التغير في حجم الانفاق على الدعاية والاعلان عما كانت عليه في العام الماضي.

ويتضح من كلا النموذجين أن المتغيرات التلقائية والداخلية هامة بصدد التنبؤ

(١) انظر المرجع السابق ص ١٥٥ ـ ١٥٦.

بالمبيعات. وأن استخدامها يقتضي توافر بيانات ومعلومات سابقة بالاضافة إلى تقديرات مستقبلية.

٢ ـ ١ ـ جـ. حجم المبيعات وقيمة المبيعات ومشكلة التسعير والمزيج:

قد يتم التنبؤ بالمبيعات على أساس قيمي، أي على أساس قيمة المبيعات المتوقعة، أو على أساس كمي عيني، أي على أساس الكميات المتوقع بيعها من كل منتج من المنتجات. وإذا تم التنبؤ بالمبيعات على أساس قيمي فإن هذا يفترض بالضرورة سيادة أسعار معينة لكل مزيج من تشكيلات المبيعات المعينة. وعادة ما يكون الافتراض الحاكم في هذا المجال هي سيادة الأسعار التي كانت سائدة في الفترة الماضية. أما إذا كان من المتوقع اختلاف أو تغير الأسعار فإن التنبؤ بالمبيعات على أساس كمي يصبح ضرورة، ولكنه لا يكفي لاعداد موازنة المبيعات لما يترتب على اختلاف السعر من تأثير في الكميات. وإذا تعددت المنتجات، فإن المشكلة تصبح في منتهى التعقيد وتحتاج لنماذج رياضية احتمالية معقدة. وسوف نرجىء الكلام عن مشكلة التسعير واختلاف المزيج لمواقع لاحقة ونفترض هنا أن التنبؤ بالمبيعات سواء على أساس كمي عيني أو قيمي يمكن تحويله في النهاية إلى قيمة في ظل مزيج بيعي متوقع من المنتجات المختلفة.

٣ ـ موازنة المبيعات:

يتضح مما تقدم أن التنبؤ بالمبيعات يعتبر في الحقيقة أفضل تقدير ممكن للمبيعات المستقبلية، أيا كانت الوسائل أو الأساليب التي تم الاعتماد عليها في هذا الصدد، ويبدأ اعداد موازنة المبيعات حيث ينتهي التنبؤ بالمبيعات. وعادة ما لا يتم تلقائياً اعتبار المبيعات المتنبأ بها على أنها هي الواجب تحقيقها. فالمبيعات الواجب تحقيقها هي تلك التي تحقق أهداف الوحدة الاقتصادية على أفضل صورة ممكنة في اطار ما تفرضه نتائج التنبؤ من قيود. وبالتالي فيقتضي اعداد موازنة المبيعات التوفيق بين الأهداف والغايات والامكانيات واستكشاف أفضل أحجام

ونسب مزج المبيعات من المنتجات التي تتوافق مع الأهداف والامكانيات. وعادة ما تبدأ عملية اعداد الموازنة باختيار تأثير نتائج التنبؤ بالمبيعات على الأهداف المرجوة. ويتم ذلك عن طريق تحليل التقديرات التنبئية على أساس المنتجات والمناطق ومراكز المسؤولية أو الربحية أو خطوط الانتاج. وعادة ما تستعين الادارة بعد هذا التحليل بأساليب ووسائل تساعدها في تحديد أحجام المبيعات والانتاج من كل منتج من المنتجات التي تمكن من تحقيق الأهداف في ظل الظروف المتوقعة والامكانيات القائمة. ومن هذه الأساليب مثلاً تحليل العلاقة بين التكلفة والحجم والربح لكل منتج من المنتجات أو لكل تشكيلة من التشكيلات، والتعرف على نقاط التعادل الواجب تحقيقها ونقاط التوازن المراد بلوغها. وسوف نتناول هذا التحليل في فصل لاحق من هذا الكتاب. وعندما يتحدد حجم وقيمة المستهدف بيعه من كل منتج من المنتجات يمكن بعدئذ اعداد الموازنة الخاصة بالمبيعات.

ولنفترض على سبيل المثال شركة تنتج ثلاث منتجات $س_1$ و$س_2$ و$س_3$ يتم توزيعها عن طريق عدد من المنافذ الفرعية في أربع مناطق جغرافية هي $ف_1$ و$ف_2$ و$ف_3$ $ف_4$. وقد نتج عن عمليات التنبؤ بالأسعار والكميات ما يلي من بيانات:

المنفذ	$ف_1$		$ف_2$		$ف_3$		$ف_4$	
المنتج	سعر الوحدة	الكمية	سعر الوحدة	الكمية	سعر الوحدة	الكمية	سعر الوحدة	الكمية
$س_1$	١٠	٣٦٠٠	٩	٤٥٠٠	١٢	١٥٠٠	٨	١٢٠٠
$س_2$	١٥	١٨٠٠	١٢	١٢٠٠	١٦	١٢٠٠	١٢	١٥٠٠
$س_3$	٨	٢١٠٠	٦	١٢٠٠	١٠	١٠٠٠	١٠	٢٤٠٠

هذا وقد اتضح من هذه البيانات أن الطاقة المتاحة لا تمكن من الوفاء بكل هذه الاحتياجات حيث لا يمكن انتاج ما يزيد عن ٩١٠٠ وحدة من $س_1$ مع ٥٣٠٠وحدة من $س_2$ و ٥٠٠٠ وحدة من $س_3$. كما وجد أن الاختلافات في الاسعار من منفذ إلى آخر ترتبط بتكلفة النقل واحتياجات التعبئة والتغليف اللازمة لتوصيل المنتج من مقر الانتاج إلى منطقة منافذ التوزيع بوسائل النقل

المتوفرة والمتاحة بالاضافة إلى عمليات تشطيب المنتج والتي تختلف على حسب أذواق المستهلكين من منطقة إلى أخرى.

كما تبين أن تخفيض الكمية لن يؤثر في السعر في المناطق ف١ وف٣ بينما يمكن زيادة أسعار ف٢ بنفس نسبة انخفاض الكمية بالنسبة لجميع المنتجات. أما ف٤ فهي لا يمكن أن تستوعب أي زيادة في أسعار س٣ كما يلزم الوفاء بكمية لا تقل عن ١٠٠٠ وحدة من س١ لضمان استمرار عملاء الشركة الدائمين. ويمكن زيادة سعر المنتج إلى ٩ جنيه للوحدة إذا انخفضت الكمية إلى مقدار الـ ١٠٠٠ وحدة. وقد قررت الإدارة الوفاء باحتياجات ف١ وف٣ والحد الأدنى لاحتياجات ف٤ س المنتج س١ وتخصيص ما تبقى للمنطقة ف٢. أما بالنسبة للمنتج س٢ فقد قررت الإدارة الوفاء باحتياجات ف١ وف٣ وف٤ وتخصيص ما تبقى للمنطقة ف٢. وبالنسبة للمنتج س٣ فقد قررت الإدارة الوفاء باحتياجات ف٣ وف٤ وتقسيم الكمية الباقية بالتساوي بين ف١ وف٢. هذا ويعتبر الطلب على س١ وس٣ مستمراً ومنتظماً بينما الطلب على س٢ موسمياً حيث تبلغ معدلات البيع في الربع الأول والثالث من كل عام ضعف معدلاتها في الربع الثاني والرابع. وقد اتخذت الإدارة كل قراراتها السابقة بناء على معلومات صحيحة عن ظروفها وامكانياتها ورغبة منها في تحقيق كل أهدافها. والمطلوب منا هو اعداد الموازنة التخطيطية للمبيعات لكل منتج من المنتجات ولكل منطقة من المناطق ولجملة المنتجات، للسنة المقبلة ولكل شهر من الشهور، وحتى تاريخه.

وعادة ما تبدأ الخطوات بتحديد موازنة المنتجات وتوزيعها على المناطق للسنة (الفترة ككل) كالآتي: ـ

موازنة المبيعات الاجمالية وتوزيعها على المناطق

المنتج	اجمالي		المنطقة ف١			ف٢			ف٣			ف٤		
	كمية	قيمة	كمية	سعر	قيمة	كمية	سعر	قيمة	كمية	سعر	قيمة	كمية	سعر	قيمة
س١	٩١٠٠	٩٩٠٠٠	٣٦٠٠	١٠	٣٦٠٠٠	٣٠٠٠	١٢	٣٦٠٠٠	١٥٠٠	١٢	١٨٠٠٠	١٠٠٠	٩	٩٠٠٠
س٢	٥٣٠٠	٧٧٠٠٠	١٨٠٠	١٥	٢٧٠٠٠	٨٠٠	١٦	١٢٨٠٠	١٢٠٠	١٦	١٩٢٠٠	١٥٠٠	١٢	١٨٠٠٠
س٣	٥٠٠٠	٤٦٨٠٠	٨٠٠	٨	٦٤٠٠	٨٠٠	٨	٦٤٠٠	١٠٠٠	١٠	١٠٠٠٠	٢٤٠٠	١٠	٢٤٠٠٠
اجمالي	القيمة	٢٢٢٨٠٠			٦٩٤٠٠			٥٥٢٠٠			٤٧٢٠٠			٥١٠٠٠

هذا وقد تم اعداد الموازنة تطبيقاً لقرارات الإدارة باتباع الخطوات التالية:

بالنسبة للمنتج $س_1$:	احتياجات $ف_1$	٣٦٠٠ وحدة بسعر ١٠ جنيه للوحدة معطاه
	احتياجات $ف_3$	١٥٠٠ وحدة بسعر ١٢ جنيه للوحدة معطاه
	احتياجات $ف_4$	١٠٠٠ وحدة الحد الأدنى بسعر ٩ ج للوحدة معطاه.

جملة الاحتياجات بعاليه	٦١٠٠ وحدة
جملة الامكانيات	٩١٠٠ وحدة
الباقي للمنطقة $ف_2$	٣٠٠٠ وحدة
احتياجات $ف_2$	٤٥٠٠ وحدة
النقص في الكمية	١٥٠٠ وحدة

نسبة النقص للكمية = $\frac{١٥٠٠}{٤٥٠٠}$ × ١٠٠ = $\frac{١}{٣}$ ٣٣٪

الزيادة الممكنة في السعر = ٩ × $\frac{١}{٣}$ ٣٣٪ = ٣ جنيه

السعر الفعال = ٩ + ٣ = ١٢ جنيه

∴ موازنة $ف_2$ من $س_1$ = ٣٠٠٠ وحدة × ١٢ جنيه للوحدة

بالنسبة للمنتج $س_2$:	احتياجات $ف_1$	١٨٠٠ وحدة بسعر ١٥ جنيه
	احتياجات $ف_3$	١٢٠٠ وحدة بسعر ١٦ جنيه
	احتياجات $ف_4$	١٥٠٠ وحدة بسعر ١٢ جنيه

جملة الاحتياجات بعاليه	٤٥٠٠
جملة الامكانيات	٥٣٠٠
الباقي للمنطقة $ف_2$	٨٠٠
احتياجات $ف_2$	١٢٠٠
النقص في الكمية	٤٠٠ وحدة بنسبة $\frac{١}{٣}$ ٣٣٪

السعر الفعال = ١٢ + (١٢ × $\frac{1}{3}$ ٣٣٪) = ١٦ جنيه

ومن ثم موازنة ف٢ من س٢ = ٨٠٠ وحدة × ١٦ جنيه

بالنسبة للمنتج س٣: احتياجات ف٣ ١٠٠٠ بسعر ١٠ جنيه للوحدة.

احتياجات ف٤ ٢٤٠٠ بسعر ١٠ جنيه للوحدة

جملة الاحتياجات بعاليه ٣٤٠٠

الامكانيات ٥٠٠٠

الباقي لكل من ف١ وف٢ بالتساوي ١٦٠٠ حصة كل ٨٠٠

سعر ف١ ثابت وهو ٨ جنيه للوحدة

سعر ف٢ يتناسب عكسياً مع النقص في الكمية $\frac{1}{3}$ ٣٣٪ ∴ السعر الفعال = ٨ ج

وفيما يلي التوزيع الزمني لموازنة المبيعات الاجمالية وللمنطقة ف١ (عليك باعداد التوزيع الزمني لباقي المناطق) لمدة خمسة شهور مقرباً لأقرب وحدة منتج صحيحة وأقرب جنيه. (عليك باستكمال البيانات الناقصة وباقي الشهور).

الشهر	الجملة			ف١				ف٢
	المنتج	كمية	قيمة	المنتج	كمية	سعر	قيمة	
١	س١	٧٥٨	٨٢٥٠	س١	٣٠٠	١٠	٣٠٠٠	
	س٢	٥٨٩	٨٥٥٦	س٢	٢٠٠	١٥	٣٠٠٠	
	س٣	٤١٧	٣٩٠٠	س٣	٦٧	٨	٥٣٦	
٢	س١	٧٥٨	٨٢٥٠	س١	؟	؟	؟	
	س٢	؟	٨٥٥٦	س٢	؟	؟	؟	
	س٣	٤١٧	٣٩٠٠	س٣	؟	؟	؟	
٣	س١	٧٥٨	٨٢٥٠	س١	٣٠٠	١٠	٣٠٠٠	
	س٢	٥٨٩	؟	س٢	٢٠٠	١٥	٣٠٠٠	
	س٣	؟	٣٩٠٠	س٣	٦٧	٨	٥٣٦	

الشهر	الجملة			ف$_1$				ف$_2$
	المنتج	كمية	قيمة	المنتج	كمية	سعر	قيمة	
٤	س$_1$	٧٥٨	٨٢٥٠	س$_1$	٣٠٠	١٠	٣٠٠٠	
	س$_2$	٢٩٤	٤٢٧٨	س$_2$	١٠٠	١٥	١٥٠٠	
	س$_3$	؟	؟	س$_3$	٦٧	٨	٥٣٦	
٥	س$_1$	؟	؟	س$_1$	٣٠٠	؟	؟	
	س$_2$	؟	٤٢٧٨	س$_2$	١٠٠	؟	؟	
	س$_3$	٤١٧	؟	س$_3$	٦٧	؟	؟	

ويلاحظ من الموازنة الشهرية للمبيعات بالكمية والقيمة أن المبيعات الشهرية من المنتجين س$_1$ وس$_2$ منتظمة، وبمعدلات متساوية، وبالتالي يتم ايجاد التوزيع الزمني بقسمة الموازنة السنوية على عدد شهور السنة. أما س$_3$ فقد اتضح أن مبيعاته غير منتظمة حيث تزيد معدلاتها للضعف في الربعين الأول والثالث عنها في الثاني والربع وبالتالي تحددت الموازنة الشهرية بقسمة الموازنة السنوية على ١٨ وضرب الناتج في اثنين للشهور الثلاثة الأولى وفي واحد للشهور الثلاثة التالية وفي اثنين للشهور الثلاثة التي تلي وهكذا.

والواقع أن تحقيق موازنة المبيعات يعتبر الهدف الرئيسي لإدارة المبيعات وما يتبعها من مراكز مسئوليته. ففي مثالنا بعاليه يمكن اعتبار مسؤولية التوزيع في كل منطقة بمثابة مركز مسؤولية، كما يمكن تجزئة كل منطقة إلى مراكز مسؤولة فرعية على حسب المنتجات ومنافذ التوزيع القائمة فيها. ذلك بغرض تحقيق الهدف وتحديد المسؤولية عن مساهمة كل جزئية في تحقيقه والتعاون التام في هذا الصدد.

٤ ـ موازنة الانتاج وتكلفة الانتاج:

عندما تتحدد خطة المبيعات كما تعكسها الموازنة عن الفترة الزمنية المقبلة يصبح

تحقيق هذه الخطة مرهوناً بالإضافة إلى الأنشطة البيعية بانتاج الكميات المطلوبة من كل منتج وتوفيرها في المكان المناسب وفي الوقت المناسب لتنفيذ خطة المبيعات. ويقتضي ذلك ضرورة وجود خطة للانتاج والمخزون تتفق وظروف الانتاج والتشغيل والامكانيات المتاحة وتمكن من تحقيق أهداف المبيعات. وعادة ما تتحدد خطة الانتاج السنوية من كل منتج من المنتجات، واللازمة لتحقيق خطة المبيعات السنوية بصورة اجمالية، ثم يتم تفصيلها زمنياً على حسب طبيعة العمليات الانتاجية والطاقات المتاحة والامكانيات التخزينية، ومراعاة لخفض التكاليف المتعلقة بكل هذه العمليات والأنشطة إلى أقل ما يمكن، كما يراعى أيضاً عند وضع خطة الانتاج التفصيلية زمنياً احتياجات التشغيل من ضرورة توقف لاجراء الصيانة والعمرات وما إلى ذلك من ضرورات تقتضيها فنون الانتاج.

وحتى تتحدد الموازنة السنوية الاجمالية للانتاج من كل منتج من المنتجات يقتضي الأمر، بالإضافة إلى معرفة الحجم المخطط للمبيعات، معرفة حجم المخزون المرغوب في نهاية الفترة وحجم المخزون الموجود في بدايتها. فلو فرضنا مثلاً أن حجم المخزون من س$_{١}$ في نهاية الفترة الحالية ينتظر أن يبلغ ٨٠٠ وحدة وأن حجم المخزون المرغوب من هذا المنتج في نهاية الفترة المقبلة (وهي فترة الموازنة) هو ٦٠٠ وحدة فإن موازنة الانتاج المخطط للفترة المقبلة تتحدد كميتها الاجمالية من المنتج كما يلي:

	س$_{١}$		س$_{٢}$	س$_{٣}$
المخزون المرغوب في نهاية الفترة	٦٠٠	وحده	xx	xx
كمية المبيعات المتوقعة	٩١٠٠	وحدة	xx	xx
جملة الاحتياجات عن الفترة	٩٧٠٠	وحدة	xx	xx
المخزون المتاح في بداية الفترة	٨٠٠	وحدة	xx	xx
الانتاج المطلوب خلال الفترة	٨٩٠٠	وحدة	xx	xx

ويتم توزيع هذا الانتاج زمنياً في برنامج إنتاج مخطط يراعى فيه طبيعة العملية الانتاجية واحتياجات التوقف الدوري وتكاليف وزمن الاعداد للتشغيل، وما إلى ذلك من العوامل. فإذا كانت المبيعات منتظمة والعمليات الإنتاجية مستمـرة لمدة ٣٠٠ يوم متصلة كل سنة مثلاً، فإن حجم الانتاج الشهري يتحدد بقسمة ٨٩٠٠ على عشرة شهور ليتحدد حجم الانتاج الشهري. أما إذا كانت فترة التشغيل السنوية غير منتظمة لقيام الفن الانتاجي على نظام الدفعات batch system فإن وقت الاعداد للدفعة وكمياتها بالإضافـة إلى أوقـات الصيـانـة والاصلاحـات والعمرات يجب أن تأخذ في الاعتبار عند تحديد معدلات الإنتـاج الزمنيـة. وإذا كانت المبيعات تتأثر بمتغيرات موسمية (كحال س٢ مثلاً) فإنه يلزم موازنة الامكانيات الانتاجية بالامكانيات التخزينية لتحديد المعدلات الانتاجية الزمنية التي تفي باحتياجات المبيعات بأقل تكاليف ممكنة. وسوف نتعرض لهذه المواضيع في الفصول اللاحقة.

٤ - ١ . تكلفة الانتاج:

تنقسم تكلفة الانتاج محاسبياً (واقتصادياً) إلى عناصر متغيرة وعناصر ثابتة. والعناصر المتغيرة تتناسب طردياً مع حجم الانتاج بصورة أو بأخرى بينما العناصر الثابتة لا تتأثر بحجم الانتاج ولكنها تتناسب طردياً مع الزمن. وتتحدد صورة مسلك العناصر المتغيرة من التكاليف بالنسبة للحجم طبقاً لعوامل عديدة منها الفن الانتاجي المستخدم، وطبيعة الصناعة وموقع معدلات الانتاج الزمنية المرغوبة بالنسبة للحجم، وطبيعة سوق المستلزمات الانتاجية المتغيرة وغيرها. والواقع أنه يلزم دراسة هذا المسلك وتحديده بدقة حتى يمكن تحديد الحجم الأمثل للانتاج بالنسبة للأهداف من ناحية، وحتى يمكن اعداد موازنة تكلفة الانتاج بصورة دقيقة وفعالة من ناحية أخرى. وسوف نفترض في هذا المقام الفروض المحاسبية المألوفة حتى نناقش الموضوع في مكان لاحق، والافتراضات المحاسبية هي أن

التكلفة المتغيرة لوحدة المنتج في المتوسط مقدار ثابت في الفترة القصيرة، أي أن علاقات العناصر المتغيرة بالحجم خطية في المدى الملائم في الفترة القصيرة.

وتأسيساً على ما تقدم فإن موازنة تكلفة الانتاج تتحدد عندما يتحدد حجم الانتاج الكلي المخطط من كل منتج من المنتجات عن طريق معاملات الاستخدام (الثابتة) من عناصر التكلفة المتغيرة. ولنفرض استكمالاً للمثال السابق أن عناصر التكلفة المتغيرة للوحدة لكل من المنتجات الثلاثة وكذا التكاليف الثابتة كانت كالآتي:

		س١	س٢	س٣
مواد مباشرة	أ١	٢ كجم	٢ كجم	٢ كجم
مواد مباشرة	أ٢	١٠ لتر	١٥ لتر	٨ لتر
مواد مباشرة	أ٣	٣جم	٥ جم	٣ جم
أجور مباشرة ـ	فني ماهر	$\frac{١}{٢}$ ساعة	١ ساعة	$\frac{١}{٢}$ ساعة
أجور مباشرة ـ	فني عادي	١ ساعة	١ ساعة	$\frac{١}{٢}$ ساعة
أجور مباشرة ـ	عادي	١ ساعة	١$\frac{١}{٢}$ ساعة	١$\frac{١}{٢}$ ساعة
م صناعية متغيرة		٢ جنيه / وحدة	٣ جنيه / وحدة	٢ جنيه / وحـ
م بيعية متغيرة (متوسط		١ جنيه / وحدة	٢ جنيه / وحدة	١ جنيه / وحـ
تكلفة ثابتة قطاعية (صناعية)		١٨٠٠٠ جنيه	١٥٠٠٠ جنيه	١٢٠٠٠ جنيه
تكلفة ثابتة عامة (إدارية وبيعية)		٤٦٠٠٠ جنيه منها ١٨٠٠٠ جنيه بيعية		

ومن واقع هذه البيانات وما تحدد من أحجام انتاج للمنتجات (سوف نفترض أنها متساوية مع أحجام المبيعات، بمعنى أن مخزون أول الفترة يتساوى مع مخزون آخر الفترة من المنتجات)، ومعرفة سياسية الإدارة فيما يتعلق بتخزين المواد الأولية والخامات، يمكن اعداد ما يلي من موازنات.

٤ . ١ . أ ـ موازنة المواد والخامات:

تتحدد الاحتياجات اللازمة من المواد والخامات على حسب حجم الانتاج المخطط ومعاملات استخدام المنتجات المختلفة والانحرافات المتوقفة والمحتملة عن هذه المعاملات. وتتحدد سياسة توفير هذه المواد والخامات بالظروف التي تحكم توصيلها للعمليات الانتاجية في الوقت المناسب وبالكميات المطلوبة وبظروف السوق ومصادر الحصول على هذه الخامات والمواد وإمكانيات تخزينها، وعديد من العوامل الأخرى. وتبدأ اجراءات اعداد موازنة المواد والخامات بتحديد احتياجات الانتاج النمطية المخططة، ثم إضافة أثر العوامل الأخرى على جملة الاحتياجات واعتبارها عند وضع سياسة الشراء والاستيراد وتحديد الحجم الأنسب من المخزون الواجب توافره من كل مادة أو خامة ضماناً لاستمرار سير العمليات بأقل تكاليف ممكنة.

وبالرجوع لمثالنا بعاليه، وبافتراض أن حجم الانتاج المخطط من المنتجات الثلاثة يتساوى مع حجم المبيعات المقدر، نبدأ في حساب احتياجات الانتاج النمطية من المواد المباشرة والخامات كالآتي: ـ

المادة أ$_{١}$:

المنتج	س$_{١}$	س$_{٢}$	س$_{٣}$	جملة
حجم الانتاج المخطط (وحدة)	٩١٠٠	٥٣٠٠	٥٠٠٠	
احتياجات الوحدة (كجم)	٢	٢	٢	
احتياجات حجم الانتاج المخطط (كجم)	١٨٢٠٠	١٠٦٠٠	١٠٠٠٠	٣٨٨٠٠ كجم

المادة أ$_{٢}$:

احتياجات الوحدة (لتر)	١٠	١٥	٨	
احتياجات حجم الانتاج المخطط (لتر)	٩١٠٠٠	٧٩٥٠٠	٤٠٠٠٠	٢١٠٥٠٠ لتر

المادة $أ_٣$: ـ

احتياجات الوحدة (جم)	٣	٥	٣		
احتياجات حجم الانتاج المخطط (جم)	٢٧٣٠٠	٢٦٥٠٠	١٥٠٠٠	٦٨٨٠٠	جم

وتمثل هذه التقديرات الكمية تقديرات اجمالية نمطية لا تأخذ في اعتبارها أي عوامل أخرى قد تؤثر في سياسة الشراء والتخزين بالإضافة إلى أنها لا توضح التقلبات التي يمكن أن تحدث في احتياجات الانتاج من كل مادة على حسب برنامج الانتاج التفصيلي (الشهري مثلاً). وبالتالي يصبح من المرغوب فيه تفصيل احتياجات الانتاج من كل مادة من المواد على حسب برنامج الانتاج وعلى حسب حجم المخزون المرغوب فيه من كل منها واللازم لضمان استمرار الانتاج بأقل تكاليف ممكنة.

فلو فرضنا مثلاً أن المادة $أ_١$ والمادة $أ_٣$ يتم استيرادها من الخارج.، وإن حجم المخزون يجب أن لا يقل عن احتياجات ثلاثة شهور من $أ_١$ وعن احتياجات شهرين من $أ_٣$، وإن المخزون المتاح من كل منها في بداية الفترة كان يتمثل في ٨٥٠٠ كجم من $أ_١$، ١١٢٠٠ جم من المادة $أ_٣$، وبفرض أن حجم الانتاج الشهري يتفق مع التوزيع الزمني للمبيعات، فإن موازنة كل من المادتين على حسب توزيعها الزمني يمكن أن تبدو كالآتي، إذا افترضنا أن سعر الوحدة (كجم) من المادة $أ_١$ هو ٥٠٠ مليم وسعر الوحدة من المادة $أ_٣$ هو (جم) ١٠٠ مليم.

(بفرض أن سعر الوحدة من المادة $أ_٢$ هو ١٠٠ مليم، قم باعداد موازنة المادة $أ_٢$ على أساس شهري، إذا علمت أن رصيد أول الفترة منها هو ٢٥٠٠٠ لتر وأنه يلزم أن يتوافر في المخزون ما يكفي إنتاج شهر واحد).

موازنة المادة أ١ (احتياجات الانتاج والمخزون والمشتريات)

الشهر	يناير	فبراير	مارس	ابريل	مايو	....
س١ : حجم الانتاج	٧٥٨	٧٥٨	٧٥٨	٧٥٨	٧٥٨	
الاحتياجات (٢ كجم)	١٥١٦	١٥١٦	١٥١٦	١٥١٦	١٥١٦	(١)
س٢ : حجم الانتاج	٥٨٩	٥٨٩	٥٨٩	٢٩٤	٢٩٤	....
الاحتياجات (٢ كجم)	١١٧٨	١١٧٨	١١٧٨	٥٨٨	٥٨٨	(٢)
س٣ : حجم الانتاج	٤١٧	٤١٧	٤١٧	٤١٧	٤١٧	....
الاحتياجات (٢ كجم)	٨٣٤	٨٣٤	٨٣٤	٨٣٤	٨٣٤	(٣)
جملة الاحتياجات الشهرية (كجم) (١ + ٢ + ٣)	٣٥٢٨	٣٥٢٨	٣٥٢٨	٢٩٣٨	٢٩٣٨	.....
المطلوب للانتاج (كجم)	٣٥٢٨	٣٥٢٨	٣٥٢٨	٢٩٣٨	٢٩٣٨	
رصيد المخزون في نهاية الشهر	٩٩٩٤	٩٤٠٤	٨٨١٤	٩٤٠٤	٩٩٩٤	
الاحتياجات الكلية من المادة (كجم)	١٣٥٧٦	١٢٩٣٢	١٢٣٤٢	١٢٣٤٢	١٢٩٣٢	
رصيد المخزون في أول الشهر	٨٥٠٠	٩٩٩٤	٩٤٠٤	٨٨١٤	٩٤٠٤	
مشتريات الشهر (كجم)	٥٠٧٦	٢٩٣٨	٢٩٣٨	٣٥٢٨	٣٥٢٨	
سعر الوحدة	٥٠٠ مليم	٥٠٠ مليم	٥٠٠ مليم	٥٠٠ مليم	٥٠٠ مليم	
تكلفة المشتريات (جنيه)	٢٥٣٨	١٤٦٩	١٤٦٩	١٧٦٤	١٧٦٤	

موازنة المادة أ ٣ ـ احتياجات الانتاج والمخزون والمشتريات

الشهر		يناير	فبراير	مارس	ابريل	مايو
$س_1$: حجم الانتاج		٧٥٨				
الاحتياجات (٣ جم)	(١)	٢٢٧٤	٢٢٧٤	؟	؟	؟
$س_2$: حجم الانتاج		٥٨٩	٥٨٩	٥٨٩	٢٩٤	٢٩٤
الاحتياجات (٥ جم)	(٢)	٢٩٤٥	٢٩٤٥	٢٩٤٥	١٤٧٠	١٤٧٠
$س_3$: حجم الانتاج		٤١٧	؟	؟	؟	؟
الاحتياجات (٣ جم)	(٣)	١٢٥١	١٢٥١	١٢٥١	؟	؟
جملة الاحتياجات الشهرية (١ + ٢ + ٣) جم.		٦٤٧٠	٦٤٧٠	٦٤٧٠	٤٩٩٥	٤٩٩٥

	يناير	فبراير	مارس	ابريل	مايو
المطلوب للانتاج (جم)	٦٤٧٠	٦٤٧٠	٦٤٧٠	٤٩٩٥	٤٩٩٥
رصيد المخزون في نهاية الشهر	١٢٩٤٠	١١٤٦٥	٩٩٩٠	٩٩٩٠	١١٤٦٥
الاحتياجات الكلية من المادة أ ٣	١٩٩١٠	١٧٩٣٥	١٦٤٦٠	١٤٩٨٥	١٦٤٦٠
رصيد المخزون في أول الشهر	١١٢٠٠	١٢٩٤٠	١١٤٦٥	٩٩٩٠	٩٩٩٠
مشتريات الشهر (جم)	٨٧١٠	٤٩٩٥	٤٩٩٥	٤٩٩٥	٦٤٧٠
× سعر الوحدة	١٠٠ مليم	١٠٠ مليم	١٠٠ مليم	١٠٠ مليم	١٠٠ مليم
تكلفة المشتريات (جنيه)	٨٧١	٤٩٩,٥	٤٩٩,٥	٤٩٩,٥	٦٤٧

ويلاحظ أننا اعتبرنا كميات المبيعات الشهرية من كل منتج متساوية مع كميات الانتاج. أما إذا كانت كمية المبيعات تختلف عن كمية الانتاج نتيجة التغيرات المخططة في المخزون، فإن العبرة تكون بكمية الانتاج المخططة. ويلاحظ أيضاً أن كمية المخزون المرغوبة في نهاية كل شهر من كل مادة قد تم حسابها بناء على سياسة التخزين، التي كما سبق أن ذكرنا، يجب أن تأخذ عديداً من العوامل في الاعتبار. وبالنسبة للمادة $أ_{٢}$ نجد أن كمية المخزون في نهاية يناير هي ما تكفي لاحتياجات الانتاج خلال فبراير ومارس وابريل، حيث ينخفض معدل انتاج $س_{٢}$ في ابريل إلى النصف.

وبالتالي نجد:

احتياجات $س_{١}$ لمدة ٣ شهور	= (٧٥٨ x ٢) x ٣ شهور	=	٤٥٤٨ كجم
احتياجات $س_{٢}$ عن فبراير ومارس	= (٥٨٩ x ٢) x ٢ شهر	=	٢٣٥٦ كجم
احتياجات $س_{٢}$ عن شهر ابريل	= (٢٩٤ x ٢) x ١ شهر	=	٥٨٨ كجم
احتياجات $س_{٣}$ لمدة ٣ شهور	= (٤١٧ x ٢) x ٣ شهور	=	٢٥٠٢ كجم
احتياجات المخزون في نهاية يناير		=	٩٩٩٤ كجم

وبالمثل فالاحتياجات في نهاية فبراير هي ما يكفي لانتاج مارس وابريل ومايو، حيث انتاج $س_{٢}$ في ابريل ومايو بالمعدل المنخفض. والاحتياجات في نهاية مارس هي ما يكفي للثلاثة شهور المنتهية في آخر يونيو حيث انتاج $س_{٢}$ بالمعدل المنخفض في الفترة كلها ويبدأ المخزون في الارتفاع اعتباراً من نهاية ابريل حيث يبدأ معدل انتاج $س_{٢}$ في الارتفاع إلى الضعف اعتباراً من شهر يوليو. وتنطبق نفس الأوضاع على المادة $أ_{٣}$.

(وعليك باستكمال الثلاثة شهور التالية للمادة $أ_{١}$، والثلاثة شهور الأخيرة للمادة $أ_{٣}$).

ويلاحظ أيضاً أن موازنة المشتريات بالكمية والقيمة قد تحددت بناء على احتياجات الانتاج وسياسة المخزون والتي سوف نتناولها بقدر أكبر من التفصيل فيما بعد.

٤ ـ ١ ـ موازنة العمالة والأجور:

يتم اعداد موازنة الاحتياجات من العمالة على حسب نوع العمالة المطلوبة ومعدلات الأجور المنتظرة بنفس منطق اعداد موازنة الخامات والموارد، مع خلاف وحيد وهو أن خدمات العمالة المتغيرة غير قابلة للتخزين.

فإذا كانت معدلات الانتاج منتظمة شهرياً مثلاً (كما هو الحال في س١ وس٣) فيتم حساب الاحتياجات الخاصة بالشهر واعتبارها بمثابة الموازنة الشهرية لأشهر الفترة، أما إذا كانت المعدلات غير منتظمة فيمكن حساب معدلات احتياجات الوحدة من المنتج من الأجور المباشرة ثم يتم ضربها في معدل الانتاج الشهري للتوصل لموازنة الأجور. فإذا افترضنا مثلاً أن معدلات الأجور في مثالنا بعاليه كانت كالآتي:

عمل فني ماهر ٥٠٠ مليم للساعة، عمل فني عادي ٤٠٠ مليم للساعة، عمل عادي ٢٠٠ مليم للساعة.

فبناء على هذه المعلومات تكون تكلفة العمالة المباشرة لكل وحدة من المنتجات الثلاثة كالآتي:

المنتج	فني ماهر	فني عادي	عادي	تكلفة الوحدة مليم جنيه
س١	½ × ٥٠٠ مليم	+ ١ × ٤٠٠ مليم	+ ١ × ٢٠٠ مليم	٠,٨٥٠ ـ
س٢	١ × ٥٠٠ مليم	+ ١ × ٤٠٠ مليم	+ ١½ × ٢٠٠ مليم	١,٢٠٠
س٣	½ × ٥٠٠ مليم	+ ½ × ٤٠٠ مليم	+ ١½ × ٢٠٠ مليم	٠,٧٥٠ ـ

وبالتالي فبضرب هذه المعدلات بالنسبة للوحدة في حجم الانتاج الشهري نحصل على الموازنة الشهرية للأجور. أما إذا كان من المرغوب فيه حساب الزمن اللازم شهرياً لكل نوع من أنواع العمالة تمهيداً للعمل على توفيرها، فإن ذلك يتم عن طريق معدلات الاستخدام ومعدلات الانتاج الشهرية. ففي شهر يناير مثلاً حيث معدلات انتاج س١، س٢، س٣، هي ٧٥٨، ٥٨٩، ٤١٧ وحدة على التوالي، تكون الاحتياجات من العمالة الفنية الماهرة وغير الماهرة والعادية هي: ـ

عمالة فنية ماهرة = (٧٥٨ × ½) + (٥٨٩ × ١) + ½ (٤١٧) = ١١٧٦½ ساء

عمالة فنية عادية = (١ × ٧٥٨) + (١ × ٥٨٩) + ½ (٤١٧) = ١٥٥٥½ سا

عمالة عادية = (١ × ٧٥٨) + (١½ × ٥٨٩) + ١½ (٤١٧) = ٢٢٦٧ ساعة

أما بالنسبة لشهر ابريل مثلاً، حيث ينخفض معدل انتاج س٢ إلى النصف، فإن تقديرات الزمن اللازم من كل نوع من العمالة يتم كما هو بعاليه مع احلال معدل انتاج س٢ والذي يبلغ ٢٩٤ وحدة في ابريل محل معدل يناير البالغ ٥٨٩ وحدة.

٤ ـ ٢ ـ موازنة تكلفة الانتاج:

عندما يتحدد برنامج الانتاج المخطط للوفاء باحتياجات السوق في ظل قيود الطاقة، وعندما تتحدد الاحتياجات الفنية لوحدة المنتج من المواد والعمالة المباشرة ومعدلات المصاريف الصناعية المتغيرة، فإنه يمكن، بالإضافة إلى اعداد الموازنات التفصيلية للمواد والخامات والعمالة والأجور والمخزون، اعداد موازنة تكلفة الانتاج لتخدم في اعداد الموازنة التقديرية لنتائج العمليات، كما تخدم في الرقابة العامة على مجموع الأنشطة الانتاجية بمقارنة التكاليف المخططة بالتكاليف الفعلية للانتاج على فترات متقاربة، وتقصى أسباب الانحرافات أن وجدت. وعادة ما يتم ذلك في ظل محاسبة التكاليف المعيارية. ويلزم لاعداد موازنة تكلفة الانتاج

الاجمالية عن الفترة وتوزيعها على أساس شهري أو على أساس الفترات الانتاجية، تحديد تكلفة الوحدة من المواد والأجور المباشرة والمصاريف الصناعية. ففي مثالنا بعاليه نجد أن تكلفة الوحدة من كل من المنتجات الثلاثة تتكون من الآتي:

المنتج	س ١	س ٢	س ٣
تكلفة الوحدة:	مليم جنيه	مليم جنيه	مليم جنيه
مواد مباشرة أ$_{1}$	١,٠٠٠	١,٠٠٠	١,٠٠٠
مواد مباشرة أ$_{2}$	١,٠٠٠	١,٥٠٠	-,٨٠٠
مواد مباشرة أ$_{3}$	-,٣٠٠	-,٥٠٠	-,٣٠٠
تكلفة الوحدة من المواد المباشرة	٢,٣٠٠	٣,٠٠٠	٢,١٠٠
الأجور المباشرة (سبق حسابها)	-,٨٥٠	١,٢٠٠	-,٧٥٠
م. صناعية متغيرة	٢,٠٠٠	٣,٠٠٠	٢,٠٠٠
تكلفة الانتاج المتغيرة للوحدة	٥,١٥٠	٧,٢٠٠	٤,٨٥٠

وتستخدم هذه المعلومات في اعداد موازنة تكلفة الانتاج، والتي يلزم لأغراض الرقابة أن تكون مرنة. وتعني المرونة في هذا الصدد ضرورة ارتباط أرقام الموازنة المستخدمة كأساس للرقابة بحجم الانتاج الفعلي. ولذلك يمكن صياغة موازنة تكلفة الإنتاج في صورة دالية عامة تأخذ في اعتبارها العلاقة بين التكلفة والحجم. وفي ظل افتراضاتنا بعاليه، وفي ضوء البيانات والمعلومات السابقة مثلاً يمكن صياغة موازنة تكلفة الانتاج عن الفترة كلها بالنسبة لكل منتج المنتجات كالآتي، وحيث:

ص$_{1}$، هي تكلفة انتاج الحجم س$_{1}$ من المنتج الأول، ص$_{2}$ هي تكلفة انتاج الحجم س$_{2}$ من المنتج الثاني، ص$_{3}$، هي تكلفة انتاج الحجم س$_{3}$ من المنتج الثالث، ن هي عدد الفترات الانتاجية خلال السنة.

$$ص_{1} = \frac{١٨٠٠٠}{ن} + ٥,١٥ \, س_{1} \qquad (١)$$

$$\text{ص}_{٢} = \frac{١٥٠٠٠}{\text{ن}} + ٧{,}٢\ \text{س}_{٢} \qquad (٢)$$

$$\text{ص}_{٣} = \frac{١٢٠٠٠}{\text{ن}} + ٤{,}٨٥\ \text{س}_{٣} \qquad (٣)$$

ويمكن استخدام المعادلات الثلاث السابقة لتحديد تكلفة الانتاج المخططة على أساس سنوي حيث ن = ١، أو على أساس شهري حيث ن = ١٢ مثلاً. ويمكن أيضاً تفصيل هذه المعادلات بحيث تنطوي على معاملات تكلفة العناصر الثلاثة، من المواد والأجور والمصاريف الصناعية المتغيرة، بحيث يتم تحديد تكلفة كل على حدة.

معادلة $\text{ص}_{١}$ مثلاً يمكن أن تكون:

$\text{ص}_{١} = \frac{١٨٠٠٠}{\text{ن}} + ٢{,}٣\ \text{س}_{١}$ (المواد) + ${,}٨٥\ \text{س}_{١}$ (للأجور) + $٢\ \text{س}_{١}$ (للمصاريف الصناعية المتغيرة).

أما لأغراض اعداد موازنة نتائج العمليات المستهدفة، فعادة ما يتم اعداد موازنة تكلفة الانتاج على أساس قطاعي (المنتجات) للفترة بكاملها بناء على حجم الانتاج (والمبيعات) المخطط.

وبناء على البيانات والمعلومات بعاليه تكون موازنة تكلفة الانتاج المخطط كالآتي:

موازنة تكلفة الانتاج عن الفترة......
(مفصلة على حسب المنتجات والاستخدامات)

	س١	س٢	س٣	اجمالي
حجم الانتاج المخطط (وحدة)	٩١٠٠	٥٣٠٠	٥٠٠٠	
	جنيه	جنيه	جنيه	جنيه
مواد مباشرة	٢٠٩٣٠	١٥٩٠٠	١٠٥٠٠	٤٧٣٣٠
اجور مباشرة	٧٧٣٥	٦٣٦٠	٣٧٥٠	١٧٨٤٥
م. صناعية متغيرة	١٨٢٠٠	١٥٩٠٠	١٠٠٠٠	٤٤١٠٠
تكلفة الانتاج المخطط المتغيرة	٤٦٨٦٥	٣٨١٦٠	٢٤٢٥٠	١٠٩٢٧٥
تكلفة صناعية ثابتة	١٨٠٠٠	١٥٠٠٠	١٢٠٠٠	٤٥٠٠٠
تكلفة الانتاج القطاعية	٦٤٨٦٥	٥٣١٦٠	٣٦٢٥٠	١٥٤٢٧٥
تكلفة ثابتة صناعية عامة (٤٦٠٠٠ ـ ١٨٠٠٠)				٢٨٠٠٠
التكلفة الصناعية الكلية للانتاج المخطط				١٨٢٢٧٥

وباعداد هذه الموازنة يصبح من اليسير اعداد حساب نتائج العمليات التقديري من موازنة المبيعات وهذه الموازنة وإضافة التكاليف البيعية الثابتة والمتغيرة.

أسئلة وتمارين الفصل

أولاً: الأسئلة ـ

السؤال الأول:

تتأثر خطوات اعداد الموازنة التخطيطية للانتاج بعديد من العوامل. أذكر أهم العوامل وأثر كل منها في تحديد الهيكل العام لموازنات العمليات الجارية.

السؤال الثاني:

برر خطأ أو صواب كل من العبارات التالية فيما لا يزيد عن خمسة سطور لكل.

١ ـ يبدو أن هيكل الموازنات في ظل النظام المحاسبي الموحد أكثر كفاءة في استغلال الطاقات الانتاجية المتاحة عن هيكل الموازنات التقليدي.

٢ ـ تتحدد مبيعات الوحدة الاقتصادية بصفة عامة بالعوامل التلقائية أكثر منها بالعوامل التي تخضع لسيطرتها وتحكمها فيها.

٣ ـ تفيد دراسة السلاسل الزمنية لعلاقة كمية المبيعات بالسعر على المدى الطويل في تحديد دالة الطلب الملائمة للتنبؤ بحجم المبيعات المتوقع في الفترة المقبلة.

٤ ـ لا تختلف أساليب ونماذج التنبؤ بالمبيعات إلا باختلاف الصناعة وطبيعة الفن التقني السائد فيها.

٥ ـ يتحدد المزيج الملائم لحجم المبيعات من المنتجات المختلفة بنتائج التنبؤ بالمبيعات المتوقعة من هذه المنتجات.

٦ ـ لا يختلف سعر المنتج الواحد من منطقة توزيع إلى أخرى إلا باختلاف مرونة السعر ومرونة الدخل ومرونة الاحلال، وهي العوامل الأساسية المحددة لشكل وسلوك دالة الطلب في المنطقة.

٧ ـ تتحدد موازنة الانتاج دائماً بما يفي بأهداف موازنة المبيعات في ظل الطاقات الانتاجية المتاحة.

٨ ـ ترتبط تكلفة الانتاج بحجم الانتاج والتغيرات في المخزون.

٩ ـ تعتبر موازنة الانتاج هي البداية في اعداد موازنة المستلزمات من الخامات والعمالة، وتوفرها يعتبر شرطاً كافياً لامكانية اعداد تلك الموازنات.

١٠ ـ متى تحددت موازنة الانتاج المخطط فإنها تعتبر أفضل أدوات الرقابة الاجمالية على تكلفة ما يتم انتاجه فعلاً من انتاج خلال الفترة.

ثانياً: التمارين: ـ

التمرين الأول:

في كل من الحالات التالية قم باشتقاق دالة الطلب من البيانات المعطاه باستخدام تحليل الانحدار البسيط، وأجب عن المطلوب في كل حالة (ضع الدالة في صورة س = أ + ب ك، حيث س السعر، ك الكمية).

١ ـ السعر (جنيه)	٩	١٠,٧٥	١٣,٢٥	١٤,٧٥	١٧,٢٥	١٩
كمية المبيعات المتوقعة (وحدة)	٤٠٠٠	٣٥٠٠	٣٠٠٠	٢٥٠٠	٢٠٠٠	١٥٠٠

ما هي الكمية التي ينتظر بيعها لو كان السعر ١٠ جنيه للوحدة، ولو كان السعر ١٨ جنيه للوحدة.

٢ ـ السعر (جنيه)	٣	٦	٩	١٢	١٥	١٨
كمية المبيعات المتوقعة (وحده)	٣٥٠٠	٣٢٠٠	٢٣٠٠	٢٢٠٠	١٣٠٠	١٠٠٠

أ ـ ما هي الكمية التي ينتظر بيعها لو كان السعر ٥ جنيه، ولو كان السعر ١٠ جنيه.

ب ـ ما هي أهم الاختلافات بين دالة الطلب في (١) وفي (٢).

٣ ـ السعر (جنيه)	٢٥	٥٠	٧٥	١٠٠	١٢٥	١٥٠
كمية المبيعات المتوقعة (وحدة)	٣٥٠٠	٣٢٠٠	٢٣٠٠	٢٢٠٠	١٣٠٠	١٠٠٠

أ ـ ما هي الكمية التي ينتظر بيعها لو كان السعر ٥ جنيه، ولو كان السعر ١٠ جنيه.

ب ـ ما هي أهم الاختلافات بين دالة الطلب في (١) وفي (٢).

٣ ـ السعر (جنيه)	٢٥	٥٠	٧٥	١٠٠	١٢٥	١٥٠
كمية المبيعات المتوقعة	٧٠٠٠	٥٩٤٠	٥٠٤٠	٣٩٦٠	٣٠٤٠	٢٠٠٠

أ ـ ما هي الكمية التي ينتظر بيعها لو كان السعر ٢٠ جنيه، ولو كان السعر ١٧٥ جنيه.

ب ـ قارن بين مرونة السعر على المديين ٢٥ ـ ٥٠ و ١٢٥ ـ ١٥٠.

التمرين الثاني:

ترتبط مبيعات شركة الهناء للمعلبات بمبيعات الصناعة طبقاً للعلاقة الدالية التالية: ـ

ع = ٥٠٦٠٠ + ٢٣,ـ س، حيث س هي مبيعات الصناعة بالجنيه، ع هي مبيعات شركة الهناء بالجنيه. وقد وجد من الخبرة السابقة أن مبيعات الصناعة ترتبط بمتوسط دخل الفرد طبقاً لما توضحه البيانات التالية.

متوسط دخل الفرد (جنيه)	١٠٠	١١٠	١٢٠	١٢٢	١٣٥	١٤٠
مبيعات الصناعة (١٠٠٠ جنيه)	٦١٢	٦٦٤	٧٨٨	٨٤٠	١١٠٠	١٤٤٠

وينتظر ان يبلغ متوسط دخل الفرد طبقاً للخطة القومية للعام القادم ١٥٠ جنيـه، غير أن بعض الاقتصاديين يرى أن متوسط دخل الفرد قد يهبط في العام القادم إلى ١٣٠ جنيه نتيجة لظروف الكساد التي تبدو بوادرها واضحة في معظم دول العالم. غير أن إدارة شركة الهناء تعتقد أن احتمال انخفاض دخل الفرد إلى ١٣٠ جنيه لا يزيد عن ٣٠٪ بينما احتمال ارتفاعه طبقاً للخطة لا يقل عن ٧٠٪.

المطلوب:

(١) اعداد ثلاثة تقديرات بقيمة مبيعات شركة الهناء عن العام القادم.

(٢) ما هو أفضل التقديرات التي يجب اعتمادها بصدد اعداد موازنة المبيعات، ولماذا؟

التمرين الثالث:

تقوم إحدى الشركات بانتاج ثلاث منتجات س$_{١}$، س$_{٢}$، س$_{٣}$. وتقوم بتوزيعها في خمس مناطق رئيسية هي ف$_{١}$، ف$_{٢}$، ف$_{٣}$، ف$_{٤}$، ف$_{٥}$. ويرتبط توزيع المنتجات الثلاثة في كل المناطق بعدد السكان ارتباطاً وثيقاً طبقاً للمعادلات الثلاثة التالية:

س$_{١}$ = ٥٠٠٠ + ٢ رل$_{١}$ + ٧٥ رل$_{٢}$ + ١ رل$_{٣}$ + ٢ رل$_{٤}$ + ٠٥ رل$_{٥}$

س$_{٢}$ = ٣٢٠٠ + ١٥ رل$_{١}$ + ١٥ رل$_{٢}$ + ٢ر ل$_{٣}$ + ١ رل$_{٤}$ + ٢٥ رل$_{٥}$

س$_{٣}$ = ٧٠٠٠ + ١ رل$_{١}$ + ٢ رل$_{٢}$ + ٢ رل$_{٣}$ + ٢ رل$_{٤}$ + ١ رل$_{٥}$

حيث س$_{١}$، س$_{٢}$، س$_{٣}$ هي كمية كل من المنتجات الثلاثة على التوالي، ل$_{١}$،

٥٠٠٠ ل٥ ي عدد سكان المناطق الخمسة على التوالي بالألف نسمة. وينتظر أن يبلغ عدد سكان المناطق الخمسة في المتوسط عن العام القادم بالألف نسمة على التوالي ما يلي: ٢٠٠٠، ٣٥٠٠، ١٥٠٠، ٨٠٠، ٥٥٠٠ (ألف نسمة) وتباع المنتجات الثلاثة بأسعار موحدة في المناطق الخمسة. وينتظر زيادة أسعار البيع عما كانت عليه في العام المنقضي بمعدل ٥ ٪ للمنتج الأول و١٠٪ للمنتج الثاني وتظل كما هي عليه بالنسبة للمنتج الثالث. وقد كانت هذه الأسعار ١٠٠ جنيه، ٥٠ جنيه، ٨٠ جنيه لكل من المنتجات الثلاثة على التوالي عن العام المنقضي. وقد وجد من الخبرة السابقة أن توزيع مبيعات المنتجات الثلاثة على مدار العام يتم طبقاً للمعدلات الآتية:

الشهر / المنتج	س١	س٢	س٣
يناير	١٠٪	٢٠٪	$8\frac{1}{3}$٪
فبراير	١٠٪	١٠٪	
مارس	١٠٪	٥٪	
ابريل	٥٪	٥٪	
مايو	٥٪	١٠٪	
يونيو	٥٪	٢٠٪	
يوليو	٥٪	-	
اغسطس	٢٠٪	-	
سبتمبر	١٥٪	١٠٪	
اكتوبر	٥٪	١٠٪	
نوفمبر	٥٪	٥٪	
ديسمبر	٥٪	٥٪	

المطلوب: -

(١) اعداد موازنة المبيعات السنوية وتوزيعها على المناطق الخمس.

(٢) اعداد موازنة المبيعات على أساس ربع سنوي موزعة على المناطق الخمس.

التمرين الرابع:

إذا علمت أن المخزون في أول يناير من كل من المنتجات الثلاثة في التمرين السابق قد بلغ ٣٦٠٠ وحدة من المنتج الأول، ١١٠٠ وحدة من المنتج الثاني و ٢٣٠٠ وحدة من المنتج الثالث، وأن سياسة الإدارة تقضي بأن يتم في الشهر الحالي انتاج ما يكفي لكي يسمح رصيد المخزون في نهاية الشهر بتغطية مبيعات الشهر التالي، وأن خط انتاج $س_١$ يتوقف مرتين في السنة مرة لمدة شهر ابريل والأخرى لمدة شهر اكتوبر، وأن خط انتاج $س_٢$ مستمر لمدة إحدى عشر شهراً من يناير إلى نوفمبر، وإن خط انتاج $س_٣$ مستمر لمدة عشرة شهور من يوليو، إلى ابريل.

فالمطلوب:

(١) اعداد موازنة انتاج كل من المنتجات الثلاثة وتوزيعها على أساس ربع سنوي.

(٢) قم باعداد موازنة انتاج $س_١$ على أساس شهري حتى يونيو (٣) قم باعداد موازنة انتاج $س_٣$ على أساس شهري عن المدة من ١ / ١ حتى ٣٠ / ٦.

التمرين الخامس:

إذا علمت أن احتياجات الوحدة المعيارية من كل من المنتجات الثلاثة من عناصر التكلفة الصناعية كانت كالآتي:

عناصر التكلفة المنتج	س ١	س ٢	س ٣
مواد مباشرة:			
أ ١ (كجم بسعر ٢ ج للكجم)	٢	١,٥	١
أ ٢ (م٣ بسعر ١٢٠ ج / م٣)	$\frac{١}{٤}$	$\frac{١}{٣}$	$\frac{١}{٤}$
أ ٣ (كجم بسعر ٦ ج / كجم)	١	١	١
أجور مباشرة:			
فني ماهر (ساعة بمعدل ٥٠ ق / ساعة)	١٢	١٦	١٠
فني عادي (ساعة بمعدل ٣٠ ق / ساعة)	٤	٦	٨
مصاريف صناعية متغيرة:			
مواد غير مباشرة	٤ ج / ١ وحدة	٦ ج / وحدة	٣ ج / وحدة
أجور غير مباشرة (ساعة ٤٠ ق / ساعة)	٥	٥	٣
عناصر أخرى	٣ ج / وحدة	٣ ج / وحدة	٣ ج / وحدة
أعباء ثابتة قطاعية (سنة)	٣٢٠٠٠ ج	٣٨٠٠٠ ج	٢٤٠٠٠ ج

المطلوب:

(١) إذا علمت أن سياسة الإدارة هي تخزين احتياجاتها من المواد المباشرة بما يكفي انتاج شهرين وأن رصيد المخزون في أول يناير يكفي فعلاً انتاج يناير وفبراير، قم باعداد موازنة المواد والخامات المباشرة لكل منتج على أساس سنوي وربع سنوي.

(٢) قم باعداد موازنة الأجور المباشرة على أساس شهري لكل من المنتجات الثلاثة.

(٣) قم باعداد موازنة المصاريف المتغيرة على أساس ربع سنوي.

(٤) قم باعداد الموازنة التقديرية لتكلفة الانتاج على أساس قطاعي.

علماً بأن رصيد مخزون المواد غير المباشرة في نهاية الشهر الحالي يلزم أن يكون كافياً لتغطية الاحتياجات في الشهر التالي.

الفصل السادس
في تخطيط الانتاج والمخزون
موازنة الانتاج وموازنة المخزون

١ ـ مقدمة:

تبينا في الفصل السابق أن خطة أو برنامج الانتاج ترتبط بتقديرات المبيعات وسياسة التخزين فيما يختص بالمنتجات، كما أن برنامج الانتاج يعد نقطة البدىء في اعداد موازنات مستلزمات الانتاج من مواد وخامات وعمالة وعناصر تكلفة الانتاج الأخرى المتغيرة. والواقع أننا اقترضنا في هذا الصدد أن سياسة التخزين قد تم الاستقرار عليها في شأن المنتجات ومستلزمات الانتاج، كما افترضنا أن علاقة الانتاج بمسلك عناصر مدخلاته قد تحددت مقدماً، ومن ثم قمنا باعداد موازنة مستلزمات الانتاج بناء على هذه المعطيات. غير أن سياسة التخزين تتحدد عملاً من واقع التوفيق بين الأهداف والامكانيات بأقل تكاليف ممكنة، كما أن علاقة الانتاج بالمستلزمات تتحدد من واقع دراسة سلوك عناصر التكاليف بالنسبة للحجم. وسوف نتناول في هذا الفصل العوامل المؤثرة في وضع سياسة المخزون ومن ثم بربطها بموازنة الانتاج نستطيع اعداد موازنة المخزون والمشتريات، ونتناول دراسة سلوك عناصر التكلفة في الفصل المقبل.

٢ ـ محددات تحقيق الأهداف والتنسيق بين الموازنات:

تبدأ اجراءات اعداد الموازنات منطقياً بدراسة العوامل والمتغيرات التي قد تحدد من تحقيق الأهداف المرغوبة. وتنطوي هذه العوامل بالقطع على محددات الامكانيات الانتاجية والبيعية ومدى تناسقها وارتباطها. وعادة ما ينظر لحجم المبيعات المتوقع بأنه المحدد الرئيسي لامكانيات تحقيق الأهداف، ومن ثم تبدأ اجراءات اعداد الموازنات بالتنبؤ به. غير أن ذلك لا يمنع أن يكون المحدد الرئيسي هو الطاقات الانتاجية المتاحة في الفترة القصيرة، أو عدم توافر أحد أو بعض الخامات الرئيسية بانتظام وبالكميات الكافية والأسعار المناسبة، أو عدم توافر المهارات اللازمة في العمالة المتوفرة بما يفي بالاحتياجات المخططة، وغير ذلك من العوامل الهامة.

ويلزم منذ البداية ضرورة التنسيق بين موازنة المبيعات والامكانيات الانتاجية وموازنة المخزون من المداخلات الانتاجية والمنتجات. وقد تناولنا في الفصل السابق بتبسيط واختصار كيفية التنسيق بين موازنة الانتاج والمبيعات، وهو موضوع سوف نطرقه عند تناول النماذج الكمية في القسم الثاني من هذا الكتاب. وقد تبينا من الفصل السابق أن موازنة الإنتاج ما هي في الواقع إلا خطة للانتاج خلال فترة زمنية معينة لمقابلة احتياجات السوق (والاحتياجات الداخلية ان وجدت) خلال تلك الفترة. وتمثل هذه الموازنة أو الخطة في الشركات الصناعية البرامج الانتاجية الزمنية الواجب تحقيقها على مدار فترة الخطة. أما في المنشآت التجارية فتحل موازنة المشتريات محل موازنة الانتاج، لتفي بالطلب المتوقع من العملاء.

واذا كانت موازنة الانتاج في المنشآت الصناعية والمشتريات في المنشآت التجارية هي بقصد الوفاء بالطلب على المنتجات، فإن تحقيق موازنة الانتاج في المنشآت الصناعية يقتضي اعداد موازنة المشتريات من المواد الأولية والخامات. وفي كل الأحوال تلعب موازنة المخزون دوراً هاماً في تحديد امكانيات الاستمرار في

الانتاج وفي تحديد امكانيات الوفاء بمطالب العملاء بانتظام.

٣ ـ تخطيط المخزون:

يتم الوفاء بطلب العملاء على السلع والمنتجات المختلفة أما من مخرجات العمليات الإنتاجية أو من الكميات المتاحة في المخزون او كلاهما. وبالتالي يعد تخطيط المخزون جزءاً لا يتجزأ من عمليات تخطيط الانتاج (أو المشتريات). فاذا كان رصيد المخزون لدى شركة معينة من منتج معين في أول شهر يناير مثلاً يبلغ ٣٦٠٠ وحدة، بينما تتوقع بيع ١٠٤٠٠ وحدة من المنتج خلال الشهر، فيصبح من الضروري جدولة انتاج الشهر بحيث يتم انتاج ما يفي بالطلب المتوقع. فاذا كانت الشركة ترغب في رصيد لا يقل عن ٥٠٠٠ وحدة من المنتج في المخزون في نهاية شهر يناير، فأن انتاج الشهر يلزم أن لا يقل في هذه الحالة عن ١١٨٠٠ وحدة.

وبصفة عامة يتم حساب الاحتياجات من الإنتاج (أو المشتريات) خلال الفترة من منتج معين للوفاء بحاجة الطلب طبقاً للمعادلة التالية.

الوحدات المطلوب انتاجها أو شرائها خلال الفترة=

(الوحدات المنتظر بيعها خلال الفترة + الوحدات المرغوب وجودها في المخزون في نهاية الفترة ـ الوحدات الموجودة فعلاً في المخزون في بداية الفترة)

غير أن تحديد الكمية المطلوب انتاجها أو شرائها خلال فترة معينة لا يؤدي بالضرورة إلى التغلب على مشاكل التدفق الزمني للانتاج أو الشراء الذي يفي بهذه الاحتياجات. فقد يتم جدولة الانتاج بحيث يتم انتاج ١٨٠٠٠ وحدة خلال شهر يناير بينما يمكن انتاج هذه الوحدات بمعدلات انتاجية مختلفة خلال الشهر أو على دفعات متعددة. فيمكن مثلاً أن يتم انتاجها بتدفق منتظم خلال الشهر بمعدل ٣٩٣ $\frac{1}{3}$ وحدة يومياً، او يمكن انتاجها كلها خلال الاسبوع الأول من الشهر، أو خلال الاسبوع الأخير من الشهر، وهكذا. فاذا تم الانتاج بمعدل منتظم على مدار الشهر وكانت معدلات المبيعات تبدأ مرتفعة في بداية الشهر ثم تنخفض لأقل معدلاتها في نهاية الشهر،

كأن تكون معدلات مبيعات الاسبوع الأول خمسة أضعاف معدلات الاسبوع الأخير في المتوسط مثلاً، فان معدل الانتاج المنتظم سوف يؤدي إلى عدم امكانية الوفاء ببعض طلبات العملاء خلال الشهر. ولذلك يجب وضع برنامج الانتاج بما يتفق وتوفير الكميات المطلوبة طبقاً للتوقيت الزمني لطلبها على مدار الفترة. وما لم يتم ذلك فلن يمكن الوفاء ببعض طلبات العملاء في مواعيدها بما قد يؤدي إلى الاساءة إلى سمعة الوحدة وفقد بعض عملائها للمنافسين. وما لم يكن الفن الانتاجي القائم وتداخل العمليات الانتاجية من المرونة الكافية للتجاوب مع احتياجات الطلب غير المنتظمة، فان انتظام الوفاء بهذه الحاجات يتأتى عن طريق تخطيط المخزون بما يتمشى مع طبيعة العمليات الانتاجية (أو اجراءات الشراء وطول فترة الانتظار في المنشآت التجارية).

٣ ـ ١ ـ الحجم الاقتصادي للطلبية وتكلفة المخزون:

سبق ان ذكرنا أن المخزون في المنشآت الصناعية يتكون من قسمين: مخزون المخرجات من المنتجات ومخزون المدخلات من المستلزمات. أما في المنشآت التجارية فعادة ما يتكون المخزون من السلع التي يتم الاتجار فيها عن طريق الشراء لأغراض اعادة البيع.

وتنطوي تكلفة المخزون على شقين من التكاليف تتعلق بتخزين ما يكفي أو يزيد عن الحاجة، وتكاليف تتعلق بتخزين ما يقل أو يعجز عن الوفاء بالحاجة عند قيامها. وتنطوي تكاليف الشق الأول على العائد المفقود على رأس المال المستثمر في المخزون، وتكافة التخزين (المكان والامكانيات) والمناولة والتأمين والأعمال الكتابية والحسابية والمحاسبية، كما تنطوي على تكلفة الفاقد والتالف والعادم من المخزون نتيجة التخزين، وغيرها. أما تكاليف الشق الثاني فتنطوي على الخسائر الناتجة عن عدم انتظام الانتاج، مثل وقت التوقف واعادة الاعداد للانتاج والتكاليف الاضافية للتشغيل الاضافي لاستعاضة العجز في الانتاج، والارباح المفقودة على طلبات العملاء التي لا يتم تلبيتها، وخصم الكمية المفقود، والشراء

بأسعار مرتفعة للضرورة، وما إلى ذلك من التكاليف والايرادات المفقودة نتيجة اختلال عمليات الشراء والانتاج والبيع والمترتبة على اختلال كمية المخزون.

وبالاضافة إلى هذين الشقين فان الحصول على المخزون يقتضي اجراءات طلبه من مورديه أو الاعداد لانتاجه، وهي عمليات تنطوي على تكلفة، عادة ما تقرب من الثبات بالنسبة للطلبية الواحدة أو الأعداد للتشغيلة الواحدة. ويطلق على هذه التكاليف تكاليف الطلبية، وهي تنطوي على تكلفة روتين اعداد الطلبية وارسالها للمورد ومتابعتها وفحصها والتفتيش عليها ومراجعتها عند ورودها. كما أن لحجم الطلبية علاقة وثيقة بخصم الكمية في حالة توافر إمكانية الحصول عليه.

وتنطوي تكلفة التخزين على عديد من العناصر التي لا تظهر في السجلات المحاسبية، كما قد تنطوي أيضاً على عناصر محاسبية لا قيمة لها اقتصادياً. فالعائد المفقود على رأس المال المستثمر في المخزون مثلاً لا يظهر في السجلات المحاسبية كذلك الأرباح المفقودة على عدم تلبية طلبات بعض العملاء، أو خصم الكمية المفقود نتيجة الشراء بكميات صغيرة. كما أن تكلفة التخزين المتعلقة بالمكان والامكانيات قد تظهر في السجلات المحاسبية في صورة اهلاكات واستنفادات دفترية، غير أن قيمتها الاقتصادية تتوقف على وجود فرصة بديلة لاستغلالها أو الانتفاع بها. فما لم يمكن الانتفاع بالمخازن في أغراض أخرى فان تكلفة استخدامها بالنسبة للمخزون من وجهة النظر الاقتصادية تعتبر منعدمة. أضف إلى ما تقدم أن عدداً من عناصر التكاليف (أو الايرادات المفقودة) التي تتعلق بالمخزون يصعب ان لم يستحيل قياسها، ومثال ذلك الآثار المترتبة على سوء شهرة المحل قبل العملاء نتيجة عدم انتظام الوفاء بطلباتهم، والتي تؤثر في مستقبل المبيعات ولا شك.

وبصرف النظر عما يحيط بالموضوع من مشاكل قياس عناصر التكاليف الملائمة لاتخاذ القرارات المناسبة في شأن تخطيط المخزون، فان من هذه العناصر مالا يمكن تجاهله حتى ولو لم يظهر في السجلات المحاسبية. ولعل أهم هذه العناصر هو العائد

المفقود على رأس المال المستثمر في المخزون. كما أن هناك عناصر أخرى يسهل تقديرها أو التعرف عليها من واقع الخبرة السابقة.

ويمكن القول بصفة عامة أن تكلفة التخزين في شقها الأول (الخاص بتخزين ما يكفي أو يزيد) تتزايد بتزايد حجم المخزون، أما في شقها الثاني (الخاص بتخزين ما يقل عن الحاجة) فهي تتناقص بتزايد حجم المخزون. أما تكلفة الطلبات فهي قطعاً متناقصة مع تزايد حجم الطلبية (بافتراض ثبات تكلفة الطلبية الواحدة).

وتهدف دراسة الحجم الاقتصادي للطلبية إلى محاولة التوفيق بين سلوك عناصر تكاليف التخزين بشقيها وتكلفة الطلبية بحيث يتحدد حجم الطلبية الذي يؤدي إلى تدنية مجموع تكاليف المخزون إلى أقل ما يمكن، مع كفالة استمرار العمليات الانتاجية والوفاء بطلبات العملاء بصورة منتظمة.

٣ ـ ١ ـ أ ـ مثال رقمي والدوال:

لتوضيح بعض ما تقدم افترض أن خطة الانتاج عن السنة (أو المشتريات) أسفرت عن ضرورة شراء ٥٠٠٠٠ وحدة من المادة أ١ يقدر سعر الوحدة بمبلغ ١٠ جنيه. كما أن فحص سجلات الشركة عن السنتين الماضيتين قد أوضح أن تكلفة التخزين والتأمين والمناولة في مخازن مستأجرة تبلغ في المتوسط ٥٠٠ مليم للوحدة كما تبين أيضاً أن تكاليف اعداد وارسال ومتابعة واستلام الطلبية الواحدة يبلغ في المتوسط ٥٠ جنيه. هذا وترغب الشركة في تحقيق عائد على رأس المال المستثمر يبلغ ١٠٪ سنوياً.

ومن واقع هذه البيانات يتبين أن:

تكلفة التخزين والحيازة للوحدة = (١٠ ج × $\frac{١٠}{١٠٠}$ + ٥٠٠ مليم

= ١,٥ جنيه تكلفة الطلبية (معطاه).

ولو افترضنا أن عدد أيام التشغيل في السنة هي ٣٠٠ يوم متتالية، وأن الشركة تستطيع أن تحصل على الكمية المطلوبة من المادة على أي عدد من الدفعات بحيث لا

تقل الدفعة الواحدة عن ٥٠٠ وحدة. فإننا ، مع مراعاة أن متوسط الكمية التي توجد بالمخازن سوف تتساوى مع نصف حجم الطلبية إذا كان الإنتاج مستمراً بمعدل ثابت ، نستطيع تصور علاقة كل من شقي التكلفة الخاصة بالتخزين والطلبية من الجدول التالي.

التكلفة السنوية لأحجام الطلبية المختلفة

الرمز	الدليل							
		وحدة	وحدة	وحدة	وحدة	وحدة	وحدة	وحدة
ل	حجم الطلبية	٥٠٠	١٠٠٠	٢٠٠٠	٤٠٠٠	٥٠٠٠	٨٠٠٠	١٠٠٠٠
ل ÷ ٢	متوسط المخزون	٢٥٠	٥٠٠	١٠٠٠	٢٠٠٠	٢٥٠٠	٤٠٠٠	٥٠٠٠
ط ÷ ل	عدد الطلبيات	١٠٠	٥٠	٢٥	١٢,٥	١٠	٦,٢٥	٥
		جنيه	جنيه	جنيه	جنيه	جنيه	جنيه	جنيه
ب(ل ÷ ٢)	تكلفة التخزين السنوية	٣٧٥	٧٥٠	١٥٠٠	٣٠٠٠	٣٧٥٠	٦٠٠٠	٧٥٠٠
أ (ط ÷ ل)	تكلفة الطلبيات السنوية	٥٠٠٠	٢٥٠٠	١٢٥٠	٦٢٥	٥٠٠	٣١٢,٥	٢٥٠
ت	تكلفة المخزون السنوية	٥٣٧٥	٣٢٥٠	٢٧٥٠	٣٦٢٥	٤٢٥٠	٦٣١٢,٥	٧٧٥٠

حيث: ط ، هي حجم الطلب المتوقع على المادة أ، عن السنة (٥٠٠٠٠ وحدة)
ب تكلفة الحيازة والتخزين للوحدة وهي ١,٥ جنيه ،
أ تكلفة الطلبية الواحدة وهي ٥٠ جنيه.
وباقي الرموز كما هو وارد في الدليل.

ويبدو من الجدول أن حجم الطلبية البالغ ٢٠٠٠ وحدة والذي يترتب عليه ٢٥ طلبية في السنة هو الذي يحقق أقل تكلفة بين الأحجام المعطاة. كما يتضح من الجدول أن تكلفة التخزين السنوية متزايدة باستمرار مع تزايد حجم الطلبية ومن ثم متوسط كمية المخزون (حجم الطلبية ÷ ٢)، بينما تكلفة الطلبيات متناقصة باستمرار مع زيادة حجم الطلبيات ومن ثم قلة عددها.

والواقع أن تكلفة المخزون السنوية في هذا النموذج المبسط يمكن التعبير عنها في

الصورة الدالية التالية (وهي لا تنطوي على تكلفة الشراء والنقل للداخل)

$$ت = أ \left(\frac{ط}{ل}\right) + ب \left(\frac{ل}{٢}\right)$$، أي أن

$$ت = \frac{أ ط}{ل} + \frac{ب ل}{٢} \qquad (١)$$

وبإيجاد المشتقة الأولى للدالة (١) بالنسبة للمتغير ل (حجم الطلبية) نجد أن

$$\frac{د ت}{د ل} = - \frac{أ ط}{ل^{٢}} + \frac{ب}{٢} \qquad (٢)$$

وبوضع (٢) مساوية للصفر نجد أن

$$- \frac{أ ط}{ل^{٢}} + \frac{ب}{٢} = صفر \qquad (٣)$$

أو $\frac{ب}{٢} = \frac{أ ط}{ل^{٢}}$

أو $ب ل^{٢} = ٢ أ ط$

أو $ل^{٢} = \frac{٢ أ ط}{ب} \qquad (٤)$

ومن (٤) نجد أن:

$$ل = \sqrt{\frac{٢ أ ط}{ب}} \qquad (٥)$$

حيث (٥) هي دالة الحجم الأمثل للطلبية في ظل:

ط حجم الطلب السنوي مقدار ثابت ومعروف.

أ تكلفة الطلبية الواحدة مقدار ثابت للطلبية ولا يتأثر بعدد الطلبيات.

ب تكلفة التخزين السنوية المتغيرة المتوسطة بالنسبة للوحدة ولا تتأثر بالنسبة للوحدة بالتغيرات في حجم المخزون.

وبتطبيق المعادلة رقم (٥) على مثالنا بعاليه نجد أن الحجم الأمثل للطلبية (ل):

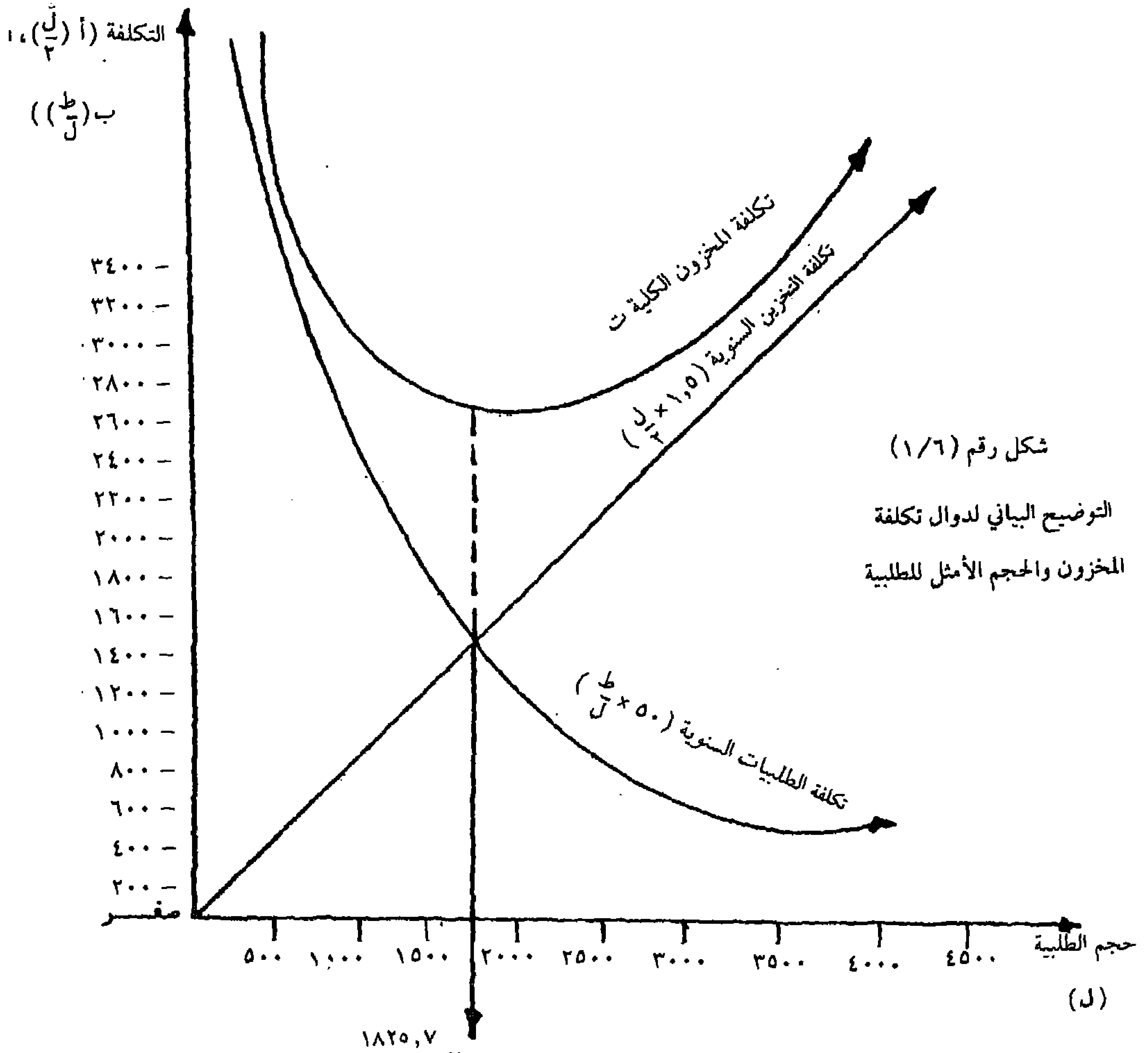
$$\text{ل} = \sqrt{\frac{٢\,(٥٠)\,(٥٠٠٠٠)}{١,٥}} = ١٨٢٥,٧ \text{ وحدة تقريباً.}$$

وتكون التكلفة:

$$\text{ت} = ٥٠\,\frac{(٥٠٠٠٠)}{١٨٢٥,٧} + ١,٥\,\frac{١٨٢٥,٧}{٢} \qquad (٦)$$

$$= ١٣٦٩,٣ + ١٣٦٩,٣ = ٢٧٣٨,٦ \text{ جنيه}$$

لاحظ من (٦) أن الشق الأول من التكلفة والذي يمثل تكلفة الطلبيات يتساوى مع الشق الثاني من التكلفة والذي يمثل تكلفة التخزين. وهذا يعني أنه في ظل هذا النموذج المبسط للمخزون، تكون التكلفة الكلية للمخزون عند أدنى مستوياتها عندما تتقاطع دالة تكلفة التخزين المتزايدة مع دالة تكلفة الطلبيات المتناقصة، حيث تكون التكلفة الكلية أقل ما يمكن، ويتضح شكل هذه الدوال من الرسم البياني التالي (شكل رقم ٦/١).



شكل رقم (١/٦)

التوضيح البياني لدوال تكلفة المخزون والحجم الأمثل للطلبية

وعندما يتحدد حجم الطلبية بالنموذج الموضح في الدالة (٥) يمكن تحديد عدد الطلبيات بقسمة الطلب الكلي المتوقع على حجم الطلبية. غير أن ذلك يفترض بالاضافة إلى ما تقدم انتظام الانتاج أو طلبات العملاء على مر الزمن وامكانية تجاوب معدلات الطلب أو الانتاج مع متوسط حجم المخزون الناتج عن النموذج. والواقع أن مشكلة التوقيت من المشاكل الهامة التي يجب أن

تؤخذ في الاعتبار حتى لو كان الطلب أو الانتاج مستمراً ومنتظماً.

٣ - ٢ - مخزون الأمان وتوقيت اعادة الطلب:

يستخدم النموذج بعاليه، في ظل الافتراضات التي يقوم عليها، لتحديد الحجم الاقتصادي للطلبية. غير أن النموذج لا يوضح متى يتم ارسال الطلبية حتى يتحقق الانتظام المنشود في الانتاج أو في الوفاء بمطالب العملاء.

ويتوقف التوقيت المناسب لارسال الطلبية على عدة عوامل أهمها فترة الانتظار اللازمة منذ بدىء ارسال الطلبية حتى وصولها لمخازن الوحدة ومدى استقرارها، ومدى انتظام الطلب خلال فترة الانتظار الواحدة وعلى مدار فترات الانتظار المتلاحقة، ومدى انتظام الطلب على مدار العام. وتؤثر كل من هذه العوامل في تحديد التوقيت المناسب لاعادة الطلب، أو في تحديد ما يسمى بنقطة اعادة الطلب.

ولنفرض لتوضيح ذلك أن الطلب المتوقع على المنتج س١ على مدار العام المقبل يبلغ ١٤٠٤٠ وحدة، والذي يتم شراؤه من السوق بالجملة لإعادة بيعه بالتجزئة على حالته. ولنفرض أيضاً أن الحجم الأمثل للطلبية قد تحدد بمقدار ٣١٥ وحدة، وأن فترة الانتظار هي اسبوع، وأن متوسط المبيعات الاسبوعية هي ٢٧٠ وحدة. فاذا تمت المبيعات فعلاً بمعدل أسبوعي ثابت قدره ٢٧٠ وحدة، واذا كانت فترة الانتظار فعلاً منتظمة ولمدة ثابتة قدرها اسبوع، فان نقطة اعادة الطلب المناسب في هذه الحالة تصبح ١٥ وحدة، أي عندما يصل حجم المخزون إلى ٣١٥ وحدة فعندئذ يصبح في المخازن ما يكفي مبيعات الاسبوع وهي ٢٧٠ وحدة مضافاً اليه مبيعات اليوم الذي ينتظر أن تصل فيه الطلبية الجديدة (٤٥ وحدة على أساس أيام العمل في الاسبوع ستة أيام) حيث بانقضاء اليوم تصل الطلبية الجديدة ويكون رصيد المخزون القديم قد وصل إلى الصفر. غير أن ذلك لا يحدث عادة حتى في ظل التأكد التام من حيث انتظام المبيعات الاسبوعية. فاذا ما أضفنا إلى ذلك عوامل عدم التأكد لأصبح من الواضح أن اتباع هذه السياسة

قد يؤدي بالمنشأة إلى وضع نفاد المخزون دون وصول الطلبية. وحتى يمكن تلافي ذلك فعادة ما تتحدد نقطة اعادة الطلب من واقع مخزون الأمان الكافي لتغطية تقلبات الطلب وظروف عدم التأكد المحيطة بفترة الانتظار.

٣ ـ ٢ ـ أ ـ تقدير مخزون الأمان:

تساعد الخبرة السابقة والتنبؤ بالمبيعات، واعداد خطط الانتاج الملائمة في تحديد حجم مخزون الأمان ونقطة اعادة الطلبية. فاذا كانت الخبرة السابقة توضح تقلبات كبيرة وواضحة في المبيعات وعززتها في ذلك تنبؤات المبيعات، فان هذه البيانات تمكن، برصد توزيعها الإحصائي، من التعرف على حجم مخزون الأمان ونقطة اعادة الطلب المناسبة. ولنفرض مثلاً أن الخبرة السابقة في مبيعات المنتج س ١ أظهرت أن المبيعات الاسبوعية تتقلب بشدة رغم أن متوسطها السنوي هو ٢٧٠ وحدة للاسبوع. ولنفرض أن هذه البيانات قد أوضحت ما يلي.

التقلبات الاسبوعية في مبيعات س١ لمدة ١٠٠ اسبوع

عدد الأسابيع	المبيعات الاسبوعية (وحدة)	مبيعات الأسابيع (وحدة)	النسبة المئوية التي تزيد فيها المبيعات الاسبوعية عن المبيعات المقابلة
صفر	صفر	صفر	١٠٠٪
٣	١٥٠	٤٥٠	٩٧
٤	٢٠٠	٨٠٠	٩٣
٧	٢٢٠	١٥٤٠	٨٦
١٠	٢٤٠	٢٤٠٠	٧٦
١٤	٢٦٠	٣٦٤٠	٦٢
٢٠	٢٧٠	٥٤٠٠	٤٢
٢٥	٢٨٥	٧١٢٥	١٧

١٠	٣٢٥	٣٢٢٥	٧
٥	٣٤٠	١٧٠٠	٢
٢	٣٦٠	٧٢٠	صفر
١٠٠		٢٧٠٠٠	

متوسط المبيعات الاسبوعية = ٢٧٠٠٠ ÷ ١٠٠ = ٢٧٠ وحدة

ويتضح من الجدول أنه رغم أن متوسط المبيعات الاسبوعية يبلغ ٢٧٠ وحدة إلا أن التقلبات فيها تتراوح بين حد أدنى قدره ١٥٠ وحدة وحد أقصى قدره ٣٦٠ وحدة. كما يوضح العمود الأخير في الجدول احتمال زيادة المبيعات الاسبوعية عن المبيعات الاسبوعية الموضحة في العمود الثاني في الصف المقابل. فاحتمال زيادة المبيعات الاسبوعية عن ٢٢٠ وحدة مثلاً (الصف الرابع) يبلغ ٨٦٪ بينما احتمال زيادة المبيعات الاسبوعية عن ٢٧٠ وحدة (المتوسط) يبلغ ٤٢٪. فاذا كانت الشركة ترغب في تحمل مخاطرة نفاد المخزون بنسبة ٢٪ من عدد مرات الوفاء بطلبات العملاء فانها تستطيع وضع نقطة الطلب وتحديد مخزون الأمان كالآتي:

نقطة الطلب: عندما يصل رصيد المخزون إلى	٣٤٠ وحدة
يخصم: متوسط المبيعات الاسبوعية	٢٧٠ وحدة
مخزون الأمان	٧٠ وحدة

وحيث أفترضنا بعاليه أن الحجم الأمثل للطلبية هو ٣١٥ وحدة، فان رصيد المخزون عند ورود كل طلبية في ظل مخزون الأمان، وبفرض سيادة متوسط المبيعات الاسبوعية البالغ قدرها ٢٧٠ وحدة، يصل إلى ٣٨٥ وحدة (٣١٥ وحدة حجم الطلبية + ٧٠ وحدة مخزون الأمان) تتناقص بعد انقضاء يوم واحد من الاسبوع إلى ٣٤٠ وحدة حيث ترسل الطلبية الجديدة. وترد الطلبية بعد انقضاء اسبوع حيث يكون رصيد المخزون قد تناقص إلى ٧٠ وحدة (حد الامان أو مخزون الأمان) حيث يقفز الرصيد إلى ٣٨٥ وحدة. واذ حدث في أحد

الأسابيع أن انخفضت المبيعات عن ٢٧٠ وحدة أو زادت عن ذلك فان ذلك سوف يؤثر في نقطة اعادة الطلب كما قد يؤدي إلى استنفاد مخزون الأمان. وتتضح العلاقة بين مخزون الأمان ونقطة اعادة الطلب ومتوسط المبيعات الاسبوعية من الشكل رقم (٦/٢)

ويتضح من الشكل ما يلي:

١ ـ عند نقطة الصفر (بالنسبة للزمن) بلغ رصيد مخزون أول الفترة ٣٨٥ وحدة، وهي تمثل مخزون الأمان البالغ ٧٠ وحدة مضافاً اليه حجم الطلبية الأولى البالغ كميتها ٣١٥ وحدة.

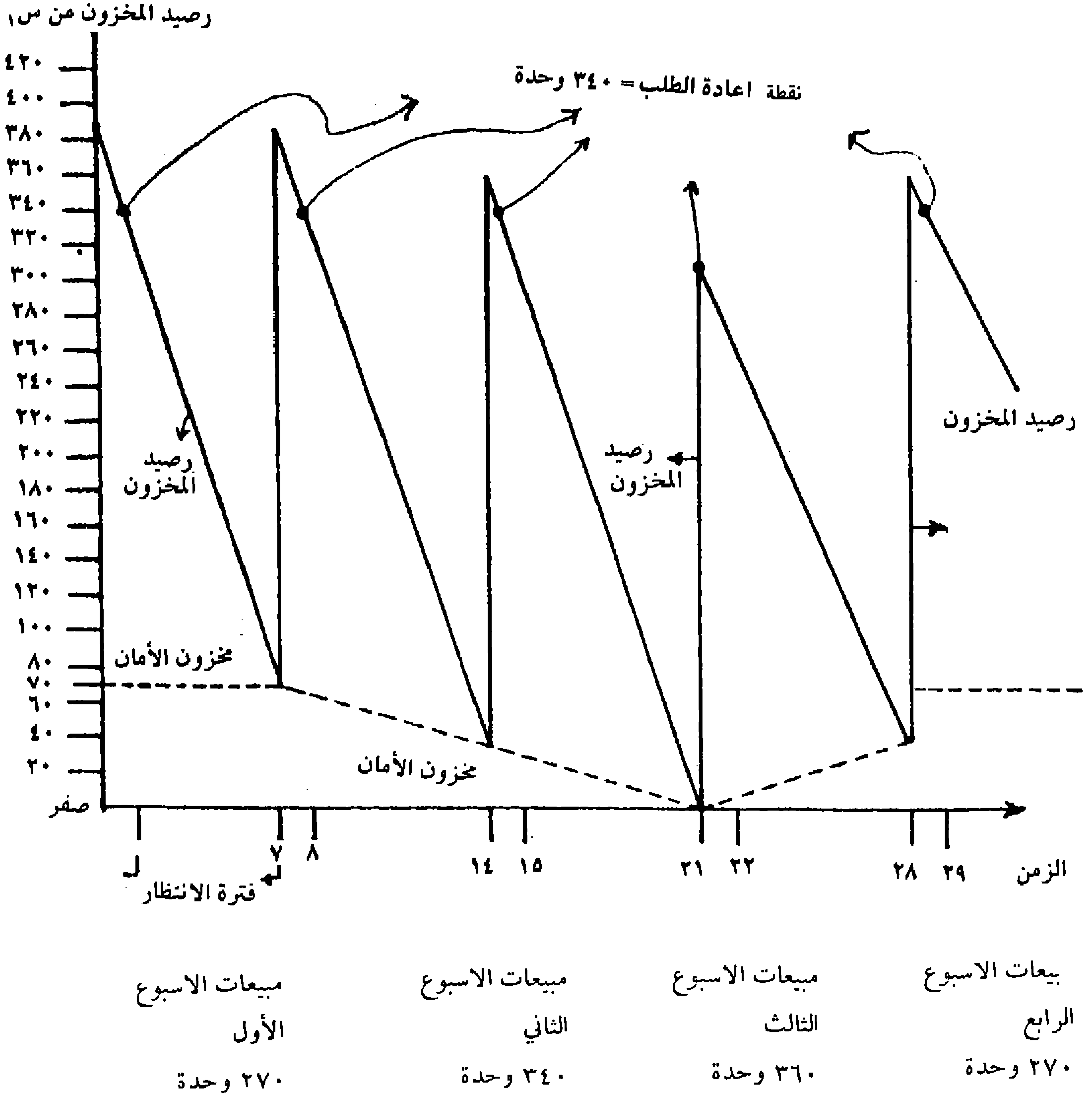
٢ ـ افترضنا مبيعات الاسبوع الأول مساوية لمتوسط المبيعات الاسبوعية وهي ٢٧٠ وحدة (بمعدل ٤٥ وحدة يومياً) وعندما ينتهي اليوم الأول يكون رصيد المخزون قد تناقص إلى ٣٤٠ وحدة، وهي نقطة اعادة الطلب. وبانقضاء ستة أيام (عمل) يكون رصيد المخزون قد تناقص إلى ٧٠ وحدة (٣٤٠ - (٤٥ × ٦)) وهو حد الأمان، حيث تصل الطلبية الجديدة ليرتفع رصيد المخزون من جديد إلى ٣٨٥ وحدة.

٣ ـ افترضنا مبيعات الاسبوع الثاني ٣٤٠ وحدة، وبالتالي نجد أن رصيد المخزون يتناقص في نهاية الاسبوع إلى ٤٥ وحدة (باستنفاد ٢٥ وحدة من مخزون الامان). وعند وصول الطلبية في نهاية الاسبوع يرتفع رصيد إلى ٣٦٠، وحدة (٤٥ + ٣١٥).

٤ ـ افترضنا مبيعات الأسبوع الثالث ٣٦٠ وحدة، حيث بانتهاء الأسبوع يصبح رصيد المخزون مساوياً للصفر، وفي ذلك التاريخ تصل الطلبية الجديدة بكمية ٣١٥ وحدة (حجم الطلبية) وفي نفس التاريخ أيضاً يتم طلب طلبية أخرى حيث رصيد المخزون بوصول الطلبية أقل من نقطة اعادة الطلب (الرصيد ٣١٥ حدة ونقطة اعادة الطلب ٣٤٠ وحدة).

شكل رقم (٦/٢)

دورة استعاضة رصيد المخزون ونقطة الطلب ومخزون الطلبية (رصيد أول الفترة= مخزون الأمان + حجم الطلبية = ٧٠ وحدة + ٣١٥ وحدة = ٣٨٥ وحدة)



٥ ـ افترضنا مبيعات الاسبوع الرابع ٢٧٠ وحدة، وبالتالي فبوصول الطلبية الجديدة في نهاية الاسبوع يكون رصيد المخزون مساوياً ٣٦٠ وحدة كالآتي:

الرصيد في أول الاسبوع	٣١٥وحدة
مبيعات الاسبوع	٢٧٠وحدة
الرصيد قبل وصول الطلبية الخامسة	٤٥ وحدة
الطلبية الخامسة	٣١٥ وحدة
الرصيد في أول الاسبوع الخامس	٣٦٠ وحدة

٦ ـ يلاحظ أنه لو استمرت المبيعات في الاسبوع الرابع بمعدلها في الاسبوع الثالث لتم استنفاد المخزون في خلال خمسة أيام وربع ولتوقفت المبيعات لباقي الاسبوع انتظاراً لوصول الطلبية الجديدة في نهاية الاسبوع.

ويلاحظ مما تقدم أن الاحتياط الذي يوفره مخزون الأمان يتوقف على مدى التقلبات في حجم المبيعات ودرجة المخاطرة التي تتقبلها الادارة فيما يختص بنفاد المخزون. غير أن التمسك بالحجم الأمثل للطلبية وحد مخزون الأمان المتفق عليه لا يمنع نفاد المخزون اذا ما حدثت تقلبات في المبيعات بصفة غير منتظمة وبمديات واسعة عن المتوسط الذي اتخذ أساساً لحساب مخزون الأمان. أضف إلى ما تقدم أن فترة الانتظار التي افترضنا ثباتها عادة ما لا تكون كذلك في الحياة العملية. واذا ما اضفنا إلى ذلك أن توزيع المبيعات الاحتمالية المستقبلية ينطوي على درجة ما من الخطأ وسوء التقدير، فان نموذج المخزون الذي عرضناه لا يضمن بأي حال تلافي الارباح أو الانتاج المفقود نتيجة نفاد المخزون. وسوف نعرض في الجزء الثاني من هذا الكتاب لنماذج مخزون ديناميكية أكثر تقدماً من هذا النموذج الساكن المفتوح، والذي لا يتخذ في الاعتبار امكانية تغير حجم الطلبية بتغير الطلب على الانتاج أو المبيعات.

٤ ـ موازنة الانتاج والتقلبات في حجم المبيعات والمخزون:

يتكون المخزون في المنشآت الصناعية من فئتين، الأولى تمثل مدخلات العمليات الانتاجية من مواد أولية وخامات ومستلزمات سلعية، والثانية تمثل مخرجات العمليات الانتاجية من منتجات قابلة للبيع. وعادة ما ترتبط موازنة الانتاج بموازنة المبيعات عن طريق موازنة المخزون من المخرجات، والتي تسمح بتلاءم طبيعة العمليات الانتاجية مع نمط السلوك المتوقع للمبيعات المستقبلية. فاذا كانت طبيعة العمليات الانتاجية مستمرة وبمعدلات انتاجية تقرب من الثبات ولا تستجيب لما قد تدعو اليه الحاجة من تقلبات، وكانت المبيعات غير منتظمة ومتقلبة على مدار الفترة، فان رصيد المخزون لا بد بدوره وأن يمتص الفروق الزمنية لمعدلات الانتاج عن معدلات المبيعات. وحتى اذا كان في الامكان أن تتقلب معدلات الانتاج لمقابلة التغيرات في معدلات المبيعات، فانه عادة ما يكون أفضل اقتصادياً أن تنتظم معدلات الانتاج وبحيث ينتقل عبء التقلبات إلى المخزون لمقابلة سلوك المبيعات. ذلك لأن انتظام الانتاج عادة ما يؤدي إلى وفورات في التكاليف وامكانية أفضل لاستغلال الطاقات المتاحة، بما قد يؤدي إلى تحقيق وفورات تزيد كثيراً عن تكاليف المخزون المضافة. وفي كثير من الاحيان يمكن وضع مديات للتقلبات في معدلات الانتاج والمخزون للوفاء بحاجة الطلب المتغيرة بحيث يتحقق أكبر قدر من الوفورات الانتاجية بأقل التكاليف التخزينية. ويقتضي ذلك بالطبع أن يؤخذ في الاعتبار مسلك عناصر التكاليف المختلفة بالنسبة لمعدلات الانتاجية (وهي بخلاف حجم الانتاج)، ومدى ندرة ما يتوافر من طاقات انتاجية، بالاضافة إلى عناصر تكلفة التخزين والمخزون عند تحديد الحجم الأمثل للمخزون، بحيث يتحدد معه المعدل الأمثل للانتاج بالنسبة للزمن.

وعندما تتحدد معدلات الانتاجية ومن ثم تستقر موازنة الانتاج وتوزيعها الزمني يمكن تحديد الحجم الأمثل للطلبية من المواد الأولية والمستلزمات السلعية ومخزون الأمان كما سبق عرضه في البند السابق.

أسئلة وتمارين الفصل

أولاً: الأسئلة:

السؤال الأول:

ميز بين كل مما يأتي:

تكفة المخزون وتكلفة التخزين، تكلفة التخزين ورأس المال المستثمر في المخزون، نقطة اعادة الطلب وفترة الانتظار، مخزون الأمان والحجم الأمثل للطلبية، موازنة المشتريات وموازنة المخزون.

السؤال الثاني:

برز خطأ أو صواب كل من العبارات التالية فيما لا يزيد عن خمسة سطور:

١ ـ تزداد تكلفة التخزين بزيادة حجم الطلبية بصرف النظر عن عدد الطلبيات.

٢ ـ تتناسب الارباح (أو الايرادات) المفقودة نتيجة نفاد المخزون تناسباً عكسياً مع الحجم الذي يتقرر اختياره للطلبية.

٣ ـ يتناسب حجم مخزون الأمان تناسباً عكسياً مع طول فترة الانتظار مع بقاء العوامل الأخرى على حالها.

٤ ـ تتحدد نقطة اعادة الطلب بناء على معدلات السحب اليومية من أرصدة المخزون وطول فترة الانتظار.

٥ ـ يتحدد الحجم الأمثل للطلبية عندما تكون تكلفة الطلبيات أقل ما يمكن.
٦ ـ توازن المنشأة بين تكلفة التخزين بما يزيد عن الحاجة وتكلفة نفاد المخزون بصدد تحديد الحجم الأمثل للطلبية.
٧ ـ اذا كانت المبيعات غير منتظمة بينما الطاقة الانتاجية المتاحة تسمح بالتقلبات في معدلات الانتاج لتتسق مع التقلبات في المبيعات فليس هناك جدوى من محاولة جعل الانتاج يستمر بمعدلات منتظمة مقابل نقل عبء التقلبات في المبيعات إلى المخزون.
٨ ـ يتحدد حجم مخزون الأمان الملائم بما لا يسمح بنفاد المخزون في ظل أي ظرف من الظروف.

السؤال الثالث:

١ ـ لا تظهر السجلات المحاسبية كل التكاليف المتعلقة بـالمخـزون والواجـب اتخاذها في الاعتبار عند تخطيط حجم المخزون.

أشرح هذه العبارة موضحاً ثلاثة من أهم عناصر التكاليف المرتبطة بالمخزون والتي لا تظهرها السجلات المحاسبية.

٢ ـ حدد واشرح باختصار أهم مزايا انتظام الانتاج بالمقارنة بأهم مزايا انتظام المخزون في ظل التقلبات الموسمية في المبيعات.
٣ ـ عدد أهم الافتراضات التي يقوم عليها نموذج تحديد الحجم الأمثل للطلبية الذي تناولناه في هذا الفصل.

ثانياً: التمارين:

التمرين الأول:

تبلغ خطة الانتاج السنوية من المنتج س١ ٢٥٠٠٠٠ وحدة تقرر انتاجها بمعدلات منتظمة على مدار ٢٥٠ يوم بمعدل ١٠٠٠ وحدة يومياً. وتحتاج الوحدة

من س$_1$ إلى وحدتين من المادة أ$_1$ والتي تبلغ تكلفة تخزين الوحدة منها في المتوسط جنيه واحد في السنة. ويتم شراء هذه المادة من بعض الموردين المحليين، والتي أظهرت الخبرة السابقة من التعامل معهم أن فترة الانتظار بين تاريخ ارسال الطلبية واستلامها في المخازن تبلغ خمسة أيام. كما جرت سياسة الشركة على أن تحتفظ بمخازنها كاحتياطي أمان بما يوازي احتياجات الانتاج لمدة يومين. من هذه المادة. فاذا علمت أن تكلفة اعداد وارسال الطلبية الواحدة تبلغ في المتوسط ١٦ جنيه.

فالمطلوب:

١ ـ تحديد نقطة اعادة الطلب وحجم الطلبية الاقتصادي.

٢ ـ قم باعداد رسم بياني يوضح دورة استعاضة رصيد المخزون ونقطة اعادة الطلب ومخزون الأمان.

٣ ـ بفرض أن تكلفة شراء الوحدة من المادة أ$_1$ تسليم محل المشترى تبلغ ١٠ جنيه وأن الشركة تقترض من البنوك لتمويل المخزون بسعر فائدة قدره ١٠٪ سنوياً وأن تكلفة التمويل لم تأخذ في الاعتبار عند حساب تكلفة التخزين بعاليه، فالمرجو اعادة النظر في نتائج المطلوب الأول.

التمرين الثاني:

تقوم شركة النشا والخميرة باستخدام ما يقرب من ١٠٠٠ صندوق من الصابون المبشور لاغراض مختلفة سنوياً ويبلغ ثمن شراء الصندوق الواحد ٥ جنيه تسليم محل البائع دون خصم كمية. إلا أن شركة الزيوت والصابون قد عرضت جدول خصم الكمية التالي على شركة النشا والخميرة.

عدد الصناديق	١ ـ ٩٩	١٠٠ ـ ٢٤٩	٢٥٠ ـ ٤٩٩	٥٠٠ ـ ٧٤٩	٧٥٠ فأكثر
الخصم للصندوق	لا يوجد	٥٠٠ مليم	٧٥٠ مليم	٩٠٠ مليم	١ جنيه

هذا وتبلغ تكلفة التخزين في المتوسط جنيه واحد للصندوق سنوياً في المخازن

الفسيحة لشركة النشا والخميرة وذلك بما فيها الفائدة على رأس المال بمعدل ١٠٪ سنوياً، كما تبلغ تكلفة الطلبية الواحدة، بما فيها مصاريف النقل، بصرف النظر عن الكمية ٤٠ جنيه.

المطلوب:

١ ـ حساب الحجم الأمثل للطلبية دون استخدام المعادلة (٥) وتبرير اختيارك لهذا الحجم.

٢ ـ بفرض أن تكلفة التخزين بعاليه لا تنطوي على الفائدة على رأس المال المستثمر، وأن الشركة أرادت أن تحقق عائداً لا يقل عن ١٠٪ على رأس المال المستثمر في المخزون، فما هو الحجم الأمثل (الجديد للطلبية) ولماذا؟

التمرين الثالث:

يتم انتاج المنتج س٣ على نظام الدفعات، حيث يلزم الاعداد للتشغيل في كل دفعة من الدفعات، وتبلغ المبيعات السنوية المتوقعة من المنتج ١٢٠٠٠ وحدة، تقوم الشركة حالياً بتشغيلها على ثلاثة دفعات كل بواقع ٤٠٠٠ وحدة تلافياً لضخامة تكلفة الاعداد للتشغيل (من وجهة نظر الشركة) والتي تبلغ ١٢٠٠ جنيه للدفعة بصرف النظر عن عدد وحداتها. ويستغرق انتاج الدفعة شهراً بصرف النظر عن عدد وحداتها. وتعتبر مبيعات س٣ منتظمة على مدار السنة وتبلغ تكلفة انتاج الدفعة (المكونة من ٤٠٠٠ وحدة) ما يلي:

جنيه	
١٦٠٠	مواد أولية مباشرة
١٠٠٠	أجور مباشرة
٢٠٠	م صناعية متغيرة
٤٠٠	أعباء دفترية ثابتة
٣٢٠٠	المجموع

كما تبلغ تكلفة تخزين الوحدة من س٣ في المتوسط بخلاف الفائدة على رأس المال المستثمر مبلغ جنيه واحد . وتتعامل الشركة مع البنوك للسحب على المكشوف بمعدل فائدة يبلغ ١٠ ٪ سنوياً .

المطلوب:

١ ـ توضيح رأيك في سياسة الشركة من واقع تحليل المعلومات السابقة .
٢ ـ حساب الحجم الأمثل للدفعة الانتاجية في ظل التحليل السابق .
٣ ـ اذا علمت أن الشركة ترغب في الاحتفاظ بمخزون أمان لا يقل عن مبيعات شهر خوفاً من تأخر بدء تشغيل الدفعة عن الموعد الذي يتقرر لها لتداخل برامج تشغيل دفعات المنتجات المختلفة الأخرى التي تحتاج في انتاج المطلوب منها لفترة لا تقل عن ستة أشهر يمكن تجزئتها إلى ثلاث فترات جزئية كل منها شهرين متتاليين. فما هو رأيك في رغبة الشركة وما هي النصيحة التي تزجيها لها في ظل هذه الأوضاع الجديدة.

التمرين الرابع(*):

تقوم إحدى المحلات الكبرى بشراء نوع معين من لعب الاطفال لاعادة بيعه بالاسم التجاري للمحلات. وتبلغ المبيعات الشهرية من هذه اللعبة في جميع فروع هذه المحلات مجتمعة ما يقرب من ١٢٠٠٠٠٠ وحدة، وتعتبر المبيعات منتظمة، وتقوم المحلات حالياً بشراء هذه اللعبة من المصنع في كميات تساوي المبيعات الشهرية بسعر جنيه واحد للعبة وحيث يتم التسليم في خلال ١٥ يوماً من تاريخ ارسال الطلبية. ويتم الاحتفاظ بمخزون أمان يبلغ ٣٦٠٠٠ وحدة في كل الأوقات وبذلك تكون نقطة اعادة الطلب هي ٩٦٠٠٠ وحدة.

(*) فكرة التمرين مستوحاه من Charles T. Horngren, **Cost Accounting:** a Managerial Emphasis, (Prentice - Hall, 2 nd ed. 1967), P. 560.

وحيث يتم انتاج هذه اللعبة على نظام الدفعات فقد عرضت الشركة المنتجة على المحلات امكانية تخفيض سعر الوحدة إلى ٩٠ قرشاً بشرط أن يكون حجم الطلبية ٦٠٠٠٠٠ وحدة ويتم تسليمها بعد انقضاء شهر من تاريخ ارسال الطلبية. واذ كان للمحلات أن تقبل هذا العرض فهي ما زالت راغبة في الاحتفاظ بحد أدنى للمخزون يبلغ ٣٦٠٠٠ وحدة. وبالاضافة إلى ذلك فسوف يكون على المحلات أن تستأجر أماكن تخزين اضافية بايجار سنوي يبلغ ١٢٠٠٠ جنيه بالاضافة إلى مصاريف تخزين أخرى تبلغ ٩٠٠٠ جنيه في السنة. كما سوف يترتب على قبول عرض الشركة المنتجة ارتفاع تكاليف المناولة بما يعادل مليم واحد لكل وحدة يتم بيعها..

المطلوب:

١ - قم بحساب الوفورات (أو الخسائر) الشهرية إذا ما تم قبول عرض الشركة المنتجة.

- تستطيع المحلات أن تحقق عائد سنوي على رأس المال المستثمر بمعدل ١٢٪ في فرص استخدام بديلة متوفرة. ويترتب على ذلك أن تقوم المحلات بحساب عائد مفقود على رأس المال المستثمر في المخزون بواقع ١٪ شهرياً على متوسط المخزون بصدد حساب وفورات (أو خسائر) أي سياسة تقوم باتباعها. ففي ظل هذه الظروف هل تنصح بقبول عرض الشركة المنتجة، وما هي الوفورات (أو الخسائر) التي تترتب على قبول العرض في ظل هذه الظروف.

التمرين الخامس(*):

تقوم احدى الشركات بانتاج منتج معين تحتاج الوحدة منه إلى ملف

(*) فكرة التمرين مستوحاه من Charles T. Horngren, **Cost Accounting:** a Managerial emphasis, (Prentice - Hall, 2 nd ed. 1967), P. 560.

كهربائي يمكن شراؤه من مصنع متخصص بمبلغ ٣ جنيه للوحدة. وتقوم الشركة حالياً بانتاج الملف داخلياً من نوعية موحدة من الأسلاك النحاسية التي تقوم بطلبها من شركة مصانع النحاس المصرية في كميات اقتصادية كل منها يكفي لانتاج ١٠٠٠ ملف، حيث: تبلغ تكلفة السلك اللازم للملف الواحد في المتوسط ٦٦٧ مليم. ويبلغ الانتاج السنوي من المنتج في المتوسط ١٠٠٠٠ وحدة وتبلغ تكلفة تخزين الوحدة (الملف) في المتوسط ٣٣٣ مليم سنوياً، بما فيها العائد على رأس المال المستثمر في المخزون ويبلغ الحد الأدنى للمخزون اللازم لاستمرار الانتاج من المنتج الرئيسي ٢٠٠ وحدة (ملف)، وتبلغ الأجور المباشرة اللازمة لانتاج الملف الواحد ٢ جنيه في المتوسط، كما تبلغ الاعباء الثابتة للوحدة ١,٦٦٧ جنيه على أساس معدل التحميل الثابت المحتسب على أساس طاقة سنوية تبلغ ١٠٠٠٠ ملف. وبالاضافة إلى ما تقدم فان اعداد الملف يتم باستخدام أحد الالات المستأجرة والتي يبلغ ايجارها الشهري ٦٧ جنيه.

المطلوب:

تحديد السياسة الملائمة التي ترى أنه من الواجب على الشركة اتباعها، هل تستمر في انتاج الملف داخلياً أم تقوم بشرائه من المصنع المتخصص. علماً بأنه في حالة الشراء فان تكلفة النقل والتخزين يمكن اهمالها كما يمكن امداد الشركة باحتياجاتها عند اللزوم.

الفصل السابع
في
الموازنة النقدية
وتخطيط التدفقات المالية

١ ـ مقدمة:

تناولنا في الفصول السابقة أهم الادوات التقليدية المستخدمة في تخطيط العمليات الجارية بهدف تحقيق الاهداف المرغوبة. فوجدنا أن موازنة المبيعات هي محصلة مجموعة اجراءات التنبؤ بالمبيعات والتوفيق بين الاهداف والامكانيات. كما وجدنا أن موازنة الانتاج هي محصلة مجموعة الاجراءات اللازمة لتنسيق العمليات والانشطة الانتاجية بما يمكن من تحقيق المبيعات المستهدفة في ظل سياسة التخزين والمخزون المختارة بغرض تحقيق أكبر وفورات انتاجية وتخزينية ممكنة. وعرفنا أن موازنة الإنتاج، عندما تتحدد كخطة مستقرة، يستتبعها اعداد مجموعة موازنات مستلزمات الانتاج من مواد وعمالة ومصاريف مختلفة.

والواقع أن تحقيق الأهداف المنشودة في ظل الخطط والبرامج الموضوعة يقتضي ضرورة استمرار الوحدة الاقتصادية في مزاولة الانشطة المخططة للفترة الكافية

لتحقيق هذه الاهداف. ولن تستطيع الوحـدة الاستقـرار والاستمـرار والعمـل بكفاءة في سبيل تحقيق الأهداف ما لم تكن في حالة يسار في المدى الطويل، وهو الأمر الذي يقتضي استمرارها في الوفاء بالتزاماتها، وقدرتها على توفير مدخلات أنشطتها وعملياتها. ويلزم لتحقيق ذلك توافر النقدية الكافية واللازمة في وقت الحاجة اليها .ويتناول هذا الفصل اجراءات وخطوات اعـداد مـوازنـة النقـديـة وعلاقاتها بالموازنات الأخرى من ناحية، كما يتناول تخطيط التدفقات المالية من ناحية أخرى.

٢ ـ أهداف موازنة النقدية والتحضير لاعدادها:

تهدف موازنة النقدية إلى تخطيط المتحصلات والمدفوعات النقدية لفترة زمنية معينة بدرجة كافية مـن الدقـة والتفصيـل، لضمان استمـرار العمليـات والوفـاء بالالتزامات وادارة الموارد النقدية بصورة مواتية تحقق الأهداف أو الغايات. فالحاجة إلى نقدية لاستمرار العمليات تقتضي ضرورة توفير ما يلزم للحصول على تدفق المستلزمات من مواد وعمالة ومصروفات، بالاضافة إلى سداد ما قد ينشأ نتيجة عوامل أخرى من التزامات، كالتوسعات أو التجديدات. كما أن مصادر النقدية تتوقف على حصيلة ناتج العمليات وعلى ما قد ينشأ عن عوامل أخرى من متحصلات كبيع الأصول أو زيادة الالتزامات. ولا بد من التوفيق الزمني بين المتحصلات والمدفوعات حتى تستقر الأمور ويمكن تلافي ما قد يتضح من عجز أو قصور فيما ينتظر أن يتاح من نقدية على مر الزمن عن حاجة المطالب المتعددة عليها في مختلف الأوقات.

والواقع أن التخطيط النقدي الذي محصلته هو موازنة النقدية يهدف اساساً إلى كفاءة ادارة الموارد النقدية. ويتأتى ذلك عن طريق التخطيط لتوفير ما يلزم منها من احتياجات وقت الحاجة ولاستغلال ما يفيض منها عن الحاجة وقت الزيادة. ولذلك فهو ينطوي على التوفيق الزمني بين المتحصلات والمدفوعات وتقصي بدائل

تمويل العجز عند قيامه واختيار أفضلها والعمل على توفيرها، ودراسة بدائل استغلال الفائض عند قيامه واختيار أفضلها والتخطيط لاتباعها.

واذا كانت موازنة النقدية تهدف إلى تحقيق التوازن النقدي بين ما ينتظر من متحصلات وما يتوقع من مدفوعات خلال فترة زمنية مقبلة عن طريق تخطيط كلاهما في ضوء الاحتياجات والموارد المتوقعة من النقدية، فان التحضير لها يقتضي تحضير البيانات والمعلومات اللازمة والدقيقة عن العوامل المؤثرة في هذه التدفقات. ويمكن تقسيم هذه العوامل إلى عدد من المجموعات طبقاً لمراحل تأثيرها على أعداد الموازنة كالآتي:

١ ـ عوامل مرتبطة بمزاولة العمليات الجارية خلال الفترة المقبلة (فترة الموازنة).

٢ ـ عوامل مرتبطة بالعمليات التمويلية والرأسمالية والتي يكون لها انعكاسات نقدية خلال الفترة المقبلة.

٣ ـ عوامل مرتبطة بتقصي بدائل تحقيق التوازن النقدي على مدار الفترة بين المتحصلات المخططة والمدفوعات المنتظرة نتيجة ما تقدم، كذلك العوامل المؤثرة في تقييم واختيار بدائل توفير العجز عند الحاجة واستغلال الفائض عند الزيادة.

٤ ـ عوامل يترتب عليها ضرورة التحقق من استمرار التوازن النقدي على مدار الفترة واجراء التعديلات اللازمة في الموازنة عندما يقتضي الأمر.

وتقتضي المجموعة الأولى توافر البيانات اللازمة عن التدفقات النقدية المنتظرة من مزاولة العمليات الجارية. فالمبيعات يتحقق عنها متحصلات نقدية عاجلة أو آجلة على حسب ما تستقر عليه الادارة من سياسات بيعية وائتمانية، كذلك الأمر فيما يختص بما قد يتوافر من مصادر أخرى للايرادات. كما أن مزاولة العمليات الجارية يستتبعها مدفوعات لتوفير المواد والخامات (أو المشتريات) ولسداد باقي بنود المصروفات أو الالتزامات النقدية. وعادة ما يمكن توفير البيانات والمعلومات اللازمة لتحديد آثار هذه المتغيرات على تدفق المتحصلات والمدفوعات من واقع ما

سبق تناوله من موازنات بالاضافة إلى ما يستقر عليه الرأي من سياسات. ويرتبط بالعمليات الجارية أيضاً ما قد يترتب على نتائجها من مدفوعات نقدية، مثل توزيعات الارباح وسداد الضرائب والرسوم وغيرها من مستحقات ترتبط بنتيجة العمليات.

وتقتضي المجموعة الثانية توفير البيانات اللازمة عن التدفقات النقدية المنتظرة كنتيجة للسياسات والقرارات التمويلية والرأسمالية السابقة. مثال ذلك أقساط القروض المستحقة والفوائد المنتظر أن تستحق عليها، وأقساط الأسهم أو السندات المستحقة للوحدة لدى المساهمين أو المكتتبين والمنتظر تحصيلها على مدار الفترة.

وتقتضي المجموعة الثالثة توفير البيانات والمعلومات عن خطط الادارة التمويلية خلال الفترة المقبلة كعقد صفقات القروض أو التوسع بزيادة رأس المال، كما تتطلب تقصي بدائل استغلال النقدية التي تزيد عن الحاجة خلال الفترة بما يتفق وتوفيرها عند الحاجة اليها في المستقبل، كاستغلالها في ودائع نقدية في البنوك لمدد معينة أو في شراء استثمارات مالية قصيرة أو متوسطة الأجل، أو في زيادة المخزون من عناصر معينة.

وينتج عن توفير البيانات والمعلومات اللازمة والكافية والدقيقة عن العوامل السابقة بمجموعاتها الثلاث امكانية تحديد مصادر تدفقات المتحصلات المنتظرة ومقاديرها وتوقيتات حدوثها، وتحديد منافذ أو استخدامات المدفوعات المنتظرة ومقاديرها وتوقيتات حدوثها، وذلك في ضوء ما يتم الاتفاق عليه من سياسات لتحقيق التوازن النقدي بين المتحصلات والمدفوعات على مدار الفترة. ومن واقع هذه البيانات والمعلومات يتم اعداد الموازنة النقدية للفترة كما يتم تفصيلها على أساس زمني، عادة ما يكون شهرياً أو ربع سنوياً.

غير أنه مهما كانت المعلومات والبيانات التي يتم الاعتماد عليها بصدد اعداد الموازنة في الحاضر دقيقة وكافية في ظل الظروف والعوامل المتنبأ بها في الحاضر والمتوقع أن تسود في المستقبل فهي ما زالت عرضة للاختلاف والتغير نتيجة ما قد

يستجد من ظروف وعوامل خلال الفترة لم تكن متوقعة أو لم يكن من الممكن التنبؤ بها في بداية الفترة على وجه الدقة. ويترتب على مثل هذه الظروف أو العوامل ضرورة تعديل الموازنة تحقيقاً لاستمرار التوازن النقدي.

٣ ـ تدفقات المتحصلات والمدفوعات المرتبطة بالعمليات الجارية:

تعتبر المبيعات النقدية والمتحصلات من العملاء نتيجة المبيعات الآجلة أهم مصادر المتحصلات من العملاء نتيجة المبيعات الآجلة أهم مصادر المتحصلات من العمليات الجارية كما تعتبر المدفوعات للمشتريات النقدية ولسداد الموردين والاجور أهم بنود المدفوعات المرتبطة بالعمليات الجارية. وينتج عن المقاصة التزامنية بين المتحصلات (أو المقبوضات) والمدفوعات المرتبطة بالعمليات الجارية تحديد صافي التدفقات النقدية الناتجة عنها على مدار الفترة.

٣ ـ ١ ـ المتحصلات:

تتحدد المتحصلات الناتجة عن المبيعات من واقع موازنة المبيعات وسياسات البيع والائتمان المقرر اتباعها بين الوحدة وعملائها، واحتمالات تحقق شروط هذه السياسات وارتباطها بالزمن على مدار فترة الموازنة. فاذا كانت السياسات البيعية السائدة والمنتظرة بين الوحدة وعملائها تقوم على أساس البيع النقدي، فان موازنة المبيعات على أساس قيمي وتفصيلها على أساس زمني تمثل متحصلات نقدية متزامنة معها. أما إذا كانت السياسات البيعية تقوم على اساس البيع الآجل لبعض فئات العملاء، فان فترة الائتمان وشروط البيع والتحصيل، وكذلك مدى انتظام العملاء في الالتزام بهذه الشروط يؤثر في التدفق الزمني للمتحصلات النقدية توقيتا ومقداراً.

ويمثل بند المتحصلات النقدية المتوقعة من العملاء نتيجة اتباع سياسة البيع الآجل أهم بنود المتحصلات من العمليات من حيث اجراءات تحضير البيانات

اللازمة وأساليب التنبؤ بالمتحصلات المنتظرة وما يرتبط بها من مخاطر عدم تحصيل أو تأخير في التحصيل. وعادة ما يتم التنبؤ بهذه المتحصلات باستخدام أساليب تحليل الانحدار، أو الأساليب الاحصائية الأكثر تلاءماً مثل اسلوب سلاسل ماركوف Markov Chains [1].

ولنفرض مثلاً أن الشركة ش تتبع سياستي البيع النقدي لفئة من العملاء والبيع بالأجل لغالبية عملائها، حيث يحصل هؤلاء على فترة سماح مدتها شهر من تاريخ الفاتورة. ولنفرض أن موازنة المبيعات عن الشهور الثلاثة من يناير إلى مارس ١٩٨٣ قد أظهرت التقديرات التالية:

	يناير	فبراير	مارس
مبيعات نقدية (ألف جنيه)	٢٠٠	٢٣٠	٢٥٠
مبيعات آجلة (الف جنيه)	٣٥٠	٥٠٠	٦٥٠
مجموع (الف جنيه)	٥٥٠	٧٣٠	٩٠٠

ولنفترض أيضاً أن الخبرة السابقة قد أظهرت أن الديون المعدومة تبلغ في المتوسط ٥ ٪ من المبيعات الآجلة (المفروض أن يختلف سعر البيع النقدي عن سعر البيع الآجل) وأن ٨٠ ٪ من العملاء يقومون بسداد الأرصدة المستحقة عليهم في تواريخ استحقاقها بينما ١٠ ٪ من هؤلاء يقومون بسداد أرصدتهم فعلاً ولكن بعد انقضاء شهر في المتوسط على تاريخ الاستحقاق و ٥ ٪ يقومون بالسداد بعد انقضاء شهرين ومعنى ذلك أن ٨٠ ٪ من المبيعات الآجلة في يناير ينتظر تحصيلها في فبراير بينما ١٠ ٪ ينتظر تحصيلها في مارس و ٥ ٪ في ابريل بينما ٥ ٪ لا ينتظر تحصيلها على الاطلاق. (يمكن طبعاً تحديد هذه المعاملات عن طريق

---

(١) لن يتسع المجال هنا لشرح تطبيق أي من الاسلوبين على تقدير المتحصلات من العملاء. للقارىء الراغب في الاستزادة أن يرجع إلى:

A.W. Corcoran, **Costs: Accounting, Analysis,** and **Control** (John Wiley & Sons, 1978), PP. 101 - 108.

تحليل الانحدار البسيط أو المتعدد أو تقديرها عن طريق أعمار أرصدة العملاء بسلاسل ماركوف المنتهية).

ولنفرض أيضاً أن المبيعات الآجلة عن الشهور أكتوبر حتى ديسمبر ١٩٨٢ كانت كالآتي: ٤٠٠٠٠٠ جنيه، ٥٠٠٠٠٠ جنيه، ٦٠٠٠٠٠ جنيه. ومن واقع هذه البيانات والمعلومات (المفترضة) يمكن وضع المتحصلات النقدية من المبيعات بشقيها الآجل والعاجل في صورة دالية على الوجه التالي:

$$ص_{ن} = ع_{ن} + ٠٫٨\,\hat{ع}_{ن-١} + ٠٫١\,\hat{ع}_{ن-٢} + ٠٫٠٥\,\hat{ع}_{ن-٣} \quad (١)$$

حيث

$ص_{ن}$: المتحصلات النقدية عن المبيعات في الشهور ن،ن= ١، ٢، ٣... (١ = يناير، ٢ = فبراير .....).

$ع_{ن}$: المبيعات النقدية عن الشهر ن.

$\hat{ع}_{ن}$: المبيعات الآجلة عن الشهر ن.

(وبصورة انشائية تكون (١) عن شهر يناير مثلاً:

المتحصلات من المبيعات في يناير = (المبيعات النقدية لشهر يناير ١٩٨٣ + ٨٠٪ من المبيعات الآجلة لشهر ديسمبر ١٩٨٢ + ١٠٪ من المبيعات الآجلة لشهر نوفمبر ١٩٨٢ + ٥٪ من المبيعات الاجلة لشهر اكتوبر ٨٢).

وعلى هذا الأساس يتم تقدير المتحصلات النقدية المنتظرة من المبيعات عن الشهور الثلاثة كما يلي:

$$ص_{(يناير)} = ع_{(يناير)} + ٨ر٠\,\hat{ع}_{ديسمبر} + ١ر٠\,\hat{ع}_{نوفمبر} + ٠٥ر٠\,\hat{ع}_{اكتوبر}$$

متحصلات يناير = ٢٠٠٠٠٠ + ٠٫٨ (٦٠٠٠٠٠) + ٠٫١ (٥٠٠٠٠٠) + ٠٫٠٥ (٤٠٠٠٠٠) = ٧٥٠٠٠٠ جنيه.

وبنفس الطريقة تكون: متحصلات فبراير = ٥٩٥٠٠٠ جنيه، متحصلات مارس = ٧١٥٠٠٠ جنيه.

٣ ـ ٢ ـ المدفوعات:

تتحدد المدفوعات المرتبطة بالعمليات على حسب طبيعة النشاط ومن واقع موازنات الاستخدامات (المدخلات) وما يرتبط بها من سياسات. ففي الوحدات الانتاجية تتمثل أهم عناصر المدفوعات للعمليات فيما يلي:

١ ـ الاجور من واقع موازنة العمالة والأجور.

٢ ـ المواد والخامات المباشرة: من واقع موازنة المشتريات (المشتقة من موازنة الاستخدامات وخطة المخزون) وسياسات الشراء وشروط التعامل مع الموردين وعادة ما يفترض قيام الوحدة بالوفاء بالتزاماتها قبل مورديها في مواعيدها.

٣ ـ المصروفات الصناعية النقدية: من واقع موازنة المصروفات الصناعية المتغيرة (على حسب بنودها وارتباطها بباقي الموازنات) والثابتة (كأجور الملاحظين والمشرفين، أو الأجور الثابتة عموماً).

٤ ـ المصروفات البيعية النقدية: من واقع موازنة المصروفات البيعية المتغيرة والثابتة.

٥ ـ المصروفات الادارية النقدية: من واقع موازنة المصروفات الادارية المتغيرة والثابتة (عادة ما تعتبر المصروفات الادارية ثابتة، غير أن جزء منها يمكن أن يكون متغير ومرتبط بنتائج النشاط كالمكافآت مثلاً).

هذا ويلاحظ أن بنود المصروفات المحاسبية التي تمثل أعباءاً دفترية (كالاهلاك مثلاً) لا يترتب عليها آثار نقدية، ذلك لأنها عادة ما تمثل تخصيصاً لخدمات أصول رأسمالية على الفترات التي استفادت منها بطريقة أو بأخرى. وتنعكس آثارها النقدية عند اتخاذ القرارات التي أدت إلى الحصول عليها طبقاً للسياسة التي استقر عليها الرأي حينئذ لتمويلها وشروط سداد قيمتها. والحصول على الاصول الرأسمالية وانعكاسات تمويلها وخطط سداد قيمتها تعتبر من العوامل المرتبطة بالعمليات الرأسمالية وتمويلها، وتؤثر في

التدفقات النقدية طبقاً للمسار الزمني لحدوثها وليس طبقاً لاستنفاد خدمات الاصول التي تسببت فيها في العمليات الجارية.

٤ ـ مثال عن اعداد الموازنة النقدية:

تتطلب اعداد موازنة النقدية كما سبق وتبيننا ضرورة حصر الآثار النقدية للموازنات المرتبطة بالعمليات الجارية، سواء فيما يختص بالموارد الناتجة عنها أو بالاستخدامات اللازمة لها. كما يتطلب الأمر أيضاً تقصى الآثار النقدية للعمليات الرأسمالية السابقة والمنتظرة وما يرتبط بها من تدفقات نقدية وحيث سوف يتم تناول موازنة العمليات الرأسمالية فيما بعد فأننا نفترض هنا بعض صور انعكاساتها النقدية. ويتطلب الأمر أيضاً بالاضافة إلى ما تقدم تحديد الحد الأدنى لرصيد النقدية الواجب توافره في كل الأوقات ضماناً لاستمرار سير العمليات وعادة ما يتحدد ذلك من واقع الخبرة السابقة وتلافياً لما قد يكون قد حدث فيها من مشاكل أو انكشف من أخطاء.

ولنفرض على سبيل المثال، واستكمالاً لمثال الشركة ش في البند الثالث بعاليه، أن حصر الآثار النقدية لباقي موازنات العمليات الجارية عن الفترة المقبلة قد أظهرت الآتي:

١ ـ موازنة المشتريات:

	يناير	فبراير	مارس ٨٣
احتياجات الانتاج بالالف جنيه	١٢٠	١٦٠	١٧٥
رصيد المخزون المرغوب في نهاية الفترة (الف جنيه)	٢٥	٢٠	٣٠
جملة الاحتياجات (ألف جنيه)	١٤٥	١٨٠	٢٠٥
المخزون الموجود أول الفترة ـ (ألف جنيه)	١٥	٢٥	٢٠
قيمة المشتريات (الف جنيه)	١٣٠	١٥٥	١٨٥

هذا وقد تبين أن ٤٠ ٪ من المشتريات تتم نقداً والباقي على الحساب من الموردين. وتقوم ش بسداد قيمة المشتريات الآجلة للشهر الحالي خلال الشهر التالي. وقد تبين أن مشتريات ديسمبر ١٩٨٢ النقدية والآجلة قد بلغت ١٤٠ الف جنيه.

٢ ـ موازنة الاجور: تقدر الاجور المباشرة لشهر يناير بمبلغ ١١٢٠٠٠ جنيه ولشهر فبراير بمبلغ ١٢٠٠٠٠ جنيه ولشهر مارس بمبلغ ١٣٢٠٠٠ جنيه.

٣ ـ موازنة المصروفات الصناعية

(الف جنيه)	يناير	فبراير	مارس
أجور غير مباشرة	٤٨	٥٥	٥٨
مواد غير مباشرة	٢٣	٣٤	٣٧
ايجارات	١٢	١٢	١٢
اهلاكات	٤٦	٤٦	٤٦

٤ ـ موازنة المصروفات الادارية

والبيعية (الف جنيه)	يناير	فبراير	مارس
مرتبات بيعية	٢٣	٢٥	٢٤
دعاية واعلان	٩	١٢	١٠
مصروفات بيعية متنوعة	١٨	٢٣	٢٦
مصروفات ادارية	١١٢	١١٥	١١٤

كما اتضح أن أقساط القروض المستحقة خلال العام المقبل والفوائد كانت كالآتي:

١ ـ قرض بمبلغ أصلي ١٠٠٠٠٠٠ جنيه يسدد على ٢٠ قسط نصف سنوى في ٣/٣١ وفي ٩/٣٠ من كل عام مع الفوائد بواقع ٨ ٪ سنوياً على الرصيد وقد ظهر رصيد القرض في الميزانية في ١٩٨٢/١٢/٣١ بمبلغ ٨٠٠٠٠٠ جنيه، كما ظهر رصيد الفوائد المستحقة بمبلغ ١٦٠٠٠ جنيه.

- قرض بمبلغ أصلي قدره ٤٠٠٠٠٠ جنيه يسدد على ١٦ قسط نصف سنوي في ٢/١٣ و ٨/١٣ من كل عام، مع الفوائد على الرصيد بواقع ٦٪ سنوياً. وقد ظهر رصيد القرض في الميزانية بمبلغ ٥٠٠٠٠ جنيه وكذلك رصيد الفوائد المستحقة.
- وقد أظهرت الخطط الرأسمالية للتوسعات والاحلال والتجديد أنه سوف يتم في يناير وصول شحنة آلات جديدة يستحق مقابل استلام مستنداتها سداد مبلغ ٤٢٥٠٠ جنيه، كما تصل شحنة آلات أخرى خلال شهر ابريل تبلغ قيمة مستنداتها ٦٧٥٠٠ جنيه.
- كما ينتظر توزيع أرباح عن السنة المنتهية في ١٩٨٢/١٢/٣١ بمبلغ ١٦٠٠٠٠ جنيه على المساهمين وينتظر أن يبدأ صرف الكوبون في أول مارس بعد اقرار الجمعية العمومية للتوزيع. وقد أثبتت الخبرة السابقة أن ٥٠٪ من المساهمين يقومون بالصرف خلال الشهر الأول من اعلان الصرف، ٣٠٪ في الشهر التالي، والباقي في الشهر الثالث. غير أن البنك الذي يتولى الصرف بالنيابة عن الشركة يشترط تخصيص ٦٠٪ من الكوبون في بداية شهر اعلان الصرف والباقي في بداية الشهر التالي.
- أظهرت الخبرة السابقة أن الحد الأدنى لرصيد النقدية يجب أن لا يقل عن ٣٠٠٠٠ جنيه، كما يمكن الحصول على قروض قصيرة الأجل في حدود ٢٠٠٠٠ جنيه أو مضاعفاتها بسعر فائدة يبلغ ١٪ شهرياً وقد بلغ رصيد النقدية في ١٩٨٢/١٢/٣١ مبلغ ٢٣٥٠٠ جنيه
- قررت الادارة المالية استغلال فائض النقدية في حسابات ايداع لاجل بفائدة شهرية $\frac{٣}{٤}$٪ إذا تجاوز الفائض ضعف الحد الأدنى للرصيد المطلوب وفي حدود ١٠٠٠٠ جنيه أو مضاعفاتها.
- يستحق سداد ضريبة الارباح التجارية والصناعية عن عام ١٩٨٢ خلال شهر مارس وقد قدرت الضريبة على أرباح العام بمبلغ ٦٤٠٠٠ جنيه.

ومن واقع ما تقدم يمكن أن يتم التحضير لاعداد موازنة النقدية واعدادها طبقاً للخطوات التالية :

١ . صافي التدفقات النقدية من العمليات الجارية

		يناير	فبراير	مارس
		جنيه	جنيه	جنيه
١.١ .	المتحصلات من المبيعات (سبق حسابها).	٧٥٠٠٠٠	٥٩٥٠٠٠	٧١٥٠٠٠
٢.١ .	متحصلات من ايرادات أخرى	—	—	—
١ أ .	جلة المتحصلات من العمليات الجارية.	٧٥٠٠٠٠	٥٩٥٠٠٠	٧١٥٠٠٠
٣.١ .	المدفوعات للمشتريات(*)	١٣٦٠٠٠	١٤٠٠٠٠	١٦٧٠٠٠
٤.١ .	الاجور المباشرة	١١٢٠٠٠	١٢٠٠٠٠	١٣٢٠٠٠
٥.١ .	المصروفات الصناعية(**)	٨٣٠٠٠	١٠١٠٠٠	١٠٧٠٠٠
٦.١ .	المصروفات الادارية والبيعية.	١٧٤٠٠٠	١٧٥٠٠٠	١٧٤٠٠٠
٧.١ .	الضرائب	-	-	٦٤٠٠٠
٨.١ .	التوزيعات(***)	-	-	٩٦٠٠٠
١.ب .	جلة المدفوعات المرتبطة بالعمليات	٥٠٥٠٠٠	٥٣٦٠٠٠	٧٤٠٠٠٠
١ .	صافي التدفقات النقدية من العمليات [(١-أ)- (١ - ب)] (عجز)	٢٤٥٠٠٠	٥٩٠٠٠	(٢٥٠٠٠)
٢ .	المدفوعات للقروض والالتزامات المستحقة			
	القرض الأول	-	-	٥٠٠٠٠
	الفوائد على القرض الأول			٣٢٠٠٠
	القرض الثاني		٢٥٠٠٠	
	الفائدة على القرض الثاني		١٥٠٠	
		-	٢٦٥٠٠	٨٢٠٠٠
٣ .	المدفوعات لتمويل عمليات رأسمالية	٤٢٥٠٠	-	-

* المدفوعات للمشتريات تم حسابها على أساس ٦٠ ٪ من مشتريات الشهر السابق زائداً ٤٠ ٪ من مشتريات الشهر الحالي وبالتالي تكون مدفوعات يناير = (١٤٠٠٠٠ مشتريات ديسمبر) × ٠,٦٠)+ (١٣٠٠٠٠ (مشتريات يناير) × ٠,٤٠)= ١٣٦٠٠٠ جنيه وبنفس الطريقة يتم حساب باقي الأشهر تطبيقاً لسياسة الشركة ش حيث ٤٠ ٪ تمثل مشتريات نقدية والمشتريات الآجلة تسدد في الشهر التالي.

** تمثل مجموع بنود المصروفات الصناعية فيما عدا الاهلاكات.

*** طبقاً لمطالب البنك يقتضي الامر ايداع ٦٠ ٪ من جملة التوزيعات المقترحة في أول شهر التوزيع (أول مارس) والباقي في الشهر التالي.

٤ ـ ١ ـ موازنة النقدية:

بعد تحضير البيانات بعاليه يتم اعداد موازنة النقدية لتظهر خطة تحقيق التوازن النقدي خلال الفترة والاحتفاظ بالرصيد المطلوب وتمويل العجز واستغلال الزيادة. وعادة ما يتم اعداد موازنة تفصيلية للنقدية على حسب بنود المتحصلات والمدفوعات، وعادة ما تكون على أساس شهري ويترك فيها خانة لاظهار المتحصلات والمدفوعات الفعلية عندما يتم التحصيل والصرف الفعلي، لمقارنة النتائج بما كان متوقعاً واجراء التعديلات الضرورية في موازنة الشهور الباقية اذا اقتضى الأمر. كما يتم اعداد موازنة مختصرة تنطوى على نفس بيانات الأولى ولكن في صورة تجميعية اجمالية لاغراض التخطيط المالي لاستثمار الفائض وتدبير العجز.

ونوضح فيما يلي الموازنة النقدية للشركة ش بالمثال بعاليه على اساس اجمالي.

الشركة ش

الموازنة النقدية عن الفترة من ١/١ حتى ١٩٨٣/١٢/٣١

	يناير		فبراير		مارس		
	تقديري	فعلي	تقديري	فعلي	تقديري	فعلي	...
١. رصيد النقدية أول الشهر	٢٣٥٠٠	٢٣٥٠٠	٣٦٠٠٠		٤٨٥٠٠		...
٢. جملة المتحصلات من العمليات الجارية	٧٥٠٠٠٠		٥٩٥٠٠٠		٧١٥٠٠٠		...
٣. جملة المتاح	٧٨٣٥٠٠		٦٣١٠٠٠		٧٦٣٥٠٠		...
٤. جملة المدفوعات المرتبطة بالعمليات الجارية.	(٥٠٥٠٠٠)		(٥٣٦٠٠٠)		(٧٤٠٠٠٠)		...
٥. صافي المتاح للعمليات الرأسمالية والمالية.	٢٧٨٥٠٠		٧٥٠٠٠		٢٣٥٠٠		...
٦. المدفوعات للقروض طويلة الأجل	-		(٢٦٥٠٠)		(٨٢٠٠٠)		...
٧. المدفوعات للالات	(٤٢٥٠٠)		-		-		
٨. الفائض (العجز)	٢٣٦٠٠٠		٤٨٥٠٠		(٥٨٥٠٠)		...
٩. الحد الادنى للرصيد المرغوب	٣٠٠٠٠		٣٠٠٠٠		٣٠٠٠٠		...
١٠. الرصيد المخطط	٣٦٠٠٠		٤٨٥٠٠		٣١٥٠٠		...
١١. حسابات ايداع لآجل.	(٢٠٠٠٠٠)		-		٩٠٠٠٠		...
فوائد الودائع	-		-		١٥٠٠		...
١٢. قروض قصيرة الأجل	-		-				
فوائد القروض	-		-				
رصيد آخر الشهر	٣٦٠٠٠		٤٨٥٠٠		٣٣٠٠٠		...

ويمثل رصيد النقدية في أول الشهر بداية العمل في اعداد الموازنة فاذا أضفنا لهذا الرصيد جملة المتحصلات من العمليات الجارية (في هذا المثال من المبيعات أساساً، غير أنه يمكن أن تكون هناك مصادر متحصلات أخرى من موارد عرضية) لحصلنا على جملة المتاح من النقدية والمتوقع عن الشهر. واذا خصمنا من هذا المقدار المتاح جملة المدفوعات المنتظرة خلال الشهر والمرتبطة بالعمليات الجارية نحصل على صافي الرصيد المتاح للعمليات الأخرى (المالية والرأسمالية)، والتي قد يتمثل في فائض متاح أو عجز يلزم توفير مصادر لتمويله. ويختص البند السادس والسابع ببيان المدفوعات المنتظرة لهذه العمليات الأخرى، والتي اذا خصمت من الرصيد المتاح لها لتوصلنا إلى الفائض النهائي عن الشهر والذي قد يلزم استغلال جزء منه أو العجز الذي يلزم تخطيط تمويله. وفي المثال بعاليه نجد أن فائض النقدية في يناير بلغ ٢٣٦٠٠٠ جنيه بينما الحد الأدنى للرصيد المرغوب يبلغ ٣٠٠٠٠ جنيه. وحيث أن الشركة قررت استثمار الفائض في ودائع لاجل بمعدل فائدة $\frac{3}{4}$ ٪ شهرياً إذا تجاوز الفائض ضعف الحد الأدنى وفي حدود ١٠٠٠٠ جنيه ومضاعفاتها، فإنه يصبح من اللازم التخطيط لاستثمار ٢٠٠٠٠٠ جنيه في حسابات ايداع، ليصبح الرصيد المخطط ٣٦٠٠٠ جنيه. ويصبح الرصيد المخطط في نهاية يناير وهو رصيد النقدية في أول فبراير لاغراض اعداد الموازنة. وحيث أن عمليات فبراير بالاضافة إلى الرصيد المخطط والمرحل من يناير قد أدت إلى ظهور فائض قدره ٤٨٥٠٠ جنيه، وهو لم يبلغ مثلي الحد الأدنى المرغوب، فيصبح هذا الفائض هو الرصيد المخطط والذي يرحل للشهر التالي (مارس).

وفي شهر مارس نجد أن صافي المتاح للعمليات المالية والرأسمالية يبلغ ٢٣٥٠٠ جنيه بينما المدفوعات والقروض تبلغ ٨٢٠٠٠ جنيه مؤدية إلى عجز قدره ٥٨٥٠٠ جنيه، وحيث ترغب الشركة بالإضافة إلى ذلك في الاحتفاظ بحد أدنى قدره ٣٠٠٠٠ جنيه، فتصبح جملة الاحتياجات الواجب توفيرها ٨٨٥٠٠ جنيه. وحيث الودائع لأجل تحمل سعر فائدة يقل عن الافتراض قصير الأجل، وحيث لا يمكن الغائها «فكها» إلا في حدود ١٠٠٠٠ جنيه ومضاعفاتها، فان حسابات

الايداع لأجل تنقص بمبلغ ٩٠٠٠٠ جنيه لتوفر رصيد نقدي بنفس القيمة يؤدي إلى سداد العجز ويحقق رصيد نقدي مخطط قدره ٣١٥٠٠ جنيه. إلا أن الوديعة التي تمت في آخر يناير بمبلغ ٢٠٠٠٠٠ جنيه يكون قد استحق عليها فوائد (بمعدل ٣/٤ ٪ شهرياً) عن شهر وينتظر تحصيلها في مارس. ويؤدي اضافة هذه الفوائد (١٥٠٠ جنيه)-إلى أن يصبح رصيد آخر شهر الذي يرحل لأول شهر ابريل مبلغ ٣٣٠٠٠ جنيه.

وعندما يتم التحصيل والصرف الفعلي خلال الشهر يتم رصد البيانات الفعلية في خانة الفعلي وإذا أدى ذلك إلى ظهور أي اختلافات بين المخطط والفعلي يكون لها انعكاسات على الشهور التالية، فيصبح من اللازم تعديل تقديرات الشهور التالية بما يترتب من آثار على هذه الاختلافات.

٥ ـ التدفقات المالية:

تعتبر قوائم التدفقات المالية، أو قوائم الموارد المالية واستخدامها، نتاجاً طبيعياً للمحاسبة المالية، وخاصة فيما يتعلق بقوائم التغيرات في المركز المالي. غير أن هذه القوائم يمكن أن يتم اعدادها على أساس فعلي ومن ثم تعد من نتاج المحاسبة المالية أو على أساس متوقع أو مخطط وبالتالي تخرج عن نطاق اختصاص المحاسبة المالية. وما سوف نعرض له هنا هو قوائم التدفقات المالية المخططة.

ويختلف مفهوم التدفقات المالية طبقاً لمضمون القوائم التي يتم اعدادها بغية تحقيق التوازن بين مجموعة الموارد المالية ومجموعة الاستخدامات المرتبطة بها. وعلى هذا الأساس نستطيع في الواقع التمييز بين ثلاثة مفاهيم مختلفة للتدفقات المالية هي:

١ ـ التدفقات المالية بمفهوم التغيرات التي تطرأ أو ينتظر أن تطرأ على جميع عناصر المركز المالي كما ينعكس في الميزانية العمومية وعلاقات بعضها بالبعض الآخر.

٢ ـ التدفقات المالية بمفهوم التغيرات التي تطرأ أو التي ينتظر أن تطرأ على

العناصر المكونة لرأس المال العامل وعلاقاتها بباقي عناصر المركز المالي.

٣ ـ التدفقات المالية بمفهوم التغيرات التي تطرأ على النقدية وعلاقاتها بباقي عناصر المركز المالي.

وليكن مفهوماً في كل الأحوال السابقة أن المركز المالي يرتبط بالعمليات الجارية للوحدة عن طريق حقوق الملكية محاسبياً، كما يرتبط بجميع عمليات الوحدة الجارية والرأسمالية عن طريق التأثير التراكمي للتدفقات على جميع بنود الأصول والحقوق والالتزامات.

وسواء كانت التدفقات المالية المرغوب رصد توقعات سلوكها وتخطيطها بمفهومها النقدي الضيق أو بمفهومها الواسع الشامل لجميع عناصر الأصول والخصوم، فإن اعداد القوائم المخططة أو المستهدفة الخاصة بها ينطلق من حيث ينتهي اعداد موازنات العمليات الجارية وموازنات العمليات الرأسمالية.

٥ . ١ . التدفقات المالية بمفهوم التغيرات في عناصر المركز المالي:

تعتبر قائمة التدفقات المالية التقديرية أو المخططة في ظل هذا المفهوم حلقة الوصل بين عناصر الميزانية العمومية من أصول وخصوم في بداية الفترة وما ينتظر أن تكون عليه هذه العناصر في نهاية الفترة، أو ما ينتظر أن ينطوي عليه المركز المالي التقديري في نهاية الفترة. وقد أنتهج النظام المحاسبي الموحد هذا المفهوم وأطلق على القائمة التي تعكس التدفقات المالية المتوقعة أو المنتظرة في ظله « قائمة الموارد والاستخدامات الرأسمالية التقديرية »(١).

ويلزم لأعداد هذه القائمة توافر قائمة المركز المالي في بداية الفترة (الميزانية العمومية) وتوافر حسابات النتيجة التقديرية عن الفترة، والتي يتم اعدادها من

---

(١) أنظر في هذا الصدد، المحاسبة في وحدات القطاع العام والمشاكل المحاسبية المعاصرة، للمؤلف (مؤسسة شباب الجامعة ١٩٧٣).

واقع الموازنات التخطيطية لعناصر ايرادات « موارد » العمليات الجارية وعناصر مصروفات « استخدامات العمليات الجارية »، وتوافر الخطط الرأسمالية للوحدة وتوقيتاتها الزمنية وانعكاساتها المالية (وليست النقدية فقط).

وينطوي مفهوم التدفق في هذه الحالة على تحول القيمة من أصل إلى آخر (شراء الآت نقداً) أو من بند من بنود الخصوم إلى آخر (كسداد أرصدة الموردين بقرض قصير الآجل) أو من الأصول للخصوم والعكس (كشراء آلة بقرض طويل الأجل أو كسداد الموردين نقداً). وبالتالي فالتدفقات المالية بهذا المفهوم تمثل التغيرات التي ينتظر أن تطرأ على بنود معادلة الميزانية بالتفصيل وسواء كانت ناتجة عن مزاولة العمليات الجارية أو عن الخطط الرأسمالية.

وتتكون التدفقات المالية من مصادر أو موارد واستخدامات. وتتكون الموارد في ظل هذا المفهوم من كل منابع الزيادة في الخصوم والنقص في الأصول بما في ذلك ما يترتب على العمليات الرأسمالية، كما تتكون الاستخدامات من كل الزيادات في الأصول والنقص في الخصوم.

ولنفرض أن الميزانية العمومية للشركة ش$_{٢}$ قد ظهرت في ٣١/١٢/٨٢ على الوجه الموضح بالصفحة التالية.

وقد أظهرت موازنات العمليات الجارية والعمليات الرأسمالية البيانات والمعلومات التالية:

١ ـ أظهرت موازنة النقدية رصيد النقدية في ٣١/١٢/٨٣ بمبلغ ١٦٥٠٠٠ جنيه كما ظهر من بين مدفوعات مارس ٥٠٠٠٠ جنيه للقرض طويل الأجل مضافاً إليها الفوائد، كما أظهرت المدفوعات للموردين على مدار العام بمبلغ ٢٣٥٠٠٠٠ جنيه، كما تخطط لتسديد جملة التوزيعات المستحقة خلال مارس وابريل، والمصروفات المستحقة خلال يناير والأرصدة الدائنة المتنوعة على مدار العام. واتضح أيضاً أن المتحصلات من العملاء تبلغ ٣٢٢٥٠٠٠ والمتحصلات من أوراق القبض تبلغ ٦٦٠٠٠٠ جنيه.

الشركة ش٢

الميزانية العمومية في ١٩٨٢/١٢/٣١

(بالألف جنيه)

الأصول			
الأصول الثابتة			
أراضي			١٥٠
مباني وانشاءات		٢١٥٠	
مخصص أهلاك		٦٥٠	
			١٥٠٠
آلات ومعدات		٣٦٢٠	
ـ مخصص أهلاك		١٨٢٠	
			١٨٠٠
مجموع الأصول الثابتة			٣٤٥٠
الأصول المتداولة			
مخزون		١٢٥٠	
عملاء	٥٢٣		
ـ مخصص ديون	١٣		
		٥١٠	
أوراق قبض		١٤٠	
نقدية		١٥٠	
مجموع الأصول المتداولة			٢٠٥٠
مجموع الأصول			٥٥٠٠

الخصوم		
حقوق الملكية		
رأس المال ١٠٠٠٠٠ سهم عادي قيمة أسمية ١٠ج مصدر ومدفوع بالكامل		١٠٠٠
احتياطيات		٢٨٥٠
مجموع حقوق المساهمين		٣٨٥٠
الالتزامات طويلة الأجل		
قرض ٨٪ لمدة ٢٠ سنة		٤٥٠
الالتزامات قصيرة الأجل		
موردين	٧٥٠	
توزيعات مستحقة	٢٥٠	
مصروفات مستحقة	١٤٠	
أرصدة دائنة متنوعة	٦٠	
		١٢٠٠
مجموع الخصوم		٥٥٠٠

٢ ـ أظهرت موازنة المبيعات أن المبيعات الآجلة تبلغ ٣٩٦٢٠٠٠ جنيه، كما أن المبيعات النقدية تبلغ ٣٤٢٠٠٠ جنيه.

٣ ـ أظهرت موازنة المشتريات أن جملة المشتريات خلال العام تبلغ ١٧٢٥٠٠٠ جنيه وكلها آجلة.

٤ ـ أظهرت موازنة الايرادات والمصروفات أن الأرباح المتوقعة تبلغ ١٩٣٠٠٠ جنيه ينتظر أن يوزع منها ١٢٥٠٠٠ على المساهمين. كما تنطوي المصروفات على اهلاكات للآلات والمعدات تبلغ ٤٣٠٠٠٠ جنيه وللمباني والانشاءات تبلغ ١٠٧٥٠٠ جنيه.

٥ ـ اتضح من فحص الخطط الرأسمالية للتوسعات والتجديدات أنه سوف يتم إضافة مبنى خط التجميع الجديد خلال العام وتقدر تكلفته ٦٢٠٠٠٠ جنيه، كما سوف تصل أول دفعة من الآلات والمعدات اللازمة للخط خلال نوفمبر وتبلغ تكلفتها ٤٨٠٠٠٠ جنيه، وقد تم التعاقد على تنفيذ الخط تسليم المفتاح مع إحدى الشركات العالمية بمبلغ ٣٦٠٠٠٠٠ جنيه تقوم الشركة العالمية بتمويلها بقرض طويل الأجل يسدد على ١٦ دفعة سنوية بمعدل فائدة ٧٪ سنوياً على الرصيد ويبدأ سداد الأقساط مع الفوائد بعد انقضاء ستة أشهر من تسليم الخط. وتحصل الشركة المنفذة على فائدة بسيطة بمعدل ٧٪ سنوياً على مستخلصات التوريدات منذ الوصول للموقع حتى تاريخ أول قسط تسدد على دفعات كل ستة شهور. وينتظر أن تبدأ عمليات البناء وتنتهي خلال عام اعتباراً من أول يناير ١٩٦٣. أما التوريدات الأخرى والتركيبات فينتظر أن تتم خلال ٣٦ شهراً.

٦ ـ تخطط الشركة إلى انقاص رصيد المخزون إلى ١٠٥٠٠٠٠ جنيه، كما يتضح من موازنة المصروفات وموازنة النقدية أن المصروفات المستحقة سوف تبلغ ١٥٥٠٠٠ جنيه، كما ينتظر زيادة مخصص الديون بمبلغ ٢٠٠٠ جنيه، علماً بأنه ينتظر أن يتم اعدام ٥٠٠٠ جنيه من الديون المشكوك فيها خلال العام. كما ينتظر أن تحصل الشركة على أوراق قبض تبلغ جملتها ٦٠٠٠٠٠ جنيه خلال العام.

ومن واقع هذه البيانات يمكن أن تظهر قائمة المركز المالي التقديرية في ٨٣/١٢/٣١ بالمقارنة بأرصدة ٨٢/١٢/٣١ الفعلية كما يلي:

الشركة ش٢
قائمة المركز المالي المقارنة في

٨٣/١٢/٣١ تقديري ألف جنيه	٨٢/١٢/٣١ فعلي ألف جنيه	التغيرات (نقص) ألف جنيه	البيان الأصول:
			الأصول الثابتة
١٥٠	١٥٠	-	أراضي
٢١٥٠	٢٧٧٠	٦٢٠	مباني وانشاءات
(٦٥٠)	(٧٥٧ر٥)	(١٠٧ر٥)	ـ مخصص اهلاك مباني وانشاءات
٣٦٢٠	٤١٠٠	٤٨٠	آلات ومعدات
(١٨٢٠)	(٢٢٥٠)	(٤٣٠)	ـ مخصص اهلاك آلات ومعدات
٣٤٥٠	٤٠١٢ر٥	٥٦٢ر٥	مجموع الأصول الثابتة:
			الأصول المتداولة
١٢٥٠	١٠٥٠	(٢٠٠)	مخزون
٥٢٣	٦٥٥	١٣٢	عملاء
(١٣)	(١٥)	(٢)	ـ مخصص ديون
١٤٠	٨٠	(٦٠)	أوراق قبض
١٥٠	١٦٥	١٥	نقدية
٢٠٥٠	١٩٣٥	(١١٥)	مجموع الأصول المتداولة
٥٥٠٠	٥٩٤٧ر٥	٤٤٧ر٥	مجموع الأصول

البيان	التغيرات	٨٢/١٢/٣١	٨٣/١٢/٣١
	(نقص)	فعلي	تقديري
الخصوم	ألف جنيه	ألف جنيه	ألف جنيه
حقوق ملكية			
رأس المال	-	١٠٠٠	١٠٠٠
احتياطيات وأرباح محجوزة	٦٨	٢٩١٨	٢٨٥٠
الالتزامات طويلة الأجل			
قرض طويل الأجل ٨ ٪	(٥٠)	٤٠٠	٤٥٠
مورد أصول ثابتة ٧ ٪	١١٠٠	١١٠٠	-
مجموع حقوق الملكية والالتزامات طويلة الأجل	١١١٨	٥٤١٨	٤٣٠٠
الالتزامات قصيرة الأجل			
موردين	(٥٢٥)	٢٢٥	٧٥٠
فوائد مستحقة لموردي الأصول	٥ر٢٤	٥ر٢٤	-
توزيعات مستحقة	(١٢٥)	١٢٥	٢٥٠
مصروفات مستحقة	١٥	١٥٥	١٤٠
أرصدة دائنة متنوعة	(٦٠)	-	٦٠
مجموع الالتزامات قصيرة الأجل	(٥ر٦٧٠)	٥ر٥٢٩	١٢٠٠
مجموع الخصوم	٥ر٤٤٧	٥ر٥٩٤٧	٥٥٠٠

ويوضح العمود الثالث في القائمة التغيرات التي ينتظر أن تطرأ على عناصر

الأصول والخصوم (أي بنود المركز المالي) خلال الفترة المقبلة. ومن واقع هذه البيانات، ومع مراعاة أن الزيادة في الأصول والنقص في الخصوم تمثل استخدامات للموارد، وان النقص في الأصول والزيادة في الخصوم تمثل مصادر للموارد المالية، يمكن اعداد قائمة التغيرات في المركز المالي كما يلي:

(لاحظ أن زيادة المخصصات تعادل نقص الأصول بينما زيادة الاحتياطيات والأرباح المحجوزة هي زيادة في الخصوم).

قائمة التغيرات المتوقعة في المركز
المالي خلال الفترة المنتهية في
٣١/١٢/٨٣ (بالألف جنيه)

١. الموارد:

١.١. نقص الأصول وزيادة المخصصات	
١.١.١. نقص المخزون	٢٠٠ر-
٢.١.١. نقص أوراق القبض	٦٠ر-
٣.١.١. زيادة مخصص اهلاك المباني	١٠٧ر٥
٤.١.١. زيادة مخصص اهلاك الآلات	٤٣٠ر-
٥.١.١. زيادة مخصص اهلاك الديون المشكوك فيها	٢ر-
	٧٩٩ر٥
٢.١. زيادة الخصوم:	
١.٢.١. زيادة الاحتياطيات والأرباح المحجوزة	٦٨ر-
٢.٢.١. زيادة الالتزامات طويلة الأجل (مورد والأصول)	١١٠٠ر-
٣.٢.١. فوائد مستحقة لموردي الأصول	٢٤,٥
٤.٢.١. مصروفات مستحقة	١٥ر-
	١٢٠٧ر٥
١. مجموع الموارد (١.١ + ٢.١)	٢٠٠٧ر-

٢. الاستخدامات:

١.٢. زيادة الأصول (ونقص المخصصات)	
١.١.٢. زيادة المباني والانشاءات	٦٢٠
٢.١.٢. زيادة الآلات والمعدات	٤٨٠
٣.١.٢. زيادة العملاء	١٣٢
٤.١.٢. زيادة النقدية	١٥
	١٢٤٧
٢.٢. نقص الخصوم:	
١.٢.٢. قرض طويل الأجل ٨٪	٥٠
٢.٢.٢. موردين	٥٢٥
٣.٢.٢. توزيعات مستحقة	١٢٥
٤.٢.٢. أرصدة دائنة متنوعة	٦٠
	٧٦٠
٢. مجموع الاستخدامات	٢٠٠٧ر-

هذا ورغم أن قائمة التغيرات في المركز المالي تمثل حلقة الربط بين الميزانية العمومية في بداية الفترة. والميزانية العمومية الفعلية أو المتوقعة في نهايتها وتوضح أسباب التغيرات في بنود الأخيرة عن الأولى، إلا أنها بهذه الصورة لا توضح أثار السياسة التمويلية بسهولة. فالواقع أن مصادر التمويل عادة ما تنحصر في أربعة مصادر أساسية هي: العمليات الجارية وحصيلة بيع الأصول، والاقتراض من الغير (سواء كان ذلك في صورة قروض قصيرة الأجل أو طويلة الأجل) وزيادة رأس المال. كما أن استخدامات الموارد المالية عادة ما تنحصر في العمليات الجارية وشراء الأصول وسداد القروض أو الالتزامات وتخفيض رأس المال (إذا اقتضت الضرورة ذلك). وقد جرت العادة على التوفيق بين هذه المصادر والاستخدامات بطريقة أكثر إفادة لأغراض التخطيط المالي وبحيث تعكس الأهمية النسبية لكل مصدر من المصادر والأهمية النسبية لكل استخدام من الاستخدامات فيما يسمى بقائمة التغيرات في رأس المال العامل.

٢.٥ . التدفقات المالية بمفهوم التغيرات في رأس المال العامل:

كثيراً ما يستخدم اصطلاح «رأس المال العامل» ليعني مجموع الأصول المتداولة. إلا أن المفهوم الصحيح لرأس المال العامل والذي يتمشى مع فرض استمرار الوحدة الاقتصادية في عملياتها في المستقبل. يتطلب أن يتصف رأس المال العامل بصفة الدوام النسبي، أو توافر حد أدنى منه لكي تتمكن الوحدة من الاستمرار في مزاولة أنشطتها وعملياتها. وبالتالي فيكون المفهوم المناسب لرأس المال العامل هو صافي الأصول المتداولة، أي بعد خصم مجموع الخصوم المتداولة من الأصول المتداولة. وتطلق بعض الكتابات على ذلك صافي رأس المال العامل. غير أننا نعتبر هذا الصافي بمثابة رأس المال العامل الذي يلزم أن يتصف بصفة الدوام النسبي ما دامت الوحدة مستمرة في عملياتها.

وحيث يتمثل رأس المال العامل في الفرق بين الأصول المتداولة والخصوم

المتداولة، فإن مصادر التغيرات التي تطرأ عليه وتؤدي إلى زيادته أو نقصه لا بد وأن تنحصر في عناصر أخرى بخلاف الأصول المتداولة والخصوم المتداولة فهو ولا شك يتاثر بنتائج العمليات من أرباح أو خسائر كما يتأثر بما تتحمل به العمليات من أعباء دفترية. ويتأثر أيضاً بالتغيرات التي تطرأ على بنود الأصول غير المتداولة وبنود الخصوم غير المتداولة.

٥. ٢. ١. التدفقات المالية من العمليات الجارية:

تنعكس نتائج العمليات الجارية فيما يتحقق عنها من أرباح أو خسائر (محاسبية)، وهي محصلة المقاصة بين ايرادات الفترة المحاسبية ومصروفاتها ولا شك في أن ما يتحقق عن العمليات من أرباح (أو خسائر) يعد مصدراً من مصادر التدفقات المالية الواردة (أو الاستخدامات المالية في حالة الخسائر) إلا أنها لا تمثل المصدر الوحيد المترتب على مزاولة العمليات الجارية. ذلك لأن مفهوم الايرادات والمصروفات طبقاً لما جرى عليه العرف المحاسبي وتطبيقاً للمبادىء المحاسبية المقبولة قبولاً عاماً يؤدي إلى أن بعض عناصر الايرادات أو المصروفات لا يترتب عليها في الحقيقة تدفقات مالية. فالاهلاك الجاري على الأصول الثابتة مثلاً يعد من بنود المصروفات التي يتم تحميلها للايرادات بصدد التوصل إلى نتائج العمليات من أرباح أو خسائر غير أن احتساب الاهلاك وقيده دفترياً لا يؤدي في الحقيقة إلى تدفقات مالية خارجة مثلما يترتب على احتساب الأجور وقيدها دفترياً ثم سدادها. ولذلك فيلزم التمييز بين المصروفات الدفترية والمصروفات النقدية لأغراض اعداد قوائم التدفقات المالية. وبالتالي فتتكون التدفقات المالية من العمليات الجارية من:

صافي فائض (أو عجز) العمليات الجارية (الأرباح أو الخسائر)		xxx
يضاف إليها: ١ ـ الأهلاك الجاري على الأصول الثابتة	xxx	
٢ ـ استنفاد الأصول غير المتداولة الأخرى	xxx	
٣ ـ الخسائر على بيع الأصول غير المتداولة	xxx	
٤ ـ التجميع الفتري لخصم اصدار السندات	xxx	
٥ ـ استنفاد علاوة الاصدار على الاستثمارات المالية	xxx	xxx
يخصم منها: ١ ـ الأرباح على بيع الأصول غير المتداولة	xxx	
٢ ـ الاستنفاد الفتري لعلاوة اصدار السندات	xxx	
٣ ـ تجميع خصم الاصدار على الاستثمارات المالية	xxx	(xxx)
موارد التدفقات المالية من العمليات الجارية		xxxx

وتأسيساً على ما تقدم تكون الموارد المالية من العمليات الجارية الخاصة بالشركة ش٢ بعاليه كما يلي:

الشركة ش٢

التدفقات المالية المتوقعة من العمليات

الجارية عن سنة ١٩٨٣

صافي ربح العمليات المتوقع		١٩٣٠٠٠
يضاف: اهلاك المباني والانشاءات	١٠٧٥٠٠	
اهلاك الآلات والمعدات	٤٣٠٠٠٠	٥٣٧٥٠٠
الموارد المالية من العمليات الجارية		٧٣٠٥٠٠

١. ٢. ٢. التغيرات في عناصر رأس المال العامل:

سبق أن ذكرنا أن رأس المال العامل هو الفرق بين الأصول المتداولة والخصوم المتداولة. ويترتب على ما يطرأ على عناصر من تغيرات بعد تصفية آثارها موارد أو استخدامات مالية تنعكس على التغيرات التي تطرأ على باقي عناصر الأصول والخصوم. فعندما ينقص المخزون فإن ذلك يعني، مع بقاء العوامل الأخرى على حالها استخدام جزء من رأس المال العامل كمورد لتمويل زيادة أصول أخرى أو نقص التزامات. وكذلك الأمر عندما يزداد رصيد الموردين مثلاً. وينتج عن تجميع التغيرات في عناصر رأس المال العامل التعرف على ذلك المقدار من الموارد المالية الذي استخدم في زيادته أو أدى إلى نقص لاستخدامه في تمويل عناصر استخدامات مالية أخرى.

ومن واقع بيانات مثال ش٢ بعاليه يمكن اعداد قائمة التغيرات في عناصر رأس المال العامل على الوجه التالي:

الشركة ش٢
قائمة التغيرات المتوقعة في رأس المال العامل

	٨٣/١٢/٣١ (ألف جنيه)	٨٢/١٢/٣١ (ألف جنيه)	التغيرات (نقص (ألف جنيه)
الأصول المتداولة:			
مخزون	١٢٥٠	١٠٥٠	(٢٠٠)
عملاء	٥٢٣	٦٥٥	١٣٢
ـ مخصص ديون	(١٣)	(١٥)	(٢)
أوراق قبض	١٤٠	٨٠	٦٠
نقدية	١٥٠	١٦٥	١٥
مجموع الأصول المتداولة	٢٠٥٠	١٩٣٥	(١١٥)

الخصوم المتداولة:

موردين	٧٥٠	٢٢٥	٥٢٥
فوائد مستحقة	-	٥ر٢٤	(٥ر٢٤)
توزيعات مستحقة	٢٥٠	١٢٥	١٢٥
مصروفات مستحقة	١٤٠	١٥٥	(١٥)
أرصدة دائنة متنوعة	٦٠	-	٦٠
مجموع الخصوم المتداولة	١٢٠٠	٥ر٥٢٩	٥ر٦٧٠
رأس المال العامل	٨٥٠	٥ر١٤٠٥	٥ر٥٥٥
صافي استخدامات الموارد لزيادة رأس العامل			٥ر٥٥٥

٥ . ٢ . ٣ . قائمة الموارد والاستخدامات المالية على حسب المصادر والاستخدامات:

عادة ما يتم اعداد قائمة الموارد والاستخدامات المالية على أساس التمييز بين التغيرات في بنود الأصول والخصوم غير المتداولة وما ينعكس من أثارها ونتائج العمليات على رأس المال. وبالتالي يتم اعداد القائمة (في صورة متوازنة) على النمط التالي :

الموارد الممكنة	الاستخدامات الممكنة
١ . من العمليات الجارية (بعد تسويتها كما في ٥ . ٢ . ١)	١ . في العمليات الجارية (في حالة الخسائر المعدلة) .
٢ . من بيع الأصول الثابتة أو غير المتداولة	٢ . في شراء أصول ثابتة أو غير متداولة
٣ . من الحصول على قروض طويلة الأجل .	٣ . في سداد القروض طويلة الأجل .
٤ . من زيادة رأس المال .	٤ . في التوزيعات على المساهمين .
٥ . من النقص في رأس المال العامل	٥ . في زيادة رأس المال العامل .
الموارد الممكنة	الاستخدامات الممكنة

ومن واقع بيانات ش٢ بعاليه تكون هذه القائمة كالآتي:

الشركة ش٢

قائمة الموارد والاستخدامات المالية المتوقعة

خلال ١٩٨٣

الموارد جنيه		الاستخدامات جنيه	
٧٣٠٥٠٠	من العمليات الجارية	-	في العمليات الجارية
-	من بيع أصول ثابتة	١١٠٠٠٠٠	في شراء أصول ثابتة
١١٠٠٠٠٠	من الحصول على قروض طويلة الأجل	٥٠٠٠٠	في سداد قروض طويلة الأجل
—	من زيادة رأس المال	١٢٥٠٠٠	في توزيعات على المساهمين
—	من نقص رأس المال العامل	٥٥٥٥٠٠	في زيادة رأس المال العامل
١٨٣٠٥٠٠	مجموع الموارد	١٨٣٠٥٠٠	مجموع الاستخدامات

٦ . قائمة التدفقات النقدية:

تختلف قائمة التدفقات النقدية عن موازنة النقدية في أن الأولى تعد على أساس تاريخي بينما تعد موازنة النقدية على أساس تقديري لما ينتظر من تدفقات على مدار فترة مستقبلية. ويترتب على ذلك أن قائمة التدفقات لا تعد ذات فائدة تذكر في تخطيط الموارد والاستخدامات النقدية، كما هو حال الموازنة النقدية. وبالتالي

فقليلاً ما توجد قائمة التدفقات النقدية بين القوائم المالية في الحياة العملية. أما الموازنة النقدية فهي ركن أساسي من أركان الموازنات التخطيطية اللازمة لسلامة الأنشطة التخطيطية والرقابية الهادفة لكفالة استمرار مزاولة الوحدة الاقتصادية لعملياتها بكفاءة.

الفصل الثامن
تخطيط الإنتاج والأرباح والعلاقة بين التكلفة والحجم والربح

١ ـ مقدمة:

يتناول هذا الفصل دراسة العلاقة بين التكلفة والحجم والربح من وجهتي النظر الاقتصادية والمحاسبية في ضوء ما يطلق عليه تحليل التعادل والتوازن. ونتناول في بدايته مفهوم التكلفة بصفة عامة لأغراض قياس تكلفة الإنتاج والتخطيط والرقابة ثم ننتقل بعد ذلك للتمييز بين تكلفة المنتج وتكلفة النشاط وتكلفة الفترة وعلاقة كل بدوال التكلفة، ونتناول في البنود اللاحقة كيفية تخطيط التعادل والتوازن من وجهة النظر المحاسبية والاقتصادية والافتراضات التي يقوم عليها كل منها:

٢ ـ مفهوم التكلفة بصفة عامة:

يمكن تعريف التكلفة تعريفاً عاماً بأنها:

أية تضحية اختيارية، مادية أو معنوية، يتحتم أن تكون ذات قيمة اقتصادية تبذل في سبيل الحصول على منفعة حاضرة أو مستقبلة.

فالتكلفة تنطوي على تضحية اختيارية بشيء ذا قيمة اقتصادية. ولا يلزم أن

تكون التضحية في صورة مادية، بمعنى التضحية بأحد العناصر المكونة للثروة المادية أو الأصول. بل يمكن أن تكون التضحية في صورة معنوية. والمقصود بالتضحية المعنوية في هذا المضمار هو كل ما يترتب عليه تحمل آلام عضلية أو ذهنية أو نفسانية في سبيل التوصل إلى هدف معين أو الحصول على منفعة معينة. وبذلك يعتبر الجهد العضلي أو الذهني الذي يبذل في العمل تضحية معنوية في سبيل الحصول على منفعة تتمثل في الأجر الذي يحصل عليه العامل مقابل الجهد المبذول، والذي بدوره يعتبر أداة للحصول على منافع مادية ومعنوية.

كما يجب أن يكون للتضحية قيمة اقتصادية من وجهة نظر كل من القائم بالتضحية والمستفيد منها. وذلك بالضرورة حيث أن لم يكن للتضحية قيمة اقتصادية فإنها لا تصبح صالحة للتبادل مقابل المنفعة المرغوبة. وتتوقف القيمة الاقتصادية للتضحية طبعاً على الاعتبارات المحددة للهدف منها والأسس والمبادىء التي يهتدي بها في تحديد تلك القيمة. وبصفة عامة تتوقف القيمة الاقتصادية لأي شيء على ندرته النسبية، والتي بدورها تختلف باختلاف المكان والزمان، وإمكانية الحركة عبريها، وما تنطوي عليه هذه الحركة من تضحيات إضافية ومنافع محتملة. فندرة الشيء النسبية تختلف حسب توافر وجوده من مكان إلى مكان، وحسب إمكانية تخزينه على مر الزمان. وليس كل شيء متوفر في كل مكان، كما أنه ليس كل شيء قابل للتخزين على مر الزمان. وبذلك تختلف الندرة النسبية لنفس الشيء من مكان إلى مكان، كما تختلف أيضاً حسب إمكانية نقله عبر المكان وما ينطوي على ذلك من تضحيات وما يترتب عليه من منافع.

كما أنه غالباً ما تتم التضحية في سبيل الحصول على منفعة، ولكن ذلك ليس بالضرورة. فقد تتم التضحية مقابل الحصول على لا شيء، ومن هنا وجب التفرقة بين التضحية الاجبارية والتضحية الاختيارية. فالتضحية الاختيارية هي التي عادة تكون مقابل الحصول على منفعة، ومن ثم وجب ألا تقل قيمة المنفعة عن القيمة الاقتصادية للتضحية المبذولة، وإلا ما كان هناك الدافع لبذل التضحية الاختيارية

أصلاً. والتكلفة هي تضحية اختيارية. أما التضحية الاجبارية فهي ليست من الضروري أن تبذل مقابل منفعة، وبذلك تعتبر من قبيل الخسارة أو التحويل بدون مقابل. كما قد تبذل التضحية اجباريا مقابل منفعة تقل عنها في القيمة وبذلك فإن جزء منها يعتبر تكلفة، وهو ذلك الجزء الموازي للقيمة الاقتصادية للمنفعة التي يتم الحصول عليها، والجزء الباقي يمثل تحويل بدون مقابل، وهو ذلك الجزء الذي يتمثل في الفرق بين القيمة الاقتصادية للتضحية والقيمة الاقتصادية للمنفعة. وبذلك يعتبر المعيار الرئيسي للتفرقة بين التكلفة المترتبة على تضحيات مؤكدة والتحويل بدون مقابل، هو مدى توافر الحرية الكاملة للقائم بالتضحية عند اتخاذ قراره الخاص ببذلها.

وتختلف التكلفة عن الخسارة في ان التكلفة تكون مقابل الحصول على منفعة حالية أو مستقبلة. فإذا لم تتحقق المنافع المتوقعة مستقبلاً فيقال أن التضحية قد ترتب عليها خسائر. وتترتب الخسائر على التضحيات الاختيارية التي لا تكون المنافع المتوقع الحصول عليها مؤكدة عند بذل التضحية، ومن ثم فترجع الخسائر في هذه الحالة لظروف عدم التأكد المحيطة باتخاذ قرار التضحية الاختياري، وليس لتوافر عنصر الاجبار في اتخاذ ذلك القرار. وبالتالي فإن التضحية في مثل هذه الحالة تعتبر تكلفة إلى أن يتم التحقق من قصور القيمة الاقتصادية للمنفعة التي يتم الحصول عليها عن قيمة التضحية التي تم بذلها ليمثل الفرق قيمة الخسارة التي تحملها القائم بالتضحية نتيجة لظروف عدم التأكد التي كانت سائدة وقت اتخاذ قرار التضحية.

وليس من الضروري أن يترتب على التضحية في الحاضر الحصول على منفعة في الحاضر، بل يمكن أن تكون التضحية الحاضرة في سبيل الحصول على منفعة مستقبلة. فالادخار عموماً يمثل تضحيات حاضرة في سبيل الحصول على منافع في المستقبل.

وفي الكثير من الأحيان يترتب على التضحيات الحاضرة منافع حاضرة

ومستقبلة معاً، كما هو الحال في اقتناء أي الأصول التي تدر دخلاً على مدى عدة فترات زمنية تمتد من الحاضر إلى المستقبل. ويؤدي تعدد الفترات الزمنية المستقبلة التي ينتظر الحصول فيها على المنافع المتوقعة عن بذل تضحية معينة إلى صعوبة قياس القيمة الاقتصادية لهذه المنافع، ومن ثم صعوبة تحديد مقدار التضحية اللازمة للحصول عليها على وجه الدقة. ويرجع ذلك إلى عوامل عدم التأكد التي تزداد أهميتها في هذه الحالة.

٣ ـ التكلفة في الفترة القصيرة والتكلفة في المدى الطويل:

ترتبط التكلفة، من وجهة النظر الاقتصادية، في الفترة القصيرة، بمزاولة العمليات الإنتاجية في الفترة الجارية. بينما ترتبط التكلفة، من وجهة النظر الاقتصادية أيضاً، في الفترة الطويلة، بالاستمرار في مزاولة عمليات إنتاجية معينة على المدى الطويل، أو لعدة فترات زمنية، وبذلك فيختلف مضمون التكلفة في الفترة القصيرة عن ذلك المضمون في المدى الطويل.

ويتم قياس التكلفة في الفترة القصيرة لأغراض تحديد تكلفة الإنتاج، وهي أحد الأركان الأساسية التي تقوم عليها النظرية الاقتصادية لتوازن المنشأة في الفترة القصيرة. وتقتصر تكلفة الإنتاج من وجهة النظر الاقتصادية على تلك العناصر التي يمكن الاستغناء عنها أو تجنبها إذا ما توقف الإنتاج في الفترة القصيرة. وبمعنى آخر، تقتصر تكلفة الإنتاج على تلك الموارد التي يمكن إتاحتها للاستغلال أو الاستخدام في فرص أخرى بديلة، ما لم يلزم استغلالها أو استنفادها لأغراض مزاولة العمليات الإنتاجية خلال الفترة الجارية. وبذلك يفرق الاقتصاديون في الفترة القصيرة بين التكلفة المتغيرة والتكلفة الثابتة، حيث ترتبط الأولى ارتباطاً وثيقاً بالتقلبات التي تطرأ على حجم الإنتاج وتتغير في مقدارها بالتغير في مقداره بينما لا تتأثر الثانية بحجم الإنتاج. وإلى حد كبير، تعتبر التكلفة المتغيرة من مكونات تكلفة الإنتاج، بينما تعتبر التكلفة الثابتة من مكونات تكلفة الاستمرار في

العملية الإنتاجية على المدى الطويل.

ويتم قياس تكلفة الإنتاج من وجهة النظر الاقتصادية بالقيمة الاقتصادية للموارد التي يتم استنفادها في مزاولة النشاط الإنتاجي خلال الفترة، وسواء كانت هذه الموارد تمثل مستلزمات إنتاجية وسيطة أو تمثل خدمات عوامل الإنتاج. وتتوقف القيمة الاقتصادية لهذه الموارد على فرص الاستغلال البديلة المتوفرة لها. فما لم يتوفر للمورد الذي يتم استنفاده في العملية الإنتاجية فرصة استغلال بديلة، بما يؤدي إلى حرمان الوحدة الإنتاجية من العائد المتوقع عنه عندما يتم استنفاده فإنه يصبح عديم القيمة الاقتصادية، بصرف النظر عما تكبدته الوحدة من نفقات في الماضي في سبيل الحصول عليه. أما إذا توفرت للمورد المستنفد في العملية الإنتاجية فرصة استغلال بديلة، فإن تكلفته يتم قياسها بمقدار قيمة المنافع التي كان من الممكن أن تنتج عنه ما لم يتم استنفاده في هذه العملية وتم استغلاله في الفرصة البديلة. وهذا هو المفهوم الاقتصادي للتكلفة البديلة.

ولنتناول تكلفة المواد مثلاً لتوضيح ما تقدم. فتكلفة المواد التي يتم استخدامها في العملية الإنتاجية في الفترة الجارية تعتبر من مكونات تكلفة الإنتاج ولا خلاف بين المحاسب والاقتصادي في هذا الشأن. وذلك بالضرورة لأنه لو توقف الإنتاج لما كان هناك حاجة إلى هذه المواد، ومن ثم فتكلفتها تعتبر من بنود التكلفة المتغيرة بطبيعتها، وهي بذلك ترضى وجهة النظر الاقتصادية. ولكن المشكلة الحقيقية ليست فيما إذا كانت تكلفة المواد تعتبر من تكلفة الإنتاج من عدمه، وإنما تقع المشكلة أساساً في كيفية قياس هذه التكلفة. وهنا يختلف الفكر الاقتصادي عن الفكر المحاسبي.

ويعتبر أمر تحديد تكلفة المواد المستخدمة في العملية الإنتاجية أمراً سهلاً إذا لم تكن هذه المواد متوفرة في المخزون. فتكلفة المواد حينئذ هي مقدار القيمة التبادلية للموارد التي يتم انفاقها للحصول على المواد عند الحاجة إليها، ولا خلاف بين المحاسب والاقتصادي في هذا الشأن (إلا ربما في حالة شراء المواد بالأجل وما

تتطلبه وجهة النظر الاقتصادية من ضرورة ايجاد القيمة الحالية للمدفوعات المقبلة بسعر خصم مناسب). وهذا المفهوم للتكلفة يتفق تماماً مع المفهوم الاقتصادي للتكلفة البديلة، حيث أنه لو لم يتم الحصول على المواد فإن القيمة التبادلية للموارد التي كانت مخصصة لهذا الغرض سوف تصبح متوفرة للاستغلال في فرص استغلال أخرى بديلة.

وليس الأمر بهذه السهولة إذا كانت المواد متوفرة في المخزون. ففي هذه الحالة يختلف القياس المحاسبي لتكلفة المواد التي يتم استخدامها في الانتاج عن القياس الاقتصادي لها. والأمر لا يتوقف على حد وجود اختلاف يمكن تحديد مقداره بصفة مطلقة، بل أن مقدار الاختلاف يتغير بتغير الطريقة المحاسبية التي يتم اتباعها (لتعددها) في هذا الشأن. فمن وجهة النظر الاقتصادية يتم قياس القيمة الاقتصادية للمواد التي يتم استخدامها في العملية الإنتاجية، والتي تكون متوفرة في المخزون حينئذ، أما بصافي قيمتها البيعية المتوقعة إذا لم يتوافر لها فرص استخدام بديلة في العملية الإنتاجية، أو بتكلفة احلالها بمواد مماثلة من السوق وقت استخدامها إذا توفرت لها فرص استخدام بديلة في العملية الإنتاجية. وكلا من القيمتين السابقتين يعتبر التكلفة الاقتصادية البديلة للمواد على حسب طبيعة البدائل المتوفرة لاستخدامها.

أما القياس المحاسبي لتكلفة المواد المستخدمة في العملية الإنتاجية، فعادة ما يتم على أساس تكلفتها التاريخية وقت الحصول عليها، كما تختلف القيمة التي يتحمل بها الإنتاج طبقاً لإختلاف طريقة تقويم المخزون المتبعة (الوارد أولاً صادر أخيراً والوارد أخيراً صادر أولاً، المتوسط المرجح لأسعار الشراء، طريقة المخزون الأساسي، التكلفة أو سعر السوق أيهما أقل، ...، الخ).

ويمثل الفرق بين التكلفة الفعلية للمواد المستخدمة في العملية الإنتاجية البديلة وقت استخدامها مقدار التكلفة التي تترتب على الاحتفاظ بهذه المواد فى المخزون، والتي سوف نطلق عليها تكلفة حيازة المخزون وذلك بفرض ثبات المستوى العام

للأسعار أو القياس بالأسعار الثابتة. ولا تعتبر تكلفة الحيازة من مكونات تكلفة الإنتاج في الفترة القصيرة وإنما تعتبر من مكونات تكلفة الاستمرار فى العملية الإنتاجية إذا كانت حيازة المواد في المخزون ضرورية لضمان ذلك الاستمرار. (سوف يتضح ذلك على وجه أفضل عندما نناقش تكلفة الحيازة أو الاقتناء وتكلفة الاستخدام فيما بعد).

وكما عبرنا عن تكلفة الإنتاج في الفترة القصيرة بأنها التكلفة البديلة للموارد المستخدمة أو المستنفدة فى العملية الإنتاجية، فإنه يمكننا أيضاً التعبير عن تكلفة الاستمرار في العملية الإنتاجية بأنها تتمثل في القيمة الاقتصادية للموارد التى يمكن إتاحتها للاستغلال في فرص استغلال أخرى بديلة، إذا لم يلزم استغلالها لضمان استمرار العملية الإنتاجية فى المدى الطويل. وبـذلـك يمكننـا القـول إن تكلفـة الاستمرار في العملية الإنتاجية تربط ارتباطاً وثيقاً بكل من مفهوم التكلفة فى المدى الطويل ومفهوم التكلفة الثابتة في الفترة القصيرة. غير أن ذلك لا يعنى أن تكلفة الاستمرار في العملية الإنتاجية يلزم بالضرورة أن تكون من بنود التكلفة الثابتة.

ولا تعتبر التكلفة اللازمة للاستمرار في العملية الإنتاجية فى المدى الطويل من مكونات تكلفة الإنتاج في الفترة القصيرة. وذلك لأنه لو توقف الإنتاج في الفترة القصيرة، فإن ذلك عادة لن يؤدي إلى إتاحة الموارد المستغلة لأغراض الاستمرار في العملية الإنتاجية في المستقبل لاستخدامها في فرص الاستغلال البديلة في الفترة الجارية، كما قد لا يؤثر ذلك أيضاً على إنتاجية هذه الموارد في الفترات المقبلة. أما إذا أدى توقف الإنتاج حالياً إلى إتاحة هذه الموارد للاستغلال فى فرص بديلة، أو أدى ذلك إلى زيادة قدرة هذه الموارد على الإنتاج فى المستقبل فإن التكلفة البديلة التى تصاحب ذلك التوقف ولا شك تعتبر من تكلفة الإنتاج في الفترة القصيرة. والمثال المناسب لتوضيح ذلك هو الأهلاك الجاري على الأصول الثابتة. فالأصول الثابتة يتم اقتنائها أصلاً للحصول على خدماتها الإنتاجية على مدى عدة

فترات زمنية، وتتوقف القيمة الاقتصادية لها على مقدار الخدمات المتوقع الحصول عليها منها. ومن بين العوامل التى تؤثر في مقدرة الأصول الثابتة على إنتاج الخدمات في المستقبل عاملان هما: مرور الزمن وما يترتب عليه من تقادم زمني وتقني يؤدي إلى نقص الطاقة الإنتاجية لهذه الأصول، ومدى الاستخدام في العملية الإنتاجية حالياً وما يترتب عليه من استنفاد طاقة هذه الأصول، والتي كان من الممكن إتاحتها للاستخدام في المستقبل. فإذا اتفقنا أن الأهلاك يمثل النقص الذي يطرأ على القيمة الاقتصادية للأصول الثابتة نتيجة لهذين العاملين، فإن جزء منه ولا شك يعتبر من مكونات تكلفة الاستمرار في العملية الإنتاجية، وهو ذلك الجزء المرتبط بعامل الزمن، أما الجزء الآخر فيعتبر من مكونات تكلفة الإنتاج، وهو ذلك الجزء المرتبط بمدى الاستخدام في العملية الإنتاجية في الفترة الجارية.

وليس معنى التفرقة بين تكلفة الإنتاج وتكلفة الاستمرار في العملية الإنتاجية أن الأخيرة لا يمكن استردادها، بل أنه في الواقع يلزم استردادها لضمان استمرار العملية الإنتاجية في المستقبل. وذلك لأن الاستمرار في العملية الإنتاجية يقتضي ضرورة الحفاظ على القدرة الإنتاجية للموارد الاقتصادية المستغلة فيها. ويتم ذلك عن طريق توفير إمكانيات احلال ما يتم استنفاده منها في الفترة الجارية، وسواء كان ذلك الاستنفاد ناتج عن عامل الزمن أو ناتج عن عامل الاستخدام في العملية الإنتاجية. فإذا لم تكن تكلفة ذلك الجزء المستنفد أهلاً لاعتبارها من مكونات تكلفة الإنتاج، فإن الأمر يقتضي ضرورة تحميل الفترة بها ضماناً لاستمرار العملية الإنتاجية في المستقبل.

وخلاصة القول أنه من وجهة النظر الاقتصادية يتم التفرقة بين التكلفة في الفترة القصيرة والتكلفة في المدى الطويل. ويرتبط مفهوم التكلفة في الفترة القصيرة بتكلفة الإنتاج بينما يرتبط مفهوم التكلفة في المدى الطويل بتكلفة الاستمرار في العملية الإنتاجية، وهي لا تعتبر من مكونات تكلفة الإنتاج في الفترة القصيرة. كما تقتصر التكلفة في الفترة القصيرة إلى حد كبير على تلك العناصر التي تتغير في

مقدارها بالتغيرات في حجم الإنتاج، والتي يمكن اعتبارها أساساً دالة من هذا الحجم، أما تكلفة الاستمرار في العملية الإنتاجية فهي لا تتأثر في مقدارها بالعوامل المحددة لحجم الإنتاج ومن ثم تعتبر ثابتة المقدار في الفترة القصيرة، وتتغير في مقدارها فقط في المدى الطويل، ومن ثم فهي مرتبطة بعامل الزمن. وتؤثر هذه التفرقة إلى درجة كبيرة في مكونات تكلفة الإنتاج وما يترتب على احتسابها من قرارات اقتصادية مختلفة. وكما سبق القول، تقتصر تكلفة الإنتاج من وجهة النظر الاقتصادية في الفترة القصيرة على تلك الموارد التي يمكن إتاحتها للاستغلال في فرص استغلال أخرى بديلة إذا لم يلزم استغلالها لمزاولة العملية الإنتاجية في الفترة الجارية. ويتم قياس التكلفة من وجهة النظر الاقتصادية بالتكلفة البديلة للموارد المستنفدة أو المستغلة في النشاط والتي تتمثل في القيمة الاقتصادية للمتحصلات التي كان من الممكن أن تنتج عنها ما لم يتم استنفادها أو استغلالها لمزاولة النشاط.

وتختلف وجهة النظر المحاسبية عن وجهة النظر الاقتصادية أساساً من ناحيتين:

الناحية الأولى: وتتعلق بالتفرقة بين تكلفة الإنتاج وتكلفة الاستمرار في العملية الإنتاجية.

الناحية الثانية: وتتعلق بكيفية قياس التكلفة والأسس التي يقوم عليها ذلك القياس.

ومن الناحية الأولى يمكننا التمييز من وجهة النظر المحاسبية بين ثلاثة اتجاهات:

الاتجاه الأول: وبمقتضاه لا تتم التفرقة بين التكلفة في المدى القصير والتكلفة في المدى الطويل، بمعنى أنه لا يتم التفرقة بين تكلفة الإنتاج وتكلفة الاستمرار في العملية الإنتاجية. ويترتب على ذلك أن تكلفة كل عناصر مدخلات العمليات الإنتاجية، ـ سواء ما كان منها مرتبطاً بحجم الإنتاج، وما كان منها مرتبطاً بالزمن، أو القدرة على الاستمرار في العمليات الإنتاجية، وبصرف النظر أيضاً عما كان لهذه العناصر، التي تمثل الموارد المتاحة للوحدة فرص استغلال بديلة من عدمه

ـ تعتبر من مكونات تكلفة الإنتاج في الفترة القصيرة. وهذا هو ما يطلق عليه في المحاسبة نظرية التكاليف الكلية »، أو نظرية التكاليف المستوعبة Absorption Costing، أو نظرية التكاليف التقليدية Conventional Costing. وطبقاً لهذه « النظرية » تعتبر كل عناصر التكلفة الصناعية الثابت منها والمتغير، والنقدي منها والدفتري من مكونات تكلفة الإنتاج في الفترة القصيرة. وقد ترتب على ذلك العديد من المشاكل التي ما زال المحاسب يعاني من محاولة التوصل إلى حل مرضي لها. فكما سبق أن ذكرنا لا ترتبط عناصر التكلفة الثابتة بحجم الإنتاج لأنها تمثل تكلفة الاستمرار في العملية الإنتاجية، ومن ثم فهي ترتبط بعامل الزمن. ويترتب على محاولة تحميل هذه العناصر لتكلفة الإنتاج ضرورة ايجاد الطريقة الملائمة أو الأسلوب المناسب لايجاد متوسط تكلفة الوحدة منها، والتي بدورها تتأثر بالتقلبات في حجم الإنتاج من فترة إلى أخرى. ولا يتسع المجال هنا لمعالجة طرائق التوزيع المحاسبية لعناصر التكلفة الثابتة ولا لسرد الجدل اللانهائي الذي يثور حولها. وسوف نكتفي بالقول بأنه مهما كانت الطريقة التي يتم اتباعها بصدد توزيع أو تحصيص عناصر التكلفة الثابتة على المنتج، فإن أي قرار يتم اتخاذه على أساس هذا التوزيع أو التحصيص لن يخلو من الخطأ. بالإضافة إلى ذلك فإن محاولة المحاسب توزيع عناصر التكلفة الثابتة لأغراض تحميل الإنتاج بها لا تعتبر سليمة من وجهة النظر الاقتصادية كما أن الطريقة التي يتم اتباعها في اجراء هذا التوزيع، وأيا كانت، تزيد من الطين بله وتؤدي إلى معلومات مضللة.

الاتجاه الثاني: وهو لا يختلف عن الاتجاه السابق إلا فيما يتعلق بذلك الجزء من التكلفة الثابتة الفترية الذي يعتبره المحاسب بمثابة التكلفة الثابتة للطاقة غير المستغلة في الإنتاج في الفترة الجارية. وبمقتضى هذا الاتجاه تعتبر كل عناصر التكلفة الصناعية، الثابت منها والمتغير، والنقدي منها والدفتري من مكونات الإنتاج، فيما عدا ذلك الجزء من التكلفة الثابتة الذي يمثل من وجهة نظر المحاسب، تكلفة الطاقة غير المستغلة. وبذلك فلا يختلف هذا الاتجاه عن الاتجاه السابق إلا فيما

يتعلق باستبعاد تكلفة الطاقة غير المستغلة واعتبارها من مكونات تكلفة الفترة. وينتج عن هذا الاتجاه ما يطلق عليه محاسبياً «نظرية التكاليف الكلية المعدلة».

والواقع أن التعديل الذي ينطوي عليه هذا الاتجاه بالمقارنة بالاتجاه السابق لم ينتج (من وجهة نظري) عن رغبة في الاقتراب من المنطق السليم لاحتساب تكلفة الإنتاج، وإنما نتج عن رغبة في التخلص من بعض المشاكل المترتبة على محاولة توزيع أو تخصيص التكلفة الثابتة على وحدات المنتج. فكما سبق أن ذكرنا، يتغير متوسط تكلفة وحدة المنتج من التكلفة الثابتة بالتغيرات التي تطرأ على حجم الإنتاج (ومن ثم على استغلال الطاقة)، ويؤدي ذلك إلى عدم ثبات متوسط تكلفة الوحدة من فترة إلى أخرى (مع ثبات باقي العوامل الأخرى) إذا طرأت أية تقلبات في حجم الإنتاج. وبذلك فقد حاول المحاسب التوصل إلى طريقة يتمكن بها من تثبيت الحصة التي تتحمل بها وحدة المنتج من التكلفة الثابتة من فترة إلى أخرى عن طريق تحميل الفترة بما لم يستوعبه الإنتاج الفعلي من التكلفة الثابتة (تكلفة الاستمرار في العملية الإنتاجية) على أساس معدل التحميل الثابت لوحدة المنتج.

الاتجاه الثالث: وبمقتضى هذا الاتجاه تقتصر تكلفة الإنتاج في الفترة القصيرة على عناصر التكلفة المتغيرة، وتتحمل الفترة بعناصر التكلفة الثابتة التي تمثل تكلفة الاستمرار في العملية الإنتاجية. وبذلك فيقوم هذا الاتجاه على أساسين:

الأول: هو التفرقة بين عناصر التكلفة الثابتة وعناصر التكلفة المتغيرة.

الثاني: هو اعتبار عناصر التكلفة المتغيرة من مواد وأجور مباشرة ومصروفات صناعية غير مباشرة من مكونات تكلفة الإنتاج، واعتبار عناصر التكلفة الثابتة من أعباء الفترة ولا يتم تحميل الإنتاج (ومن ثم المخزون) بها. وينتج عن هذا الاتجاه ما يسمى بنظرية التكاليف المباشرة Direct costing أو نظرية التكاليف المتغيرة Variable costing.

والقاعدة العامة التي جرى عليها العرف المحاسبي لاغراض قياس التكلفة

لتحديد تكلفة الإنتاج (ومن ثم قياس الربح والتفرقة بين رأس المال والدخل) هي اتباع «نظرية» التكاليف الكلية أو «نظرية» التكاليف الكلية المعدلة. أما «نظرية» التكاليف المباشرة فيقتصر استخدامها على اتخاذ القرارات التخطيطية والرقابية في الفترة القصيرة.

أما ناحية الاختلاف الثانية بين وجهة النظر المحاسبية ووجهة النظر الاقتصادية فتتعلق بالأساس الذي يقوم عليه قياس التكلفة أو احتسابها. فعادة ما يتم قياس التكلفة من وجهة النظر المحاسبية طبقاً للقيمة التاريخية للعناصر المكونة لها، وذلك انطلاقاً من قاعدة التكلفة التاريخية المعروفة. وبصرف النظر عن النظرية المتبعة بصدد التفرقة بين تكلفة المنتج وتكلفة الاستمرار في العملية الإنتاجية، فإن التكلفة من وجهة النظر المحاسبية تنطوي على ما تم انفاقه أو تكبده فعلاً في سبيل الحصول على مورد معين بصرف النظر عن توقيت الحصول عليه. ويؤدي هذا المفهوم إلى حتمية الخلط بين تكلفة الحيازة وتكلفة الاستخدام، وما يترتب على ذلك من سوء استغلال للموارد كما سيرد شرحه في النقطة التالية.

أما من وجهة النظر الاقتصادية فيتم قياس التكلفة كما سبق ورأينا انطلاقاً من مبدأ التكلفة البديلة، والتي تعتمد على الأسعار السائدة في السوق وقت القياس (يتم الاختيار بين أسعار البيع وأسعار الشراء طبقاً لمدى ملائمة كل منها للغرض المحدد من القياس).

٤ - اقتناء الأصول وتكلفة استخدامها أو استنفادها في العملية الإنتاجية:

يتم اقتناء الأصول لأحد غرضين أو كلاهما: فقد يتم اقتناء الأصول لأغراض حيازتها حتى ترتفع قيمتها بما يصاحب ذلك من أرباح حيازة، أو قد يتم اقتناء الأصول لأغراض استخدامها أو استنفاد خدماتها في العملية الإنتاجية، وكثيراً ما يؤدي قرار اقتناء بعض الأصول إلى تحقيق كل من الغرضين معاً. فقد يتم شراء المواد الأولية مثلاً لأغراض تخزينها لاستخدامها في العملية الإنتاجية في المستقبل

توقعاً لارتفاع السعر عند الحاجة إليها. وبصرف النظر عن صحة التوقعات في هذه الحالة فإن الهدف من شرائها في وقت مبكر عن وقت الحاجة إليها ينطوي على رغبة الإدارة في الاستفادة من فرق السعر المتوقع عن طريق توقيت عملية الشراء. ويلزم الأمر في هذه الحالة لقياس كفاءة الإدارة في اتخاذ القرار الخاص بشراء المواد قبل الحاجة إليها وتخزينها مقارنة التكلفة البديلة المحتسبة للمواد المتوفرة في المخزون وتكلفتها البديلة في السوق وقت استخدامها في العملية الإنتاجية. فإذا كانت الأولى أقل من الثانية فإن ذلك يدل على صحة توقعات الإدارة ومن ثم كفاءتها في هذا الشأن، أما إذا زادت التكلفة البديلة المحتسبة عن تكلفة الاحلال في السوق فإن ذلك يدل على عدم دقة توقعات الإدارة وعدم كفاءتها في هذا الشأن.

وتتكون التكلفة البديلة المحتسبة Imputed opportunity cost لأي أصل من الأصول بثمن الشراء والمصاريف المختلفة الملازمة لعملية الشراء مضافاً إليها تكلفة حيازة الأصل دون استخدام حتى لحظة استخدامه أو استنفاد خدماته في العملية الإنتاجية. وتنطوي تكلفة الحيازة على كل النفقات اللازمة للحفاظ على الأصل، كنفقات التخزين والتأمين وخلافه، مضافاً إليها العائد المفقود على رأس المال المستثمر فيه بمعدل العائد السائد في السوق عن الفترة من تاريخ الاقتناء حتى تاريخ الاستخدام في العملية الإنتاجية. أما التكلفة البديلة Opportunity فتساوى تكلفة الاحلال على أساس الأسعار السائدة في السوق وقت الاستخدام في العملية الإنتاجية. (قد تكون أسعار البيع أو أسعار الشراء طبقاً لطبيعة فرصة الاستغلال البديلة المتوفرة للأصل، ولكننا سوف نفترض هنا أنها أسعار الشراء على اعتبار ان العملية الإنتاجية مستمرة، وإذا لم يتم استخدام الأصل في العملية الإنتاجية المعينة فإن فرصة استغلاله في عملية إنتاجية أخرى ما زالت متاحة) وتتساوى التكلفتان (التكلفة البديلة المحتسبة والتكلفة البديلة) في ظل التنافس التام وفي ظل الظروف الساكنة، حيث تسود المعرفة التامة ويصبح عامل المخاطرة عديم

الأثر على قرارات الحاضر المتعلقة بالمستقبل. غير أن توفر التنافس التام وسكون الظروف وما يلازمها من عوامل مؤثرة مختلفة أمران لم يسبق أن توافرا في الماضي ولا ينتظر توافرهما في المستقبل. ويترتب على ذلك أن تساوي كل من التكلفة البديلة المحتسبة والتكلفة البديلة في لحظة معينة لا يمكن أن يتحقق إلا بمجرد الصدفة، وربما كان ذلك هو الباعث الأساسي الذي يقف خلف القرارات الإدارية المتعلقة بحيازة الأصول، فقد تتوقع الإدارة أن تطرأ ظروف في المستقبل تؤدي إلى ارتفاع التكلفة البديلة للأصل المرغوب وقت الحاجة إليه عن تكلفته البديلة المحتسبة في ذلك الوقت لو تم شراءه الآن، وبذلك تتخذ قرار شرائه لحيازته في المخزون حتى يحين وقت استخدامه في العملية الإنتاجية. ويترتب على ذلك أن الفرق بين التكلفة البديلة المحتسبة والتكلفة البديلة السائدة في السوق وقت استخدام الأصل تمثل عائد المخاطرة الناتج عن توقعات الإدارة الخاصة بالمستقبل، ويمثل مقياساً مناسباً لكفاءتها في هذا الشأن.

وتعتبر التفرقة بين كل من تكلفة الحصول على الأصول وتكلفة حيازتها وتكلفة استخدامها في العملية الإنتاجية من الأمور الهامة والضرورية لأغراض قياس تكلفة الإنتاج ولأغراض التخطيط والرقابة معاً. فمن وجهة النظر الاقتصادية السليمة ترتبط تكلفة استخدام الأصل ارتباطاً وثيقاً بتكلفة الإنتاج، ويتم قياسها بالقيمة الاقتصادية لما قد يلزم من موارد لاحلال الأصل المستخدم في الإنتاج، أو خدمات الأصل المستنفدة في العملية الإنتاجية، وبالمثل من السوق وقت الاستخدام أو استنفاد الخدمات الإنتاجية. وترتبط تكلفة حيازة الأصل بمدى كفاءة الإدارة بالتنبؤ بإحداث المستقبل، حيث يمثل الفرق بين تكلفة الحيازة ـ بما فيها ثمن الشراء في الماضي ـ وفائض (أو عجز) تكلفة الاحلال العائد الصافي على قرارات الإدارة الخاصة بحيازة الأصول.

ومن هذا يتبين لنا أن تكلفة الاستخدام في العملية الإنتاجية غالباً ما تختلف عن التكلفة التاريخية للأصول التي يتم اقتنائها لهذا الغرض. وترتبط تكلفة

الاستخدام في العملية الإنتاجية بحجم الإنتاج وتعتبر من مكونات تكلفته، كما يتم قياسها من وجهة النظر الاقتصادية بمقدار القيمة الحالية للخدمات التي كان من الممكن الحصول عليها باستخدام الأصل في فرص استخدام بديلة متوفرة، ما لم يتم استخدامه في العمليات الإنتاجية في الفترة الجارية. ومن خصائص تكلفة الاستخدام، نختتم هذه النقطة بما يلي:

١ ـ أنها ترتبط بحجم الإنتاج ومن ثم ترتبط في مقدارها بما يطرأ من تغيرات على هذا الحجم. وليس من الضروري أن تكون العلاقة القائمة بين تكلفة الاستخدام وحجم الإنتاج خطية، حيث أن ذلك يرتبط أساساً باقتصاديات الحجم السائد في الصناعة المعينة ومدى الهوة القائمة بين الحجم الأمثل للإنتاج والحجم الفعلي له. فالعلاقة إذن علاقة دالية، بمعنى أن تكلفة الاستخدام دالة في حجم الانتاج وبصرف النظر عن كونها خطية أو غير خطية.

٢ ـ أنها ترتبط بفرص الاستخدام البديلة التي تتوفر في الحاضر، أو التي ينتظر أن تتوفر في المستقبل، للموارد التي يتم استخدامها أو استنفادها في العملية الإنتاجية في الفترة الجارية.

٣ ـ أنه يتم قياسها من وجهة النظر الاقتصادية السليمة بالقيمة الاقتصادية للخدمات أو المنافع أو العوائد التي كان من الممكن الحصول عليها من الأصل، ما لم يتم استخدامه أو استنفاده في العملية الإنتاجية.

٤ ـ أنه ما دام من المنتظر أن تستمر العملية الإنتاجية في المستقبل، فإن قياس القيمة الاقتصادية للموارد المستخدمة أو المستنفدة يمكن أن يتم على أساس أسعار احلالها بالمثل من السوق وقت استنفادها أو استخدامها، بغرض بقاء العوامل الأخرى على حالها.

٥ ـ تكلفة المنتج، وتكلفة النشاط، وتكلفة الفترة:

فرقنا في النقطتين السابقتين بين التكلفة في الفترة القصيرة والتكلفة في المدى

الطويل وتبينا أن الأولى ترتبط بتكلفة الإنتاج وتتأثر في مقدارها بالتغيرات التي تطرأ على حجم الإنتاج [١]، والثانية ترتبط بتكلفة الاستمرار في العملية الإنتاجية وترتبط بعامل الزمن. كما ميزنا أيضاً بين تكلفة اقتناء الأصول وتكلفة استخدامها في العملية الإنتاجية وتبينا علاقة كل بتكلفة الإنتاج وتكلفة الاستمرار في العملية الإنتاجية. هذا وسوف نقوم في هذه النقطة بدراسة سلوك عناصر التكلفة المختلفة لتبيان علاقة كل منها بحجم الإنتاج وبمستوى النشاط وبمرور الزمن، لما لذلك من أهمية في تحديد الكيفية التي يجب أن يتم على أساسها تحليل التكلفة للوفاء بأغراض قياسها المختلفة.

٥ ـ أ ـ التكلفة المتغيرة والتكلفة الثابتة:

عادة ما يقصد بالتكلفة المتغيرة تلك التي تتغير في مقدارها الكلي طبقاً لما يطرأ من تغيرات على حجم الإنتاج. وعادة ما يفترض أيضاً (من وجهة النظر المحاسبية على الأقل) أن مقدار التكلفة المتغيرة يتناسب تناسباً طردياً مع حجم الإنتاج بعلاقة ثابتة. أما التكلفة الثابتة فعادة ما يقصد بها تلك العناصر التي لا تتأثر في مقدارها بما يطرأ من تقلبات في حجم الإنتاج وبالتالي تظل ثابتة المقدار بصرف النظر عما يطرأ من تقلبات في هذا الحجم. غير أنه يلزم لصحة هذه التفرقة أن يتحدد مدى تحليل مسلك عناصر التكلفة المذكورة على الفترة القصيرة. حيث عادة ما يفترض أيضاً ان كل عناصر التكلفة تعتبر متغيرة في المدى الطويل. إلا أن التغير في هذه الحالة لا يرتبط بالتقلبات في حجم الإنتاج وإنما يترتبط بالقرارات التي تؤثر في مقدار عناصر التكلفة كلما امتد مدى الفترة التخطيطية التي يتم اتخاذ القرارات بشأنها. ويترتب على ذلك أن معيار التغير في المدى القصير

---

(١) المقصود بالانتاج هنا هو الانتاج بمفهومه الاقتصادي الواسع الذي يتمثل في تضافر الأنشطة المختلفة لانتاج السلع والخدمات وتسويقها ونقلها وتخزينها بما في ذلك مشاركة النشاط الإداري في التنسيق بين الأنشطة المختلفة.

يختلف عنه في المدى الطويل، ومن ثم مضمون التكلفة المترتب على كل. وقد أدى هذا الخلط بين معايير التغيير في كل من المدى القصير والمدى الطويل، إلى عدم وضوح الدلالة المقصودة من كل من التكلفة المتغيرة والتكلفة الثابتة. فلا شك أن دلالة التكلفة، كما سبق ورأينا، ترتبط ارتباطاً وثيقاً بالغرض من قياسها، وبذلك فالمفروض أن معيار التغير المناسب لا بد وأن يكون على علاقة وثيقة بالغرض من قياس التكلفة. ونستعرض فيما يلي بعض المعايير المناسبة لكل من الأهداف الثلاث من قياس التكلفة وهي:

- لأغراض قياس تكلفة الإنتاج:

سبق أن ذكرنا أن قياس تكلفة الإنتاج يرتبط بمفهوم التكلفة في الفترة القصيرة. كما سبق أن ذكرنا أن تكلفة الإنتاج تتكون من القيمة الاقتصادية للموارد المستخدمة أو المستنفدة في العملية الإنتاجية في الفترة الجارية والتي كان من الممكن إتاحتها لفرص استخدام أو استغلال بديلة بتوقف العملية الإنتاجية. وبذلك يكون المعيار المناسب للتفرقة بين التكلفة الثابتة والتكلفة المتغيرة، لأغراض قياس تكلفة الإنتاج، هو مدى ارتباط كل منهما بما يطرأ من تقلبات في حجم الإنتاج في الفترة القصيرة. فعناصر التكلفة التي ترتبط في مقدارها الكلي بالتقلبات التي تطرأ على حجم الإنتاج، أي التي تعتبر دالة في حجم الإنتاج، تعتبر من مكونات التكلفة المتغيرة، أما عناصر التكلفة التي لا يربطها بحجم الإنتاج هذه العلاقة الدالية فتعتبر من عناصر التكلفة الثابتة، والتي عادة ما ترتبط بمرور الزمن، والتي سبق أن أطلقنا عليها تكلفة الاستمرار في العملية الإنتاجية.

وكما سبق أن ذكرنا في تحديد خصائص تكلفة الاستخدام في العملية الإنتاجية فإنه لا يلزم أن تكون العلاقة الدالية بين التكلفة المتغيرة وحجم الإنتاج علاقة خطية. والواقع أن الفكر الاقتصادي يعالج هذه العلاقة عموماً على مستوى الوحدة الاقتصادية العاملة على أساس أنها غير خطية. وهذا بالضرورة حتى يتمشى الأمر مع القوانين والمبادىء الاقتصادية التي أكدت صحتها التجارب العملية.

فالمفروض أن تكلفة الإنتاج الكلية تتزايد بمعدلات متناقصة حتى نصل إلى الحجم الأمثل للإنتاج، ثم نستمر في التزايد بعد ذلك بمعدلات متزايدة. بمعنى أن متوسط تكلفة الوحدة يتناقص تدريجياً إلى أن نصل إلى الحجم الذي يمثل مستوى الإنتاج المثالي، ثم يبدأ متوسط تكلفة الوحدة في التزايد بزيادة الإنتاج عن الحجم الأمثل [١]. إلا أن الدراسات المحاسبية بصفة عامة تعالج العلاقة الدالية بين التكلفة المتغيرة وحجم الإنتاج على أساس أنها علاقة خطية [٢]. وسوف نتعرض لهذا الموضوع بقدر أكبر من التفصيل فيما بعد:

أما التكلفة الثابتة فهي لا تتأثر في مقدارها الكلي بما يطرأ من تقلبات في حجم الإنتاج في الفترة القصيرة. وبذلك فإن متوسط تكلفة الوحدة منها يتناقص بزيادة حجم الإنتاج.

وتجدر بنا الإشارة في هذا المضمار إلى أن معيار التغير في التكلفة في الفترة القصيرة قد لا يقتصر على مدى ارتباطها بحجم الإنتاج، إذا ما كان الإنتاج المقصود ينطوي فقط على المضمون المحاسبي. فعادة ما يتم التفرقة في العرف المحاسبي والإداري معاً بين عدد من مجموعات الأنشطة بالوحدة الاقتصادية، منها الأنشطة الإنتاجية والتسويقية والإدارية والتمويلية، وبذلك تتم التفرقة محاسبياً بين تكلفة الإنتاج، والتي يقصد بها تكلفة مزاولة الأنشطة التي تؤدي إلى إنتاج السلعة أو الخدمة (أو مجموعة السلع والخدمات) التي قامت الوحدة الاقتصادية من أجلها، وتكلفة التسويق (مصاريف البيع والتوزيع) والتي تنطوي على تكلفة مزاولة

---

(١) تكون التكلفة الحدية أقل من المتوسطة ما دامت الأخيرة متناقصة، ثم تتساوى التكلفة الحدية مع المتوسطة عندما تصل الأخيرة إلى أقل مستوياتها ثم بعد ذلك تكون التكلفة الحدية أعلى من التكلفة المتوسطة عندما تبدأ الأخيرة في الارتفاع. ويرجع ذلك أساساً إلى اقتصاديات الحجم التي يترتب عنها وفورات موجبة حتى نصل للحجم الأمثل للانتاج ثم تتحول الوفورات إلى نقائض وفورات بعد تخطي الحجم الأمثل للانتاج.

(٢) ويعني ذلك أن التكلفة المتغيرة المتوسطة = التكلفة الحدية = مقدار ثابت.

الأنشطة الخاصة بتوزيع وتسويق الإنتاج الناتج عن الأنشطة الإنتاجية، وتكلفة الإدارة (المصاريف الادارية) والتي تنطوي على تكلفة جهاز التخطيط والرقابة والاشراف اللازم لمزاولة الأنشطة الأخرى، وتكلفة التمويل والتي تنطوي على تكاليف تمويل مجموعات النشاط الجاري والاستثماري الخاص بالوحدة من مصادر بخلاف مواردها المالية الذاتية. ومن ذلك يتبين لنا أن الإنتاج من وجهة النظر المحاسبية يقتصر على ذلك الجزء من الأنشطة الذي يهدف إلى إنتاج السلع أو الخدمات التي تمثل مصدر الايراد الرئيسي للوحدة الاقتصادية. أما مزاولة الأنشطة الأخرى اللازمة والضرورية لمزاولة النشاط الإنتاجي الأصلي، فإن تكلفتها من وجهة النظر المحاسبية لا تعتبر من مكونات تكلفة الإنتاج. ورغم أن ذلك يغاير المفهوم الاقتصادي للانتاج بمعناه الشامل (بمعنى أنه نشاط يؤدي إلى خلق منفعة جديدة أو إضافة إلى منفعة قائمة، تؤدي إلى اشباع حاجة، وسواء كانت متعلقة بالشكل أو بالتكوين أو بالمكان أو بالزمان أو بالملكية) فإننا لن نتناول ذلك بالجدل في هذا المقام. ويترتب على ذلك أن التفرقة السابقة بين التكلفة الثابتة والتكلفة المتغيرة من حيث ارتباط كل منها بالتقلبات في حجم الإنتاج تنطبق أساساً على تكلفة الأنشطة الإنتاجية من وجهة النظر المحاسبية.
ولكن هل يعني ذلك أن التكلفة المتغيرة في الفترة القصيرة تقتصر فقط على تكلفة الأنشطة الانتاجية؟ والإجابة على هذا السؤال تكون قطعاً بالنفي، فتكلفة الأنشطة الأخرى تنطوي أيضاً على عناصر تكلفة ثابتة وأخرى متغيرة في الفترة القصيرة. وإذا كان الأمر كذلك إذن، فما هو المعيار المناسب للتفرقة بين التكلفة الثابتة والتكلفة المتغيرة لهذه الأنشطة؟ لا شك في ان الأنشطة الإدارية والتسويقية تعتبر إنتاجية من وجهة النظر الاقتصادية. وبذلك فإن تكلفة كل منها في الفترة القصيرة تنطوي على القيمة الاقتصادية للموارد المستنفدة فيها والتي كان من الممكن إتاحتها لفرص استغلال بديلة في حالة توقف النشاط. وعلى هذا الأساس يلزم التفرقة بين تكلفة مزاولة النشاط في الفترة القصيرة وتكلفة الاستمرار في

مزاولة النشاط في المدى الطويل، فالأولى تعتبر تكلفة النشاط المتغيرة، والثانية تعتبر من مكونات تكلفة الفترة. وتتمثل الأولى في عناصر التكلفة التي كان من الممكن الاستغناء عنها في حالة توقف النشاط، وتتمثل الثانية في عناصر التكلفة الواجب استردادها في المدى الطويل لضمان استمرار مزاولة النشاط. وبذلك يكون المعيار العام للتفرقة بين التكلفة المتغيرة والتكلفة الثابتة في المدى القصير هو مدى ارتباطها بحجم أو مستوى النشاط، وبصرف النظر عن كون هذا النشاط متعلق بالانتاج أو بالتسويق أو بالإدارة.

ونخلص مما تقدم إلى ما يلي:

١ ـ أن التكلفة المتغيرة في الفترة القصيرة تعتبر دالة في حجم النشاط الذي تتعلق به، وبصرف النظر عن وحدات قياس هذا الحجم، وأن التكلفة الثابتة لا ترتبط بحجم النشاط وإنما ترتبط بالزمن.

٢ ـ أنه يجب لاستمرار العملية الإنتاجية، أو الاستمرار في مزاولة النشاط في الفترة القصيرة أن لا تقل الايرادات الناتجة عن مقدار التكلفة المتغيرة المترتبة عن ذلك. بمعنى أنه ما لم يترتب على مزاولة النشاط في الفترة القصيرة استرداد تكلفته المتغيرة فإنه يصبح من صالح المنشأة أن توقف ذلك النشاط، وذلك على أن يأخذ في الاعتبار بالطبع تداخل الأنشطة المختلفة واعتمادها على بعضها البعض، وما يترتب على وقف نشاط معين من آثار على الأنشطة الأخرى.

٣ ـ أنه يجب لاستمرار مزاولة النشاط في المدى الطويل أن تكون إمكانية استرداد التكلفة الثابتة متوفرة بدرجة كبيرة من التأكد.

٤ ـ أن الفارق الأساسي بين تكلفة الإنتاج، وتكلفة النشاط، وتكلفة الفترة، هو أن الأولى تتوافر بينها وبين حجم الإنتاج علاقة دالية، وأن الثانية تتوافر بينها وبين مستوى النشاط علاقة دالية، وأن الثالثة يتوافر بينها وبين عامل الزمن علاقة دالية. وتعتبر كل من تكلفة الإنتاج وتكلفة النشاط من عناصر التكلفة المتغيرة، بينما تعتبر تكلفة الفترة من عناصر التكلفة الثابتة في المدى القصير.

٥ ـ أن التفرقة بين تكلفة الإنتاج وتكلفة النشاط ترتبط أساساً بوجهة النظر

المحاسبية حيث يقتصر الإنتاج من وجهة النظر المحاسبية على جزء من النشاط الإنتاجي للمنشأة. أما من وجهة النظر الاقتصادية فإن الأنشطة الوظيفية المختلفة تعتبر منتجة ما دامت تساهم في عملية اكتساب الايرادات.

- **لأغراض اتخاذ القرارات التخطيطية:** يعتبر مفهوم التكلفة المناسب لاتخاذ القرارات التخطيطية هو التكلفة التفاضلية. وحيث أن القرارات عادة ما تتعلق بالمستقبل. فبذلك تكون التكلفة موضع البحث مستقبلية، أي تكلفة متوقعة في المستقبل.

ولا تتلاءم التفرقة بين التكلفة الثابتة والتكلفة المتغيرة طبقاً لمفهوم الفترة القصيرة المشار إليه بعالية، أي على أساس مدى ارتباط كل منها بحجم الإنتاج أو مستوى النشاط مع اتخاذ القرارات التخطيطية التي تخص المستقبل في الفترة الطويلة، وإنما تتوقف نفعيتها عند تخطيط الإنتاج والأرباح في الفترة القصيرة.

ويقال أنه على المدى الطويل لا توجد تفرقة بين التكلفة الثابتة والتكلفة المتغيرة حيث كلما امتد مدى فترة التخطيط في المستقبل كلما أمكن التأثير في حجم التكلفة الثابتة وتغيير مقدارها. وهذا صحيح إلى حد كبير. إلا أن معيار التغير في هذه الحالة ليس هو نفس المعيار المناسب للفترة القصيرة. فالتكلفة الثابتة تتغير إذاً أمكن التأثير على مقدارها باتخاذ قرار معين بشرط امتداد مدى الفترة الزمنية امتدادا كافيا لإمكانية أحداث هذا التأثير. وكما سبق أن ذكرنا فإن التكلفة الثابتة تكلفة ترتبط باستمرار العملية الإنتاجية في المدى الطويل. وبذلك فإنها تصبح متغيرة فقط إذا ما أصبحت تكلفة مستقبلية عند اتخاذ القرار الخاص بها. كما أن معيار التغير في هذه الحالة هو مدى ارتباطها بالقرار المرغوب اتخاذه وليس مدى ارتباطها بحجم الإنتاج أو مستوى النشاط في الفترة الجارية.

ويترتب على ما تقدم أن التكلفة التفاضلية المناسبة لاتخاذ القرارات التخطيطية قد تشتمل على عناصر تكلفة ثابتة وعناصر تكلفة متغيرة طبقاً لمفهوم هاتين في الفترة القصيرة. ورغم ذلك فهذه العناصر في مجموعها لا بد وأن تكون متغيرة

بالنسبة للقرار المرغوب اتخاذه، بمعنى أنها تترتب على قرار معين بذاته ولا تترتب على قرار بديل. فإذا كان القرار يتعلق بالمفاضلة بين شراء آلة جديدة أو الاستمرار في الابقاء على آلة موجودة، فإن التكلفة المناسبة في هذه الحالة هي صافي وفورات التكلفة المترتبة على كل من القرارين بما فيها ما يلزم من تضحيات للحصول على الآلة الجديدة. فإذا كانت وفورات التكلفة المترتبة على شراء الآلة الجديدة، بما تتضمنه من عائد مفقود على ما قد ينطوي عليه ذلك من انفاق رأسمالي كبير، تفوق وفورات التكلفة الناتجة عن الآلة الموجودة، فإن القرار السليم يكون باحلال الآلة القديمة بالآلة الجديدة. هذا وسوف نتبين ذلك على وجه التفصيل فيما بعد.

وخلاصة القول، أن معيار التغير المناسب لاحتساب التكلفة لأغراض اتخاذ القرارات التخطيطية، هو مدى ارتباط عنصر التكلفة المعين بالقرار المعين، وبصرف النظر عن كون هذا العنصر متغيراً أو ثابتاً في الفترة القصيرة.

- **لأغراض الرقابة وتقييم الأداء:** يقوم احتساب التكلفة لأغراض الرقابة وتقييم الأداء على أساس محاسبة المسؤولية، والتي تتطلب توفر معايير مناسبة لقياس الأداء على كل من الأساس الفعلي والمعياري لتمكن من اكتشاف الانحرافات، بالإضافة إلى ضرورة تحديد المسؤولية عن كل عنصر من عناصر التكلفة. وتحدد المسئولية عن طريق البحث عن الروابط بين سلطة التأثير على مقدار التكلفة الخاصة بعنصر معين (أو مجموعة من عناصر التكلفة) والشخص (أو مجموعة الأشخاص) الذي يتمتع بهذه السلطة، ومن ثم تقع على عاتقه مسئولية الرقابة على هذا العنصر (أو العناصر). ومن هذا يتبين بوضوح أن معيار التغير المناسب لأغراض الرقابة هو مدى توفر العلاقة التأثيرية بين سلطة مركز المسئولية ومقدار عنصر التكلفة المرغوب فرض الرقابة عليه. فإذا توفرت هذه العلاقة، فإن عنصر التكلفة يصبح متغيراً بالنسبة لمركز المسئولية أما إذا لم تتوفر هذه العلاقة، فإن عنصر التكلفة يصبح ثابتاً من وجهة نظر مركز المسئولية.

٥ ـ ب ـ التكلفة الكلية، والتكلفة المتوسطة، والتكلفة الحدية:

يرتبط مفهوم التكلفة الكلية والتكلفة المتوسطة والتكلفة الحدية أساساً بأغراض قياس تكلفة الإنتاج. غير أن ذلك لا يمنع ارتباط هذه المفاهيم بمستوى النشاط أو بدائل الخيارات. ويركز الفكر المحاسبي اهتمامه بصدد قياس التكلفة لغرض قياس تكلفة الإنتاج على كل من التكلفة الكلية والتكلفة المتوسطة، دون محاولة قياس التكلفة الحدية وتقصي سلوكها بالنسبة للتغيرات في حجم الإنتاج. بينما من الناحية الأخرى تنال التكلفة الحدية اهتماماً بالغاً في الفكر الاقتصادي. ولعل اهمال المحاسب لقياس التكلفة الحدية يرجع إلى كل من الصعوبة النسبية لقياسها من ناحية، وإلى افتراض المحاسب ثبات التكلفة المتغيرة لوحدة المنتج في الفترة القصيرة ومن ثم اعتبار هذه بمثابة التكلفة الحدية لوحدة الإنتاج المضاف. وأيا كانت أسباب عدم اهتمام المحاسب بقياس التكلفة الحدية فلن نهتم هنا بتقصي هذه الأسباب والتحقق من صحتها، وبدلاً من ذلك سوف نستعرض باختصار خصائص التكلفة الحدية ومدى إمكانية الاستفادة من قياسها.

وتعرف التكلفة الكلية للإنتاج بأنها مجموع التكلفة اللازمة للحصول على حجم معين منه. وتقتصر هذه التكلفة من وجهة النظر الاقتصادية كما سبق ورأينا على مجموع العناصر التي يمكن تجنبها وعدم تحملها لو توقف الإنتاج في الفترة القصيرة، ويطلق عليها اقتصادياً «التكلفة التي يمكن تجنبها Avoidable cost. بينما تشتمل التكلفة الكلية من وجهة النظر المحاسبية الراجحة على كل عناصر التكلفة الثابتة والمتغيرة التي تتعلق بمزاولة النشاط الإنتاجي لأغراض إنتاج حجم معين من الإنتاج، ولا تتم التفرقة بين العناصر التي يمكن تجنبها وتلك التي لا يمكن تجنبها.

وتعرف التكلفة المتوسطة بأنها متوسط نصيب وحدة المنتج من مجموع التكلفة الكلية للإنتاج. أي أنه يتم قياسها بقسمة التكلفة الكلية لحجم إنتاجي معين على

عدد الوحدات المكونة لهذا الحجم. ويختلف مضمونها طبعاً طبقاً لاختلاف مضمون التكلفة الكلية وطبقاً للعناصر التي يتم اعتبارها من مكوناتها.

أما التكلفة الحدية فتعرف بأنها مقدار التغير في التكلفة الكلية الذي يترتب على إضافة وحدة واحدة إلى الإنتاج، أي أنها تمثل تكلفة الوحدة الحدية المضافة.

ويختلف شكل وسلوك دالتي التكلفة المتوسطة والتكلفة الحدية طبقاً للافتراضات الخاصة بشكل دالة التكلفة الكلية. ولتوضيح ذلك سنستعرض معاً ثلاثة أشكال مختلفة لدوال التكلفة الكلية، من بين العديد منها.

٥ ـ ب ـ أ ـ دالة التكلفة الخطية:

وتقوم هذه الدالة على افتراض أن التكلفة الكلية تشتمل على شقين أحدهما ثابت بصرف النظر عما يطرأ من تغيرات على حجم الإنتاج، والثاني متغير ويرتبط ارتباطاً كلياً بالتغيرات في الحجم بنسب ثابتة، أي أن التكلفة المتغيرة لوحدة المنتج تظل ثابتة مهما طرأ من تغيرات على حجم الإنتاج في الفترة القصيرة، وفي ظل الطاقة الإنتاجية المتاحة (أو المدى الإنتاجي الملائم). وهذه الدالة هي الشائعة الاستخدام محاسبياً. وبذلك تتخذ دالة التكلفة طبقاً لهذه الافتراضات شكل معادلة الخط المستقيم كالآتي:

ص = أ + ب س، حيث كل من أ صفر، ب صفر.

ص = التكلفة الكلية للإنتاج

أ = التكلفة الثابتة للفترة.

ب = التكلفة المتغيرة لوحدة المنتج.

س = حجم الإنتاج، أي عدد وحدات المنتج.

ومن هذه الدالة تكون التكلفة المتوسطة كالآتي:

$$ط = \frac{ص}{س} = \frac{أ}{س} + ب$$

كما تكون التكلفة الحدية كالآتي (المشتقة الأولى للدالة ص)

ح $= \frac{د ص}{د س}$ = ب التكلفة المتغيرة لوحدة المنتج.

وتكون التكلفة الحدية المتوسطة كالآتي:

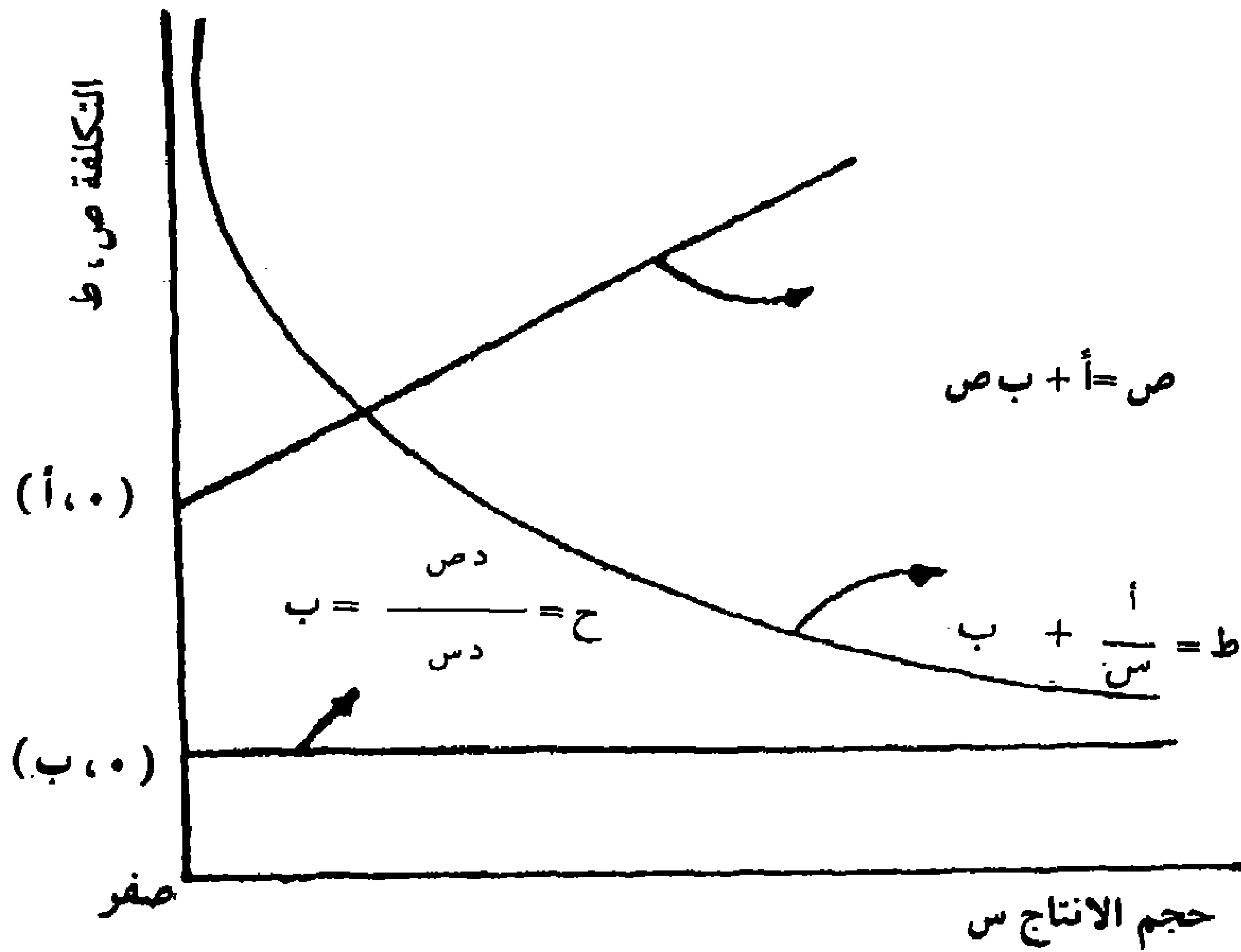
$\frac{د ط}{د س} = -\frac{أ}{س^2}$ (المشتقة الأولى لدالة التكلفة المتوسطة)

كما يلاحظ أيضاً انه في حالة كون التكلفة الثابتة تساوي صفر، أو في حالة عدم اعتبارها من مكونات تكلفة الانتاج فأن:

ط $= \frac{د ص}{د س}$ = ب = التكلفة المتغيرة لوحدة المنتج.

هذا وتستخدم هذه الدالة لأغراض تحليل تعادل المنشأة في الفترة القصيرة من وجهة النظر المحاسبية، كما سيتبين لنا فيما بعد.

ويبين الشكل البياني التالي (شكل رقم ٨/١) كل من دوال التكلفة الكاية والتكلفة المتوسطة والتكلفة الحدية على أساس افتراض خطية الأولى.



شكل رقم (٨/١)

دوال التكلفة في حالة افتراض خطية

دوال التكلفة الكلية

٥ ـ ب ـ ٢ . دالة التكلفة التربيعية:

وتقوم الدالة على افتراض أن التكلفة المتغيرة لوحدة المنتج تتغير طبقاً لما يحدث من تغيرات في حجم الانتاج. وتتخذ دالة التكلفة التربيعية الشكل الآتي:

ص = أ + ب س + جـ س^{2} حيث، أ ≥ صفر، ب ≥ صفر، حـ صفر، وكلها ثوابت.

وتكون دالة التكلفة المتوسطة كالآتي:

$$ط = \frac{ص}{س} = \frac{أ}{س} + ب + جـ س$$

وتكون دالة التكلفة الحدية كالآتي:

$$ح = \frac{د ص}{د س} = ب + ٢ جـ س$$

وتكون دالة التكلفة الحدية المتوسطة كالآتي:

$$\frac{د ط}{د س} = \frac{-أ}{س^{2}} + جـ$$

ومن خصائص هذه الدالة ما يلي:

١ ـ أن دالة التكلفة المتوسطة تتخذ شكل حرف U، أي أن التكلفة المتوسطة تنخفض بزيادة حجم الانتاج حتى نصل إلى نقطة معينة تكون التكلفة فيها أقل ما يمكن، ثم تبدأ بعد ذلك التكلفة المتوسطة في الارتفاع.

٢ ـ أن سبب انخفاض التكلفة المتوسطة في المرحلة الأولى هو أن معدل النقص في متوسط تكلفة الوحدة من التكلفة الثابتة بزيادة حجم الانتاج يزيد عن معدل الزيادة في التكلفة المتغيرة للوحدة بزيادة الحجم.

٣ ـ أن التكلفة المتوسطة تتساوى مع التكلفة الحدية عندما تصل الأولى إلى أقل مستوياتها. وعندئذ يكون أ = حـ س^{2}، وتكون التكلفة الحدية

المتوسطة = صفر ومن ثم يكون حجم الانتاج س = $\sqrt{\frac{أ}{جـ}}$ عند هذه النقطة ويمكن التحقق من ذلك عن طريق مساواة المشتقة الأولى لدالة التكلفة المتوسطة (وهي في هذه الحالـة دالة التكلفـة الحديـة المتـوسطـة) بـالصفـر وايجاد قيمـة س كالآتي:

$$-\frac{أ}{س^{2}} + جـ = صفر$$ ومنها:

$$س^{2} = \frac{أ}{جـ} \quad ، \quad س = \pm\sqrt{\frac{أ}{جـ}}$$

ويهمنا من ذلك المقدار الموجب فقط س = $\sqrt{\frac{أ}{جـ}}$

وعندما تكون س = $\sqrt{\frac{أ}{جـ}}$ يتحقق شرط تساوي التكلفة الحدية مع التكلفة المتوسطة السابق الاشارة اليه كالآتي:

$$ط = \frac{ص}{س} = \frac{أ}{س} + ب + جـ س$$

$$= \frac{أ}{\sqrt{\frac{أ}{جـ}}} + ب + جـ\sqrt{\frac{أ}{جـ}}$$

$$= \sqrt{\frac{أ^{2} جـ}{أ}} + ب + \sqrt{\frac{أ جـ^{2}}{جـ}}$$

$$= 2\sqrt{أ جـ} + ب$$

$$\frac{د ص}{د س} = ب + 2 جـ س$$

$$= ب + 2 جـ\sqrt{\frac{أ}{جـ}}$$

$$= ب + 2\sqrt{أ جـ}$$

هذا وتستخدم هذه الدالة أساساً لتحليل تـوازن المنشـأة مـن وجهـة النظـر الاقتصادية في الفترة القصيرة. وسوف نستخدمها للمقارنة بين تحليل التعادل من وجهة النظر المحاسبية ومن وجهة النظر الاقتصادية ومناقشة الافتراضات التي يقوم عليها كل، ومدى تمشيتها مع وقائع الحياة العملية فيما بعد.

وفي صورة بيانية تتخذ كل من دالة التكلفة الكلية التربيعية والدالة المتوسطة والحدية لها الشكل المبين في شكل رقم (٢/٨) بشقيه:

التكلفة الكلية

ص

$ص = أ + ب س + جـ س^2$

(٠ ، أ)

$\left(-\frac{ب}{2 جـ} ، أ - \frac{ب^2}{4 جـ}\right)$

حجم الانتاج س

(شكل رقم ٨/٢ ـ أ)

دالة التكلفة الكلية التربيعية

التكلفة المتوسطة والتكلفة الحدية

$\frac{د ص}{د س} = ب + 2 جـ س$

$ط = \frac{أ}{س} + ب + جـ س$

(٠ ، ب)

$س = \frac{أ}{جـ}$

حجم الانتاج س

(شكل رقم ٨/٢ ـ ب)

دالتي التكلفة المتوسطة والحدية

لدالة التكلفة الكلية التربيعية

٥ ـ ب ـ ٣ دالة التكلفة التكعيبية:

وتختلف هذه الدالة عن سابقتها في أنها تقوم على افتراض أن التكلفة المتغيرة لوحدة المنتج تتناقص بزيادة حجم الانتاج حتى تصل إلى مدى معين تبدأ بعده، التكلفة المتغيرة للوحدة في التزايد. ويترتب على ذلك أن دالة التكلفة الكلية تصبح دالة متزايدة بمعدلات متناقصة حتى نصل إلى مدى انتاجي معين تبدأ بعده الدالة في التزايد بمعدلات متزايدة. ويطلق على النقطة التي تتحول فيها دالة التكلفة الكلية من دالة متزايدة بمعدلات متناقصة إلى دالة متزايدة بمعدلات متزايدة نقطة الانعطاف أو نقطة الانعكاس Inflection Point. وتتخذ هذه الدالة الشكل الآتي:

$$\text{ص} = \text{أ} + \text{ب س} + \text{جـ س}^{٢} + \text{د س}^{٣}$$ ،

حيث: أ، ب، جـ، د كلها ثوابت ويشترط أن تكون أ ⩽ صفر، ب ⩽ صفر، جـ ⪋ صفر، د > صفر، $\text{جـ}^{٢}$ ⪌ ٣ ب د

ومنها تكون دالة التكلفة المتوسطة كالآتي:

$$\text{ط} = \frac{\text{ص}}{\text{س}} = \frac{\text{أ}}{\text{س}} + \text{ب} + \text{جـ س} + \text{د س}^{٢}$$

كما تكون دالة التكلفة الحدية كالآتي:

$$\text{ح} = \frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \text{ب} + ٢\ \text{جـ س} + ٣\ \text{د س}^{٢}$$

وتكون دالة التكلفة الحدية المتوسطة كالآتي:

$$\frac{\text{دط}}{\text{دس}} = -\frac{\text{أ}}{\text{س}^{٢}} + \text{جـ} + ٢\ \text{د س}$$

ومن خصائص هذه الدالة ما يلي:

١ ـ تقتصر دالة التكلفة الكلية في هذه الحالة فقط على ذلك الجزء من المنحى التكعيبي الذي يقع في الربع الأول. كما أنه لو تحقق شرط $\text{جـ}^{٢}$ ⩽ ٣ ب د، فانه لن يوجد على المنحى أي نهايات عظمى أو صغرى نسبية في الربع الأول. وهذا ضروري. حيث أنه لو تواجد على منحى التكلفة الكلية أي نهايات عظمى أو صغرى نسبية بخلاف نقط الانتهاء في الربع الأول لعنى ذلك أن التكلفة الحدية

تكون سالبة على بعض فتراته، وهذا غير جائز منطقياً ومستحيل نظرياً. ولا يعتبر شرط $حـ^{٢} \geqslant ٣$ ب د ضرورياً لعدم وجود مثل هذه النهايات العظمى والصغرى النسبية على دالة التكلفة الكلية التكعيبية، وانما هو شرط كاف لضمان عدم وجود مثل هذه النهايات.

٢ - يكون منحنى دالة التكلفة الكلية صاعداً على كل فتراته، إلا أن تقعر المنحنى يتغير بعد فترة محددة، وهي التي تنتهي عندما تكون $س = -\frac{حـ}{٣ د}$ وهي نقطة انعطاف المنحنى. وغالباً ما يعطى مماس الدالة عند نقطة الانعطاف هذه تقريباً خطياً لها على درجة مناسبة من الجودة على مدى محدد، كما يتضح من الشكل رقم (٨/٣/أ). وتتخذ معادلة مماس هذه الدالة عند نقطة الانعطاف الصيغة التالية[١]:

$$ص = أ - \frac{جـ^{٣}}{٢٧ د^{٢}} + (ب - \frac{جـ^{٢}}{٣ د}) س$$

٣ - إن دالة التكلفة المتوسطة تتخذ شكل حرف U مثلها في ذلك مثل دالة التكلفة المتوسطة الخاصة بدالة التكلفة التربيعية. غير أنه في حالة الدالة التربيعية يكون سبب انخفاض التكلفة المتوسطة راجع أساساً إلى زيادة معدل النقص في متوسط تكلفة الوحدة من التكلفة الثابتة عن معدل الزيادة في متوسط تكلفة الوحدة من التكلفة المتغيرة، أي أنه في حالة الدالة التربيعية تكون تكلفة الوحدة المتغيرة في تزايد باستمرار، والدلالة على ذلك أننا لو استبعدنا التكلفة الثابتة من دالة التكلفة التربيعية لأصبحت دالة التكلفة المتوسطة خطاً مستقيماً تتخذ معادلته

---

(١) توصلنا إلى هذه الصيغة كالآتي:

أولاً: لتحديد نقطة الانعطاف نحصل على المشتقة الثانية للدالة ص بالنسبة للمتغير س ونساويها بالصفر ونوجد قيمة س.

$$\frac{د^{٢} ص}{د س^{٢}} = ٢ جـ + ٦ د س = صفر. ومنها س = -\frac{جـ}{٣ د}$$

ثانياً: نحدد ميل الدالة ص عند نقطة الانعطاف بالاحلال في المشتقة الأولى لقيمة $س = -\frac{جـ}{٣ د}$ لنحصل على ميل المماس والذي يمثل معامل س في معادلة الخط المستقيم كالآتي:

الشكل الآتي:

ط = ب + جـ س   حيث جـ > صفر ، ب ⩾ صفر

بينما في حالة دالة التكلفة التكعيبية فان سبب النقص في متوسط تكلفة الوحدة في المراحل الأولى لا يرجع فقط لانخفاض متوسط تكلفة الوحدة من التكلفة الثابتة ، وانما يرجع ايضاً إلى انخفاض متوسط تكلفة الوحدة من التكلفة المتغيرة ،

$$= \frac{\text{د ص}}{\text{د س}}\Bigg|_{\text{س} = -\frac{\text{جـ}}{\text{٣ د}}} = \text{ب} - \frac{\text{٢ جـ}^{٢}}{\text{٣ د}} + \frac{\text{٣ د جـ}^{٢}}{\text{٩ د}^{٢}} = \text{ب} - \frac{\text{جـ}^{٢}}{\text{٣ د}}$$

ولكن إذا كانت قيمة $\text{س} = -\frac{\text{جـ}}{\text{٣ د}}$ عند نقطة الانعطاف فإنه بالاحلال في الدالة س نحصل على قيمة ص كالآتي:

$$\text{ص} = \text{أ} + \text{ب}\left(-\frac{\text{جـ}}{\text{٣ د}}\right) + \text{جـ}\left(-\frac{\text{جـ}}{\text{٣ د}}\right)^{٢} + \text{د}\left(-\frac{\text{جـ}}{\text{٣ د}}\right)^{٣}$$

$$= \text{أ} - \frac{\text{ب جـ}}{\text{٣ د}} + \frac{\text{٢ جـ}^{٣}}{\text{٢٧ د}^{٢}}$$

ثالثاً: توجد معادلة المماس بمعلومية ميله $\left(\text{ب} - \frac{\text{جـ}^{٢}}{\text{٣ د}}\right)$ ونقطة عليه $\left(-\frac{\text{جـ}}{\text{٣ د}} ، \text{أ} - \frac{\text{ب جـ}}{\text{٣ د}} + \frac{\text{٢ جـ}^{٣}}{\text{٢٧ د}^{٢}}\right)$ باستخدام المعادلة

$(\text{ص} - \text{ص}_{١}) = \text{م}\,(\text{س} - \text{س}_{١})$ حيث م هي ميل المستقيم كالآتي:

$$\text{ص} - \left(\text{أ} - \frac{\text{ب جـ}}{\text{٣ د}} + \frac{\text{٢ جـ}^{٣}}{\text{١٦ د}^{٢}}\right) = \left(\text{ب} - \frac{\text{جـ}^{٢}}{\text{٣ د}}\right)\left(\text{س} + \frac{\text{جـ}}{\text{٣ د}}\right)$$

ومنها:

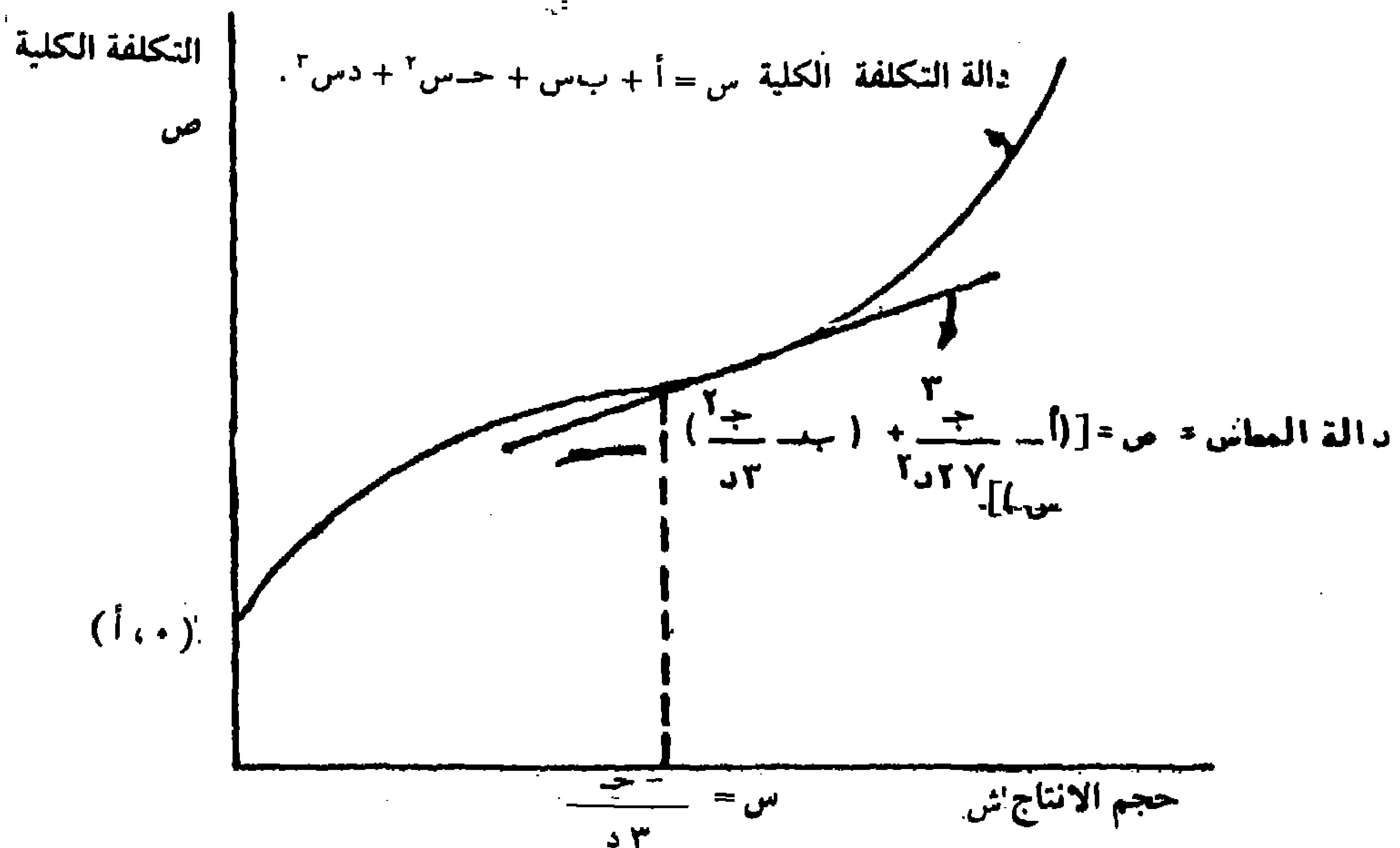
$$\text{ص} = \text{أ} - \frac{\text{جـ}^{٣}}{\text{٢٧ د}^{٢}} + \left(\text{ب} - \frac{\text{جـ}^{٢}}{\text{٣ د}}\right)\text{س}.$$

بمعنى أن دالة متوسط التكلفة المتغيرة الخاصة بدالة التكلفة الكلية التكعيبية تتخذ شكل حرف U أيضاً، وذلك بخلاف دالة متوسط التكلفة المتغيرة الخاصة بدالة التكلفة الكلية التربيعية والتي تتخذ شكل خط مستقيم. فإذا استبعدنا التكلفة الثابتة (أ) من دالة التكلفة التكعيبية لترتب على ذلك أن دالة التكلفة المتوسطة تتخذ الصيغة الآتية:

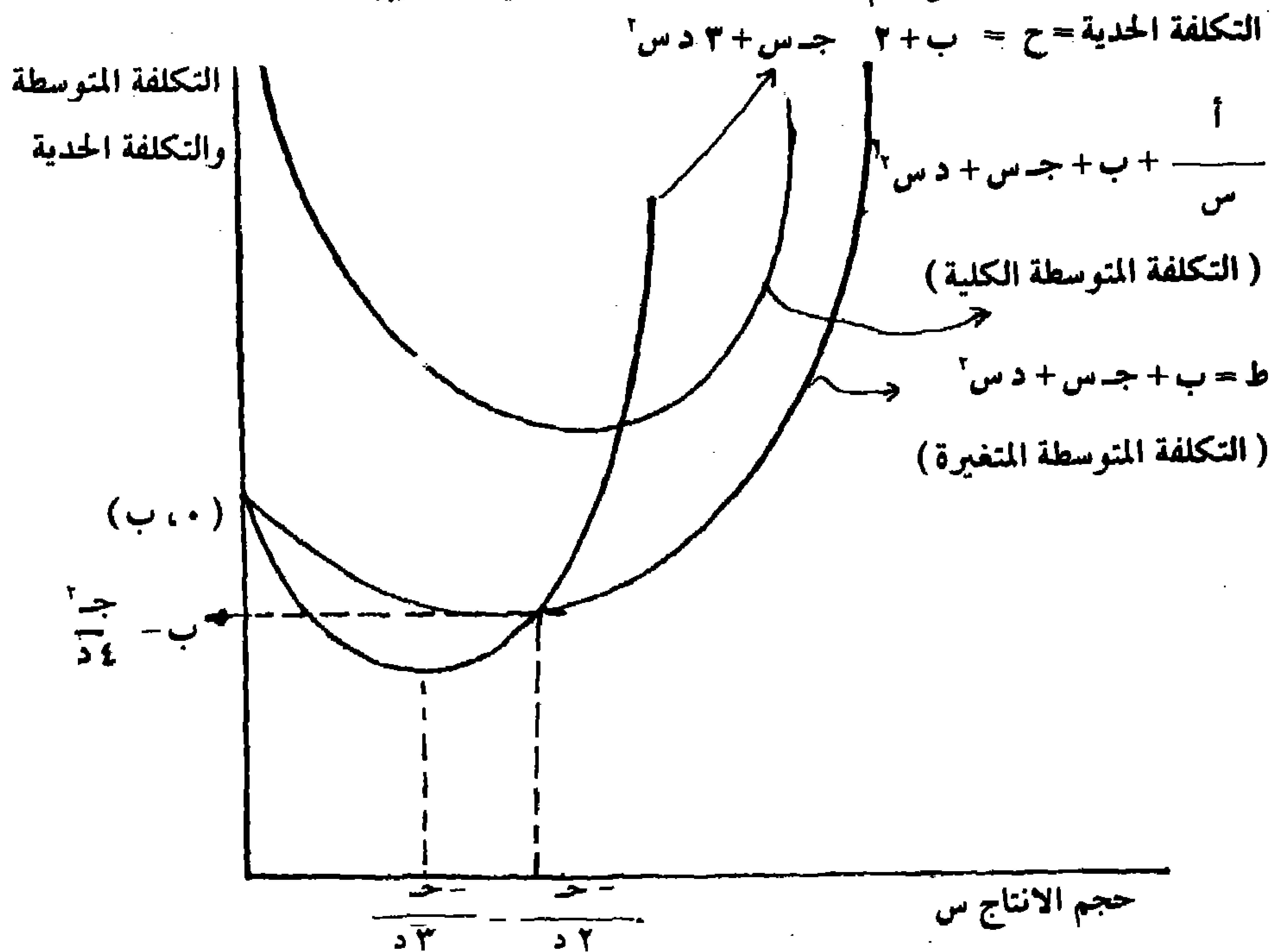
$$ط = ب + جـ س + د س^{٢}$$

وهي دالة منحنى قطع مكافىء يقطع المحور الرأسي عند ص = ب ويكون محوره عند (نهايته الصغرى) عند $س = -\frac{جـ}{٢ د}$ (أنظر شكل رقم ٨ - ٣ - ب).

٤ ـ يتخذ منحنى التكلفة الحدية لدالة التكلفة الكلية التكعيبية شكل حرف U، وذلك بخلاف دالة التكلفة الكلية التربيعية التي تتخذ دالة التكلفة الحدية الخاصة بها شكل الخط المستقيم. وتقطع دالة التكلفة الحدية للدالة التكعيبية المحور الصادي عندما تكون ص = ب، ثم تصل إلى نهايتها الصغرى عندما تكون $س = \frac{-جـ}{٣ د}$، أي عند نقطة انعطاف منحنى التكلفة الكلية، وتبدأ التكلفة الحدية بعد ذلك في الارتفاع لتقطع دالة التكلفة المتوسطة المتغيرة عندما تكون $س = -\frac{جـ}{٢ د}$ وهي النهاية الصغرى للأخيرة، والتي عندها تكون التكلفة المتوسطة المتغيرة = التكلفة الحدية = $ب - \frac{جـ^{٢}}{٤ د}$ ثم تستمر دالة التكلفة الحدية في الارتفاع لتقطع دالة التكلفة المتوسطة الكلية أيضاً عند نهايتها الدنيا. ويتبين كل ذلك في الشكل رقم (٨ ـ ٣ب).



(شكل رقم ٣/٨ - أ) دالة التكلفة الكلية التكعيبية



(شكل رقم ٣/٨ - ب) التكلفة المتوسطة والتكلفة الحدية لدالة التكلفة الكلية التكعيبية .

ومن هذا الاستعراض الموجز لخواص دوال التكلفة الثلاثة نجد الآتي:

١ ـ أن دالـة التكلفة التكعيبيـة تعتبر أفضـل الدوال الثـلاثة في التعبـير عن وجهة النظر الاقتصادية لتكلفة الانتاج في ظل كل من اقتصـاديات الحجم وقـانون تناقص الغلة. ويترتب عليها دوال للتكلفة المتوسطة والتكلفة الحديـة تتخذ شكـل حرف U وهي الدوال المستخـدمة أسـاساً في التحليـل الاقتصادي. بينـما نجد أن دالـة التكلفـة الكليـة التي تتخـذ شكـل خط مستقيم هي الشـائعــة الاستخـدام محاسبياً. ويـترتب على هـذه الدوال أن تصبـح دالة التكلفـة المتوسـطة الكلية ممثلة بالفرع الواقع في الربع الأول من منحنى قطع زائد قائم. أما دالة التكلفة المتوسطة المتغـيرة فهي خط مستقيم موازي للمحـور الأفقي يعبر عن ثبـات التكلفة المتغـيرة للوحدة ومن ثم ثبات التكلفة الحدية. أي أن التكلفة المتغيرة المتوسـطة = التكلفة الحدية = مقدار ثابت. وهذا في الواقع يتنافى مع القوانين الاقتصادية.

٢ ـ إنه إذا كان من الصعوبة استخدام دوال التكلفة الغـير خطيـة في تحليل العلاقة بين التكلفة وحجم الانتاج لدراسة توازن المنشـأة في الفترة القصـيرة، فإن هذا لا يبرر الاقتصـار على استخـدام الدوال الخـطية والتي يـترتب عليها الاهتـمام بالتكلفة المتغيرة وافتراض ثباتها، بدلاً من الاهتمام بالتكلفة الحدية ومحاولة قياسها. بالاضافة إلى ذلك فقد سبق أن رأينا أن ممـاس دالة التكلفـة الكلية التكعيبيـة عند نقطة الانعطاف يمثل تقريباً خطياً ملائماً للدالة على مدى انتاجي محدود. والـواقع أن هذا المدى الانتاجي المحدود يعتبر في معظم الأحيان بمثابـة المدى الأمثـل الذي يجب أن يتحدد حجم الانتاج المخطط والفعلي خلاله. وذلك بالضرورة حيث أنـه في ذلك المدى تصل التكلفة المتوسطة لنهايتها الصغرى. وسوف تتضح أهمية ذلـك عند مقارنة تحليل التعادل من وجهة النظر المحاسبية ومن وجهة النـظر الاقتصاديـة فيما بعد.

٥ ـ جـ ـ مضمون التكلفة ومشاكل القياس الكمي لها:

يقتصر قياس التكلفة من وجهة النظر المحاسبية على تلك العناصر التي يمكن قياسها في صورة كمية، يمكن ترجمتها إلى قيمة مالية، على أساس موضوعي. وقد أدى ذلك في الغالبية من الحالات على اقتصار التكلفة المحاسبية على العناصر التعاقدية التي تنتج عن عمليات تبادل بين الوحدة المحاسبية والوحدات الاقتصادية

الأخرى. أما عناصر التكلفة الضمنية والتي يلزم احتسابها لامكان اتخاذها في الاعتبار، مثل فرق الايجارات المحتسبة على العقارات المملوكة، وفرق الفوائد المحتسبة على رأس المال المستثمر، ورغم امكانية قياسها كمياً، فلم يجري العرف المحاسبي على اتخاذها في الاعتبار وذلك لأنها لا تنتج عن عمليات تبادل، ومن ثم تفتقر إلى صفة التعاقدية (١). كما أن عناصر التكلفة الضمنية التي يصعب قياسها في صورة كمية مثل وفورات التكلفة الناتجة عن الاستثمارات في موارد بشرية ذات كفاءة عالية، أو الناتجة عن تداخل النشاط بين الوحدات الانتاجية المختلفة، أو التي تنتج عن الاستثمارات في المرافق العامة، ومثل نقائض الوفورات التي يترتب عليها تحمل المجتمع لتكلفة اجتماعية إضافية، فإنها لا تحظى بمجرد الذكر من قبل المحاسب، أو الاشارة منه إلى مجرد وجودها. وبذلك يفتقر مضمون التكلفة من وجهة النظر المحاسبية عموماً إلى صفة الشمول التي قد تؤدي في بعض الأحيان إلى مفارقات كبيرة بين التكلفة التي يتم على أساسها اتخاذ قرار معين والتكلفة الحقيقية التي تنتج عن اتخاذ ذلك القرار..

ولا شك في أن صفة الشمول في احتساب التكلفة تزداد في الأهمية بشكل واضح في مجتمع يقوم أساساً على مبدأ الملكية العامة لوسائل الانتاج، عنها في مجتمع يهتم فيه المنتج الفرد بمنفعته الفردية دون النظر إلى ما قد يترتب عليها من أضرار اجتماعية، فعندما يتم التخطيط لانشاء مصنع لانتاج منتج معين في منطقة ما، فإن التكلفة المخططة التي يجب مقارنتها بالقيمة الحالية للعائد المتوقع في هذه الحالة يجب ألا تقتصر على البنود التعاقدية. فبالإضافة إلى ذلك يجب أن يأخذ في الاعتبار الآثار الفرعية التي قد تترتب على انشاء المصنع في هذا الموقع. فاذا كان صرف المصنع سوف يصب في منطقة صيد أسماك مثلاً فيجب أن يتم تقدير الآثار المترتبة على ذلك على مقدار الثروة السمكية في المنطقة، وإذا كان المصنع سيترتب

(١) يتطلب النظام المحاسبي الموحد احتساب فرق الفوائد المحسوبة وفرق الايجار المحسوب كما نعرف جميعاً.

عليه تلويث الهواء في المنطقة فانه يجب أن يتم تقدير آثار ذلك على صحة وراحة السكان، وتكلفة صيانة المباني والمرافق وما إلى ذلك. وصعوبة قياس هذه الآثار كمياً يعتبر أمراً لا جدال فيه، إلا أن ذلك لا يبرر اهمالها كلياً. فمجرد الاعتراف بوجودها ومحاولة قياسها ولو على وجه التقريب الاحتمالي الضعيف يعتبر أفضل من اهمالها على الاطلاق.

٦ ـ تحليل التعادل والتوازن من وجهة النظر المحاسبية:

يقوم تحليل التعادل في الفكر المحاسبي على افتراض خطية دوال التكلفة والايرادات على مدار المدى الانتاجي الملائم، أي أن:

ص = أ + ب س (١)

ع = ر س (٢)

حيث س حـ، س د، وحيث ص هي التكلفة الكلية، أ التكلفة الثابتة الفترية، ب التكلفة المتغيرة للوحدة، ع الايرادالكلي، ر سعر البيع للوحدة، س حجم الإنتاج الذي يقع في المدى الإنتاجي الملائم بين حـ، د، كل من أ، ب، ثوابت ما دامت جـ س التي هي د. أضف إلى ذلك أنه لتحقيق (١)، (٢) فإنه يلزم أن تكون س في وحدات متجانسة (منتج واحد أو مجموعة منتجات يتم إنتاجها بنسب ثابتة على الدوام حتى تكون س في مزيج من الوحدات المتجانسة).

وعلى هذا الأساس يتم تعريف التعادل على أنه نقطة يتساوى عندها الايراد الكلي مع التكلفة الكلية، أي أن التعادل يتحقق عنما تكون:

أ + ب س = ر س (٣)

ويكون حجم التعادل بالوحدات:

س = أ / (ر − ب) (٤)

وعادة ما يقف التحليل عند ايجاد نقطة التعادل (بالوحدات أو القيمة وما يمكن أن يترتب عليها من سياسات تتعلق بتخطيط الانتاج والأرباح في الفترة

القصيرة، دون أن يتطرق التحليل إلى تحليل التوازن، الذي يعني في هذا المضمار التوصل إلى أكبر قدر ممكن من الأرباح. والواقع أنه طبقاً لهذه الافتراضات المحاسبية فان التوازن بهذا المفهوم يتحقق دائماً عندما يصل حجم الانتاج إلى الحد الأقصى للمدى الانتاجي الملائم، أي عندما تكون س = من المعادلة (١)[١].

ويعتبر تناقض الفروض المحاسبية بشأن تحليل التعادل والتوازن في هذا المضمار مع قانون تناقص الغلة أهم أوجه القصور في التحليل وأقوى الانتقادات التي توجه إليه[٢]. فمن حيث خطية دالة الايرادات فان ذلك لا يمكن أن يتحقق في ظل قانون تناقص الغلة إلا في حالة التنافس التام في سوق المنتجات بدون قيود أو في حالة مرونة الطلب على المنتجات بدرجة لا نهائية، أو حالة تحديد اسعار البيع مركزياً مع توفر شرط الالتزام بها واتساع السوق لاستيعاب أحجام الانتاج المتزايدة. أما اذا لم يتوافر أحد هذه الشروط فان دالة الايرادات التي تتمشى مع قانون تناقص الغلة عادة ما تكون غير خطية، بحيث تعكس اختلاف مرونة الطلب من حجم انتاجي إلى آخر، كما هو الحال في الطلب على المنتجات في ظل عدم توافر التنافس التام. أما دالة التكلفة فلا يمكن أن تتمشي مع قانون تناقص الغلة وهي بحالتها الخطية المفروضة محاسبياً، حيث يترتب عنها في هذه الحالة تكلفة متوسطة تتساوى دائماً مع التكلفة الحدية في شكل خط مستقيم يتوازى مع المحور الأفقي، الأمر المستبعد نظرياً وعملياً من الوجهة الاقتصادية (وإلا فلن يتحقق التوازن بصورة محددة في حالة التنافس التام حيث يفترض أن دالة الايراد الحدي تتساوى مع دالة الايراد المتوسط هي الأخرى في شكل خط مستقيم موازي

---

(١) لتوضيح بياني للمفهوم المحاسبي للتعادل والتوازن انظر، محاسبة التكاليف لأغراض التخطيط والرقابة، للمؤلف، مؤسسة شباب الجامعة ـ اسكندرية، ١٩٧٣ ص ٢٧٧ - ٢٨٣.

(٢) انظر مثلاً:

Travis P.Gogans, «Break - even Analysis, With Curvilinear Functions», **The Accounting Review**, (October, 1965), PP. 867 - 71, And Douglas Vickers, «On the Economies of Breakeven», **The Accounting Review**, (July, 1960), PP. 405 - 12.

للمحور الأفقي)[1].

ولا ينصب هذا النقد على فرض الخطية في حد ذاته بقدر ما ينصب على فترة المدى الإنتاجي الذي يعتبر ملائماً من وجهة النظر المحاسبية بالإضافة إلى Interval أنه لا ينصب على تحليل التعادل المحاسبي، بقدر ما ينصب على تحليل التوازن. فمهما كان شكل دالة التكلفة أو الايرادات أو درجتها، فإنه كلما صغرت فترة المدى الإنتاجي الذي يعتبر ملائماً كلما زادت دقة التقريب الخطي الذي يمكن تقديره لدالتي التكلفة والايرادات إذا كانت أي منهما غير خطية أصلاً. فإذا اتخذت دالة التكلفة مثلاً الشكل التكعيبي على الصورة الآتية:

ص = أ + ب س + جـ س^٢ + د س^٣ (٥)

فإن التقريب الخطى لها على الفترة التي تقع فيها س بين ٢٠ ، ٤٠ يكون لا شك أكثر دقة من التقدير الخطى لها على الفترة التي تقع فيها س بين ٢٠ ، ٤٠٠ وعلى هذا الأساس تصبح المشكلة ليس في فرض الخطية وانما في تحديد ذلك المدى الانتاجي الذي يمكن على أساسه الاستفادة من سهولة التعامل مع الدوال الخطية دون التضحية بدرجة كبيرة من الواقعية. غير أن ذلك المدى الذي يتلاءم مع استمرار فرض الخطية، بفرض امكانية تحديده، قد يختلف عن المدى الفعلي أو المخطط للانتاج، وما قد يترتب عن ذلك من عدم وقوع نقطة التعادل في المدى المحدد لاغراض توفير هذا الفرض. وفي هذه الحالة قد يتحتم على المحاسب تقدير دوال خطية للمديات الانتاجية المتلاحقة حتى يتمكن من اجراء التحليل المرغوب. واذا ما وصل الأمر إلى هذه النتيجة فانه يصبح من المفضل تقدير دالة التكلفة بصورتها الحقيقية دون الحاجة إلى استمرار فرض الخطية.

ولكن المحاسب لا يدقق في الواقع في مدلول المدى الانتاجي الملاءم بهذه

---

(١) انظر مثلا:

C. E. Ferguson, **Microeconomic Theory** (Homewood, I. I. : Richard. D. Irwin. Inc., 1966) PP. 197 - 217.

الدرجة، وانما يفترض أن حدود المدى الانتاجي الملائم تتحدد في ذلك المدى الذي لا ترغب الادارة في الخروج عنه في الفترة القصيرة، ثم يفترض أن دوال التكلفة والايراد خطية على مدار ذلك المدى. ولا شك في أن ذلك يعتبر هروباً من الواقع وتشويهاً للأهمية المقررة لناتج التحليل[1]. فقد يترتب على التقريب للدوال غير الخطية أصلاً لكل من التكلفة والايراد على مديات كبيرة أن تبتعد نقطة التعادل المستنتجة على هذا الأساس عن نقطة التعادل الحقيقية، كما قد يتقرر الحد الأقصى للمدى الانتاجي الملائم الذي عنده يتحقق التوازن المحاسبي عند نقطة تقل أو تزيد عن تلك التي تؤدي إلى تحقيق أكبر قدر ممكن من الأرباح. ويؤدي كل ذلك إلى أن نتائج التحليل المحاسبي قد تكون مضللة في الكثير من الأحيان، وخاصة تلك التي لا تكون فيها دوال التكلفة والايراد خطية بالفعل.

ولا تقتصر الانتقادات الموجهة إلى تحليل التعادل والتوازن المحاسبي على تناقض الافتراضات التي يقوم عليها التحليل مع متطلبات قانون تناقص الغلة، وانما يعتبر الاختلاف في نسب المزج المحققة عن النسب المخططة عند اجراء التحليل في حالة تعددها أيضاً من أوجه النقد الرئيسية.

ففي ظل ظروف الانتاج في العصر الحديث قلما تقوم الوحدة الاقتصادية بإنتاج منتج واحد أو مزيج بنسب ثابتة من المنتجات وإنما يتميز الإنتاج في العصر الحديث بتعدد المنتجات التي تعتمد في انتاجها على طاقات ثابتة مشتركة، كما أن نسب المزج قد تختلف من دورة انتاجية إلى أخرى. وعلى ذلك يصبح من الصعب تحديد التكلفة الثابتة الخاصة بكل منتج على حدة بدرجة من الموضوعية تسمح باجراء التحليل لكل منتج من المنتجات بصفة مستقلة. غير أن

(١) لبيان الاستخدامات المحاسبية التقليدية لتحليل التعادل انظر المرجع السابق للمؤلف ص ٢٨٣ - ٣٠٠، وانظر أيضاً:

James D. Willson, «Practical Applications of Cost - Volume - Profit Analysis», NAA Bulletin (March, 1960) PP. 5 - 18, Nicholas Dopuch & Jacob G. Brinberg, Cost Accountin = Accounting Data For Managements Decisions, (New York: Harcourt, Brace &, World, Inc. 1969), Ch. 4, PP. 89 - 113.

هذا النقد لا يوجه التحليل المحاسبي فقط وانما يوجه أيضاً للتحليل الاقتصادي كما سوف نرى فيما يلي.

٧ ـ تحليل التعادل والتوازن من وجهة النظر الاقتصادية:

يهتم الاقتصاديون أساساً بتحليل توازن المنشأة سواء كان ذلك في الفترة القصيرة أو في المدى الطويل، ولا يلقى تحليل التعادل في الفكر الاقتصادي نفس الاهتمام الذي يلقاه في الفكر المحاسبي. وذلك لأن التوازن يعتبر هدفاً نهائياً ذا صفات محددة بينما يعتبر التعادل في الغالب هدفاً مرحلياً في الطريق إلى تحقيق التوازن. وليس معنى ذلك أن تحليل التعادل لا يعتد به في الفكر الاقتصادي وانما المقصود ان التوازن هو الغاية، ومن ثم يتم التركيز عليه للتحقق من الشروط الواجب توافرها لتحقيقه. ويتحقق شرط التوازن في الفترة القصيرة بتساوي التكلفة الحدية مع الايراد الحدي، والتي تختلف الشروط اللازمة لتساويهما طبقاً لظروف التنافس السائدة في السوق، والتي بدورها تحدد شكل دوال التكلفة والايراد التي تتلاءم مع اجراء التحليل. فعادة ما تكون دالة الايراد الكلي خطية في حالة التنافس التام فقط أما فيما عدا ذلك فيفترض أن دالة الايراد الكلي غير خطية لتعكس اختلاف مرونة الطلب عند احجام الانتاج المختلفة. أما فيما يختص بدالة التكلفة الكلية فيفترض وجوب تمشيها مع مقتضيات قانون تناقص الغلة وغلة الحجم وبالتالي فعادة ما يفترض أنها تتخذ شكل الدالة التربيعية أو التكعيبية. وسواء كانت دالة الايراد خطية (تنافس تام) أو غير خطية فان شكل دالة التكلفة المستخدمة في التحليل الاقتصادي يترتب عنها عادة نقطتان للتعادل (تساوي التكلفة الكلية مع الايراد الكلي) وليس نقطة واحدة كما هو مفترض في التحليل المحاسبي.

ولنفرض مثلاً حالة التنافس التام والتي يترتب عنها دالة خطية للايراد الكلي في الفترة القصيرة، ولنفرض أيضاً دالة تكلفة تربيعية كالآتي:

ع = ٦,٢ س (٦)

ص = ٢٠٠ + ٢ ر س + ٠٤ ر $س^{٢}$ (٧)

حيث سعر البيع للوحدة يساوي ٦,٢ جم في (٦) والتكلفة الثابتة تساوي ٢٠٠ جم في (٧) فأنه لتحقيق التعادل نساوي (٦) مع (٧) لنحصل على:

س = ٥٠ ، س = ١٠٠

أي أن التعادل يتحقق عندما يكون معدل الانتاج للفترة = ٥٠ وحدة، أو عندما يكون معدل الانتاج للفترة = ١٠٠ وحدة. غير أن مضمون كل من هاتين النقطتين ليس واحداً، فالنقطة الأولى يليها منطقة أرباح ويسبقها منطقة خسائر، بينما النقطة الثانية يليها منطقة خسائر ويسبقها منطقة أرباح (أي أنه إذا زاد معدل الانتاج عن ١٠٠ وحدة في الفترة فانه سوف يترتب على ذلك تحقيق خسائر صافية كما أنه لو قل الانتاج عن ٥٠ وحدة في الفترة فانه سوف يترتب على ذلك أيضاً تحقيق خسائر). وبمعنى آخر فان نقطتي التعادل تحددان منطقة الأرباح فيما بينهما في هذه الحالة. ولو فرضنا مثلاً أن المدى الانتاجي الملائم الذي قدرته الادارة (س) يقع بين ٧٠، ١٢٠ وحدة فاننا نرى بوضوح أن نقطة التعادل س = ١٠٠ تقع خلال ذلك المدى، إلا أن النقطة في هذه الحالة يسبقها منطقة أرباح ويليها منطقة خسائر، وهو الأمر الذي يتناقض مع الفروض المحاسبية.

ولو حددنا نقطة التعادل المقصودة محاسبياً بالنقطة الأولى حيث س = ٥٠ فان المدى الانتاجي الملائم يجب أن يتحدد بحيث يحتوي هذه النقطة دون الأخرى. فلو فرضنا أن ذلك المدى يقع بين ٢٠، ٨٠ وحدة فانه سوف يترتب عليه ضمناً أن الوصول إلى حجم انتاج قدره ٨٠ وحدة في الفترة سوف يترتب عليه تحقيق أكبر قدر من الأرباح (وهو التوازن المفروض محاسبياً). ولكننا لو تحققنا من

دالتي الايراد والتكلفة (٦)، (٧) فإنه باستخدام القواعد المبدئية لجبر التفاضل نجد أن أكبر قدر من الأرباح يتحقق عند س = ٧٥ وليس عندما تكون س = ٨٠ [١]

ولا تختلف نتائج التحليل العامة اذا اتخذت دالة الايراد شكلاً غير خطي كما هو الحال في ظل عدم توفر ظروف التنافس التام. فيظل احتمال تحقيق نقطتين للتعادل كما هو الحال في الحالة السابقة. ولعل ذلك هو أحد الأسباب الرئيسية في عدم اهتمام الاقتصادي بتحليل التعادل بقدر اهتمامه بتحليل التوازن. فالتحليل الأخير يمكنه من التعرف على حجم الإنتاج الفتري الذي يجب على المنشأة أن تسعى إلى التوصل إليه اذا كان لها أن تحقق أكبر أرباح ممكنة في ظل امكاناتها المتاحة. ولا شك أن هذا التحليل يظهر بوضوح مدى ضآلة الفرصة في امكانية الاعتماد على التحليل المحاسبي للتعادل والتوازن لاتخاذ قرارات سليمة لتخطيط الانتاج والأرباح في الفترة القصيرة. فالفصل بين التكلفة الثابتة والتكلفة المتغيرة بالطرق المحاسبية التقليدية، ثم تقدير متوسط عام للتكلفة المتغيرة يفترض ثباته على مدار ما يسمى بالمدى الانتاجي الملائم قد يبتعد كثيراً عن الواقع. فقد تختلف التكلفة المتغيرة للوحدة خلال المدى الانتاجي الذي يعتبر ملائماً من وجهة النظر المحاسبية اختلافاً ملموساً، ورغم ذلك فان المتوسط الناتج يستخدم على أساس انه صالحا على مدار المدى بأكمله. وإذا كان الأمر قد وصل بالفكر المحاسبي إلى حد الفصل بين التكلفة الثابتة والمتغيرة باستخدام طريقة المربعات الصغرى فان مجرد دفعة صغيرة لهذا الفكر سوف تؤدي به إلى محاولة استخدام نفس الطريقة لتقدير دوال التكلفة والايراد بصورتها الحقيقية دون الحاجة إلى فرض الخطية، وهو الموضوع الذي ننتقل اليه في النقطة التالية.

---

(١) يتحقق التوازن عندما يتساوى الايراد الحدي مع التكلفة الحدية أي عندما تكون٦,٢ =٢ , ٠+ ٨, ٠ س ، ∴ س = ٧٥ وحدة.

٧ ـ أ ـ تقدير دوال التكلفة والايرادات غير الخطية:

سوف نفترض لاغراض بيان كيفية تقدير دالة التكلفة غير الخطية مثالاً بسيطاً قد تختلف أرقامه الافتراضية كثيراً عن تعقيدات الحياة العملية، غير أن ذلك يجب ألا يؤدي بالقارىء إلى استنتاج صعوبة أو استحالة التطبيق على بيانات فعلية من واقع الحياة العملية. فيمكن التغلب على صعوبة العمليات الحسابية المترتبة عن استخدام بيانات فعلية باستخدام الحاسبات الالكترونية المتوفرة في المراكز المختلفة (كمراكز الحساب العلمي في الجامعات مثلاً). ولنفرض انه تبين من فحص سجلات التكلفة لأحدى الشركات لعدد من الفترات التكاليفية المتتالية ما يلي

الفترة	حجم الانتاج	التكلفة الكلية
١	٢	١٥
٢	٤	٢٣
٣	٦	٤٠
٤	٤	٢٨
٥	٨	٥٢
٦	١٠	٦٨
٧	٨	٥٦
٨	٢	١٨
٩	٦	٣٦
١٠	١٠	٦٤

فانه يتضح بمجرد وضع هذه البيانات على خريطة انتشار ان حالة الدالة التربيعية ربما تعتبر أفضل تقريب ممكن لها. وعلى هذا الأساس نستخدم طريقة المربعات الصغرى للدالة التربيعية كالآتي:

لنرمز للتكلفة بالرمز ص ولحجم الانتاج بالرمز س حيث تأخذ دالة التكلفة

الشكل التربيعي بصورته التالية:

ص = أ + ب س + جـ س^{٢} (٨)

وتصبح المشكلة هي تقدير ثوابت هذه الدالة المتمثلة في كل من أ، ب، جـ، والتي يلزم لتقديرها طبقاً لطريقة المربعات الصغرى المعادلات الطبيعية الثلاث الآتية:

Σ ص = أ ن + ب Σ س + جـ Σ س^{٢} (٩)

Σ س ص = أ Σ س + ب Σ س^{٢} + جـ Σ س^{٣} (١٠)

Σ س^{٢} ص = أ Σ س^{٢} + ب Σ س^{٣} + جـ Σ س^{٤} (١١)

ونقوم بتحضير البيانات اللازمة لهذه المعادلات الثلاث كما هو موضح بالجدول رقم ٨/١، فتصبح هذه المعادلات في الصورة الآتية:

٤٠٠ = ١٠ أ + ٦٠ ب + ٤٤٠ جـ (٩)

٢٩١٠ = ٦٠ أ + ٤٤٠ ب + ٣٦٠٠ جـ (١٠)

٢٣٧٩٦ = ٤٤٠ أ + ٣٦٠٠ ب + ٣١٣٢٨ جـ (١١)

وهي ثلاث معادلات في ثلاثة مجهولات يمكن بحلها معاً أن تتحدد قيمة المجهولات وهي في هذه الحالة كالآتي:

أ = ٦,٦ ، ب = ٤,٣٣ ، جـ = ٠,١٧

جدول رقم (٨/١)

تحضير البيانات اللازمة لتقدير دالة التكلفة

ن	س	ص	س ص	س^{٢}	س^{٢} ص	س^{٣}	س^{٤}
١	٢	١٥	٣٠	٤	٦٠	٨	١٦
٢	٤	٢٣	٩٢	١٦	٣٦٨	٦٤	٢٥٦
٣	٦	٤٠	٢٤٠	٣٦	١٤٤٠	٢١٦	١٢٩٦
٤	٤	٢٨	١١٢	١٦	٤٤٨	٦٤	٢٥٦
٥	٨	٥٢	٤١٦	٦٤	٣٣٢٨	٥١٢	٤٠٩٦
٦	١٠	٦٨	٦٨٠	١٠٠	٦٨٠٠	١٠٠٠	١٠٠٠٠
٧	٨	٥٦	٤٤٨	٦٤	٣٥٨٤	٥١٢	٤٠٩٦
٨	٢	١٨	٣٦	٤	٧٢	٨	١٦
٩	٦	٣٦	٢١٦	٣٦	١٢٩٦	٢١٦	١٢٩٦
١٠	١٠	٦٤	٦٤٠	١٠٠	٦٤٠٠	١٠٠٠	١٠٠٠٠
Σ	٦٠	٤٠٠	٢٩١٠	٤٤٠	٢٣٧٩٦	٣٦٠٠	٣١٣٢٨

وبالتالي تصبح دالة التكلفة المرغوب تقديرها :

ص = ٦,٦ + ٤,٣٣ س + ١٧,٠ س^{٢} (٨)

ويلاحظ أن محاولة تقدير نفس البيانات في صورة خط مستقيم تعطى دالة التكلفة التالية :

ص = ١,٧٥ + ٦,٣٧٥ س (١٢)

والتي يتبين منها مدى الفرق في كل من التكلفة الثابتة والتكلفة المتغيرة في كل من الدالة التربيعية (٨) والدالة الخطية (١٢) المحسوبة على أساس موحد من البيانات.

هذا ويمكن استخدام نفس الطريقة لتقدير دالة الايرادات سواء كانت خطية أو غير

خطئية على نفس النهج السابق.

ولنفرض لأغراض متابعة التحليل أن دالة الايراد خطية وتتخذ الشكل الآتي:

ع = ٧,٩٧ س (١٣)

ولتحقيق التعادل في هذه الحالة نضع (٨) مساوية للدالة (١٣) أولاً، لنجد أن التعادل يتحقق عند س = ٢ وحدة أو عند س = ١٩,٤١ وحدة، أما اذا استخدمنا الدالة الخطية (١٢) لتمثل التكلفة بدلاً من الدالة (٨) فان التعادل يتحقق عند س = ١,١١ وحدة وهو حجم أقل من نقطة التعادل الأولي التي تسبق منطقة الأرباح في الدالة التربيعية والتي تتطلب س = ٢ وحدة.

لاحظ أيضاً أن الحجم الأمثل للانتاج يمكن حسابه باستخدام (٨)، (١٣) على النحو السابق بيانه باستخدام قواعد جبر التفاضل لنجد أنه يتحقق عندما يكون حجم الانتاج س = ١٠,٧٦ وحدة تقريباً، بينما طبقاً لدالة التكلفة الخطية فان الحجم الأمثل للانتاج يقتضي انتاج عدد لا نهائي من الوحدات (لأن ميل خط الايراد الكلي في (١٣) يزيد عن ميل خط التكلفة الكلية في (١٢) وكلاهما خط صاعد ذا ميل موجب).

٨ ـ التعادل في ظل تعدد المنتجات:

سبق أن ذكرنا انه يفترض لتحليل التعادل والتوازن من الوجهة المحاسبية وجود منتج واحد أو تشكيله ثابتة من المنتجات أو إمكانية تخصيص التكلفة الثابتة على المنتجات بصورة محددة وموضوعية في حالة تعددها وعدم ثبات نسب المزج. وهذا الفرض يعتبر ضروريا في الواقع وإلا إذا تعددت المنتجات واختلفت النسب بينها من فترة إلى أخرى، وكانت هذه المنتجات تختلف في الربح المباشر للوحدة من كل منها، فإنه لا يمكن استخدام تحليل التعادل لأغراض تخطيط الإنتاج والأرباح في الفترة القصيرة، حيث تختلف مبيعات التعادل باختلاف المزيج في مثل هذه الأحوال. أضف إلى ذلك أن إمكانية اختلاف الربح المباشر للوحدة

من كل منتج، كنتيجة لاختلاف نسبة المزج، تؤدي إلى زيادة تعقيد التحليل وعدم إمكانية الاعتماد عليه إذا ما تم اجراؤه لكل المزيجات المحتملة مثلاً. وأخيراً فإن اختلاف نسب المزج قد يؤدي إلى اختلاف المدى الإنتاجي الملائم لكل منتج والذي يفترض على أساسه خطية دوال التكلفة والايرادات[1].

ولا يعترض الاقتصادي مثلما يعترض المحاسب في ظل تعدد المنتجات واختلاف نسب مزجها حيث لا يهدف أصلاً إلى دراسة التعادل بقدر ما يهدف إلى التحقق من توافر شروط التوازن كما سبق أن ذكرنا. ففي حالة تعدد المنتجات فإن الاقتصادي يهتم بتحديد شروط المزج الأمثل منها وليس شروط التعادل في ظل تعدد مزيجاتها. وبصفة عامة تتلخص شروط تحديد حجم الإنتاج الأمثل من كل منتج من المنتجات في حالة تعددها من الناحية الاقتصادية في توفير أحد الشروط الآتية (في ظل التنافس التام):

(١) أن تتساوى معدلات الاحلال الحدي للمنتجات مع نسب اسعارها.

(٢) أن تتساوى نسب التكاليف الحدية للمنتجات مع نسب أسعارها؛

(٣) أن تتساوى نسبة التكلفة الحدية للسعر الخاصة بكل منتج مع النسب المماثلة لكل المنتجات الأخرى.

ويتطلب الشرط الأول معرفة مسبقة لدالة الانتاج الخاصة بكل منتج والتي من مجموعها يمكن تحديد دالة الاحلال بين المنتجات، الأمر الذي قد يكون من الصعب تحديده عملياً. كما يتطلب كل من الشرطين الثاني والثالث تحديد دالة التكلفة الحدية الخاصة بكل منتج والتي يتم التوفيق بينها وبين أسعار المنتجات رياضياً للتوصل إلى شروط التوازن (لاحظ أن السعر لا يتساوى مع الايراد الحدي لأن هذه الشروط تنطبق على حالة التنافس التام)[2].

(١) لمثال رقمي لاجراء تحليل التعادل في ظل اختلاف التشكيلة مع فرض ثبات الربح المباشر للوحدة، انظر المرجع السابق للمؤلف ص ٣٠٠ - ٣٠٤.

(٢) انظر مثلاً: C.E Ferguson، مرجع سابق، ص ٣٥٧ - ٣٦٠ حيث تعالج هذه الشروط بصورة أكثر تفصيلاً.

ولا شك أنه لتحديد دالة التكلفة الحدية يقتضي الأمر أولاً تحديد دالة التكلفة الكلية حيث أن تقدير الأخيرة على أساس البيانات التاريخية يعد أسهل نسبياً من تحديد الدالة الحدية مباشرة. وبذلك يمكن القول أن تطبيق النموذج الاقتصادي التقليدي عملاً في حالة تعدد المنتجات يصعب تطبيقه بدرجة كبيرة، ان لم يكن ذلك من قبيل المستحيل. ولكن هذا لا يعني عدم امكانية التغلب على مشكلة تحديد التشكيلة الانتاجية المثلى في حالة تعدد المنتجات، وهي النتيجة التي يسعى النموذج الاقتصادي إلى التوصل اليها، حيث أصبح ذلك من الممكن (ولو على وجه التقريب) عن طريق الأساليب الرياضية الحديثة مثل اسلوب البرمجة الخطية. فاذا ما أمكن تحديد التشكيلة الانتاجية المثلى باستخدام هذه الأساليب فانه يصبح من السهل بعد ذلك تحديد التعادل، أو بمعنى آخر تحديد امكانية التوصل اليه من عدمه.

ولنفرض مثلاً أن الوحدة الاقتصادية محل الدراسة تقوم بإنتاج منتجين هما س١، س٢ باستخدام ثلاثة موارد إنتاجية مشتركة محدودة المقدار في الفترة القصيرة هي ي١، ي٢، ي٣ حيث يتحدد المتاح من كل منها في الفترة الإنتاجية بالمقدار ب١، ب٢، ب٣ على التوالي. ولنفرض أن احتياجات الوحدة من المنتج من كل من هذه الموارد وكذلك المتاح من كل منها كان كالآتي:

المورد	ي١	ي٢	ي٣
احتياجات وحدة المنتج			
س١	٢	٢	٢
س٢	١	٢	٤
المقدار المتاح (ب)	٤٠٠٠	٦٠٠٠	٨٠٠٠

ومن هذه البيانات يتضح أن تشكيلات الانتاج الممكنة تتراوح بين س١ = ٢٠٠٠ عندما تكون س٢ = صفر، وبين س١ = صفر عندما تكون س٢ = ٢٠٠٠ حيث تحدد الكمية المتاحة من ي١ التشكيلة الأولى والكمية المتاحة من

ى$_{٣}$ التشكيلة الأخيرة. وإذا كانت وحدات المنتجات قابلة للتجزئة فإن تشكيلات الانتاج الممكنة والتي تقع بين هاتين التشكيلتين تصبح غير محدودة العدد. وحتى نتابع التحليل ببساطة افترض ان دالتي الايراد والتكلفة خطية من الصورة التالية على أن نعاود مناقشة هذا الفرض فيما بعد:

ع = ١٠ س$_{١}$ + ٥ س$_{٢}$ (١٤)

ص = ٤٠٠٠ + ٥ س$_{١}$ + ٢ س$_{٢}$ (١٥)

ورغم أن الدوال خطية الا أنه لتعدد المنتجات في هذه الحالة البسيطة يقتضي الأمر لامكانية اجراء تحليل التعادل المحاسبي تحديد أحد أمرين:

(١) نسبة التشكيلة المقرر اتباعها لفترة التخطيط المقبلة بين المنتجين.

(٢) حجم الانتاج والبيع المتوقع من كل من المنتجين.

فإذا تم تحديد نسبة التشكيلة المخطط إتباعها للفترة فإنه يمكن احلال أحد المنتجين بالآخر في (١٤، ١٥) ويصبح أمر تحديد حجم التعادل بوحدات التشكيلة وبوحدات كل من المنتجين عملية حسابية بسيطة. ولكننا نؤكد أن ذلك يستلزم تحديد نسبة التشكيلة مسبقاً[1]. ولما كانت التشكيلات الإنتاجية الممكنة في هذه الحالة يصعب حصرها، ومن ثم نسب التشكيلة المترتبة عن كل منها، فان الأمر يقتضي الالتجاء إلى معيار ما، في الواقع العملي غالباً ما يكون حكمياً، لتحديد نسبة التشكيلة المخططة لفترة الانتاج المقبلة. وبصفة عامة ما دامت نسبة الربح المباشر لسعر البيع تختلف بين المنتجات فان تشكيلة التعادل ومن ثم مبيعات التعادل سوف تختلف باختلاف نسبة التشكيلة. ويترتب على ذلك أنه اذا تحددت نسبة التشكيلة حكمياً فإن نقطة التعادل سوف تصبح هي الأخرى حكمية حتى

(١) اذا تقررت النسبة مثلاً على أساس ٢ : ١ بين س١، س٢ فإنه بالاحلال في (١٤، ١٥) يصبحان كالآتي:

ع = ١٠س + ٢,٥س = ١٢,٥س (١٤)

ص = ٤٠٠٠ + ٥ س + $\frac{٢}{٢}$ س = ٤٠٠٠ + ٦س (١٥)

ومساواتهما نجد أن س = ٦١٥,٤ وحدة ومن ثم س$_{٢}$ = $\frac{١}{٢}$ س$_{١}$ = ٢٠٥,١ وحدة بينما س$_{٢}$ = ١٠,٣ وحدة وهي عدد الوحدات اللازمة من كل من المنتجين لتحقيق التعادل على أساس نسبة ١١٢ بين س$_{١}$، س$_{٢}$.

ولو تحققت صحة فرض الخطية في هذه الحالة.

ولا يختلف أمر تحديد حجم الانتاج والبيع المقرر لكل من المنتجين في المضمون عن تحديد نسبة تشكيلة حكمية. فالنسبة بين حجمي انتاج كل من المنتجين تعطي نسبة التشكيلة بينهما وبذلك تصبح النتائج المقررة بعاليه نتائج عامة، ويقتضي الأمر اذن البحث عن معيار يساعد في تحديد التشكيلة الانتاجية بصورة موضوعية تتفق مع الاهداف العامة للوحدة الاقتصادية. والواقع أنه من بين العدد اللانهائي من التشكيلات الانتاجية الممكنة يوجد تشكيلتان تستحقان البحث والدراسة وهما التشكيلة التي تؤدي إلى استغلال الطاقة الانتاجية المتاحة أقصى استغلال ممكن والتشكيلة التي تؤدي إلى تحقيق أكبر قدر ممكن من الأرباح المباشرة، ومن ثم تؤدي إلى تحقيق أكبر قدر من الأرباح الصافية. وقد تتساوى التشكيلتان في كثير من الأحيان ولكن ليس من الضروري أن تتساويا على الدوام. وبذلك تلعب الأهداف العامة للوحدة الاقتصادية دوراً هاماً في تحديد أي من التشكيلتين يمثل الهدف المرغوب التوصل اليه، أهي تلك التي تؤدي إلى استغلال الطاقة المتاحة أقصى استغلال ممكن أم هي التي تؤدي إلى استغلال الطاقة المتاحة أفضل استغلال ممكن ؟

ويعد أسلوب البرمجة الخطية من أفضل الأساليب التي يمكن اتباعها لتحديد تشكيلة الانتاج المثالية من بين هذا العدد الغفير من التشكيلات الانتاجية الممكنة في ظل تعدد المنتجات والتي على أساسها يمكن تحديد تشكيلة التعادل المثالية (١) ويقوم نموذج البرمجة الخطية على عدة فروض أهمها خطية دوال الانتاج والايرادات، وهو الأمر المفترض لاغراض تحليل التعادل المحاسبي، وقابلية الموارد والمنتجات للتجزئة.

---

(١) يعتبر البحث الذي أعده كوبر وكارنس وايجرى المرجع الكلاسيكي في هذا الشأن، انظر:

A. Charnes, W.W, Cooper, and Y. Ijiri, «Breakeven Budgeting and Programming to Goals.», Journal of Accounting Research. (Spring, 1963), PP. 16 - 43.

وسوف نفترض أن القارىء ملما بالاسلوب وكيفية استخدامه، ونفترض أيضاً أن الوحدة الاقتصادية في مثالنا السابق ترغب في التوصل إلى أكبر قدر من الربح المباشر (ومن ثم صافي الربح حيث التكلفة الثابتة مقدار ثابت) ونطبق الأسلـوب على البيانات السابقة ليصبح نموذج التوازن الذي يؤدي تحقيق أهداف الوحدة الاقتصادية في الصورة الآتية:

تقصية: ح = ٥ س$_{١}$ + ٣ س$_{٢}$

في ظل:

٢ س$_{١}$ + س$_{٢}$ ⩾ ٤٠٠٠ = ب$_{١}$

٢ س$_{١}$ + ٢ س$_{٢}$ ⩾ ٦٠٠٠ = ب$_{٢}$

٢ س$_{١}$ + ٤ س$_{٢}$ ⩾ ٨٠٠٠ = ب$_{٣}$

س$_{١}$، س$_{٢}$ ⩾ صفر

واذا قمنا بحل هذا النموذج (أما بطريقة السمبلكس أو بالطريقة البيانية حيث يمكن استخدامها في هذه الحالة لوجود منتجين فقط) نجد أن تشكيلة الانتاج المثالية هي:

س$_{١}$ = س$_{٢}$ = ١٣٣٣,٣ وحدة حيث يتحقق عنها أرباحا مباشرة مقدارها ١٠٦٦٧ جم تكفي لتغطية التكلفة الثابتة وقدرها ٤٠٠٠ جم وتترك أرباحاً صافية قدرها ٦٦٦٧ جم.

وعندماتتحدد تشكيلة التوازن المثالية فان النسب المترتبة عنها يمكن استخدامها لتحديد حجم التعادل. فحيث أن النسب في مثالنا الجاري هي س$_{١}$، س$_{٢}$= ١ : ١ فانه بالاحلال في (١٤، ١٥) نجد أن:

ع = ١٥س (١٤)′ حيث س = س$_{١}$ + س$_{٢}$ (١٤)

ص = ٤٠٠٠ + ٧ س (١٥)′

ومنها نجد أن حجم التعادل يكون عند س = ٥٠٠، أي عند س$_{١}$ = ٥٠٠، س$_{٢}$ = ٥٠٠ (والتي يمكـن التحقـق منهـا بـالاحلال لقيمـة س$_{١}$، س$_{٢}$ في (١٤ - ١٥ الأصليتين).

ويلاحظ أن الربح المباشر على وحدة التشكيلة س في هذه الحالة = ٨ جم بينما سعر البيع لنفس الوحدة ١٥ جم وبذلك تكون النسبة بينهما ٨ : ١٥ أي ٥٣,٣٣ ٪. أما اذا اختلفت التشكيلة عن ١ : ١ فان نسبة الربح المباشر لسعر البيع تختلف ومن ثم يختلف حجم الانتاج وقيمة المبيعات اللازمة للتعادل. ولتوضيح ذلك افترض أن نسبة التشكيلة التي قررتها الادارة بين $س_{١}$ ، $س_{٢}$ هي ٣ : ٢ فيترتب على ذلك أن:

الربح المباشر للوحدة من س = ٥ $س_{١}$ + ٣ ($\frac{٢}{٣}$) $س_{١}$ = ٧ جم

سعر البيع للوحدة من س = ١٠ $س_{١}$ + ٥ ($\frac{٢}{٣}$) $س_{١}$ = ١٣ $\frac{١}{٣}$ جم

وبذلك تكون نسبة الربح المباشر لسعر البيع ٥٢,٥ ٪ وهي أقل من ٥٣,٣٣ ٪. أما إذا كانت نسبة التشكيلة المقررة هي ٢ :٣ ، فإنه بطريقة مماثلة نجد أن نسبة الربح المباشر لسعر البيع هي ٥٤,٢٨٥ ٪ وهي نسبة أكبر من ٥٣,٣٣ ٪ وبذلك فان التشكيلة الأولى (٣ : ٢) تتطلب حجم أكبر من الانتاج والمبيعات عن ما تتطلبه التشكيلة المثلى لتحقيق التعادل، كما أن التشكيلة الثانية (٢ : ٣) تتطلب حجم أقل مما تتطلبه التشكيلة المثلى، ورغم ذلك فأي منهما أو من التشكيلات الأخرى الممكنة لا يمكن أن يعطي قدر من الأرباح الصافية بقدر ما تعطي التشكيلة المثلى. ولعل ذلك يرجع إلى أن التشكيلة المثلى تأخذ في اعتبارها استغلال الطاقة المتاحة أفضل استغلال ممكن (وهو هدف تحليل التوازن) بينما التشكيلات الأخرى التي يمكن أن تحقق التعادل لا تأخذ في الاعتبار هذا الهدف حيث لا يتقدم التحليل ويمتد من التعادل إلى التوازن. وهذا يظهر بوضوح مدى القصور الذي يمكن أن يترتب على الاقتصار بالتحليل على التعادل حتى لو توفر فرض الخطية. فالتوازن، منسوباً إلى الأهداف التي تسعى الوحدة إلى تحقيقها، هو الهدف النهائي الذي ينبغي التوصل اليه، واذا ما تحقق الطريق المفضل للتوصل إلى هذا الهدف فلا مانع من تحليل التعادل مع الالتزام بالحدود المرسومة للتوصل إلى تحقيق التوازن، أي أنه بعد أن تتحدد التشكيلة الانتاجية المثلى التي تحقق أهداف

الوحدة على خير وجه، فان تحليل التعادل يمكن أن يتم أجراؤه على أساس هذه التشكيلة ومع الالتزام بها.

ولا تقتصر امكانية استخدام نموذج البرمجة الخطية لاغراض تحديد التشكيلة الانتاجية المثلى على حالة المنتجين وانما تمتد لحالة تعدد المنتجات وتعدد الموارد أيضاً. فمهما كان عدد المنتجات أو عدد الموارد أو كلاهما فانه يمكن استخدام النموذج لتحديد التشكيلة الانتاجية المثلى ما دامت دوال الانتاج في الموارد الانتاجية المتاحة ودوال التكلفة والايرادات خطية. وبمعنى آخر فان نموذج البرمجة يمكن أن يمتد بتحليل التعادل المحاسبي إلى تحليل التوازن ومن ثم التعادل في حالة تعدد المنتجات واختلاف التشكيلة بينها مع الابقاء على فرض الخطية الذي يقوم عليه تحليل التعادل المحاسبي. والواقع أن تحليل التعادل المحاسبي يتطلب أن تكون دوال التكلفة والايراد فقط في صورة خطية بينما يتطلب نموذج البرمجة الخطية بالاضافة إلى ذلك ضرورة خطية دوال الانتاج في الموارد الانتاجية الثابتة المتاحة (أي أن مضاعفة الانتاج مثلاً تقتضي مضاعفة هذه الموارد). وعلى هذا الأساس يمكن توجيه نفس الانتقادات التي توجه لتحليل التعادل المحاسبي والخاصة بعدم توافق فرض الخطية مع مقتضيات قانون تناقص الغلة إلى نموذج البرمجة الخطية وبصورة أشد عنفاً لأنه يتطلب أيضاً خطية دوال الانتاج الخاصة بالمنتجات في الموارد الإنتاجية الثابتة المتاحة. إلا أن نموذج البرمجة الخطية يسمح بسوء التقدير في الحدود التي تؤثر في مثالية برنامج الإنتاج الأمثل أو التشكيلة الإنتاجية المثلى. وتتحدد تلك الحدود باجراء ما يسمى بتحليل الحساسية على ثوابت الدوال الخطية المستخدمة في النموذج للتعرف على المديات التي يمكن أن يتقلب في حدودها كل من هذه الثوابت دون التأثير على برنامج الانتاج الأمثل. ففي مثالنا السابق مثلاً يمكن أن يتراوح الربح المباشر للوحدة من س١ من ٥,٩٩٩ جم إلى ١,٥٠١ جم مع بقاء الربح المباشر للوحدة من س٢ كما هو (٣ جم للوحدة) دون أن تتأثر التشكيلة الانتاجية المثلى. كما أن الربح المباشر للوحدة من س٢ يمكن أن يتراوح

بين ٩ جنيهات و ٩٩٩ مليماً ، ٢ جنيه و ٣٩٩ مليماً للوحدة مع بقاء الربح المباشر للوحدة من س ١ كما هو (٥ جم للوحدة) دون أن تتأثر التشكيلة المثالية [١].

والأمر المرغوب توضيحه هنا هو أن أسلوب البرمجة الخطية يمكن من افساح المجال لتقلبات محددة في كل من التكلفة المتغيرة وسعر البيع واحتياجات وحدة المنتج من الموارد الانتاجية المتاحة دون أن يتأثر توازن الوحدة الاقتصادية (برنامج الانتاج والبيع الأمثل). هذا ويمكن تحديد مدى كل من هذه التقلبات مسبقاً باجراء تحاليل الحساسية المناسبة كما سيرد في الجزء الثاني من هذا الكتاب.

وهذا في حد ذاته يمثل درجة من المرونة تعوض الجمود النسبي لفرض الخطية المطلق بما يؤدي إلى زيادة امكانية الاعتماد على نموذج البرمجة الخطية بالمقارنة بامكانية الاعتماد على تحليل التعادل المحاسبي لأغراض تخطيط الانتاج والأرباح في الفترة القصيرة.

أما عن فرض قابلية الموارد والمنتجات للتجزئة، واللازم لإمكانية تطبيق أسلوب البرمجة الخطية، فإذا تحقق عدم إمكانية توفيره، فإنه يمكن الاستعاضة عن هذا الأسلوب بأسلوب البرمجة الخطية العددية للتغلب على عدم قابلية المنتجات للتجزئة. فإذا لم تتوفر فروض الخطية والقابلية للتجزئة فإن الأمر يستلزم إذن الاستعانة بأساليب البرمجة غير الخطية والتي يترتب عنها بصفة عامة التوصل إلى توازن تقريبي يقرب بقدر الإمكان من التوازن ولكن لا يشترط أن يتطابق معه في هذه الحالة. وبدون ذلك يكون أمر تحليل التوازن ومن ثم التعادل في حالة تعدد المنتجات وعدم خطية العلاقات الدالية مشكلة يصعب حلها عملاً أن لم يكن ذلك من قبيل المستحيلات إذا رغبنا أن يكون الحل على أساس موضوعي وليس على أساس حكمي.

---

(١) يمكن للقارىء أن يتأكد من ذلك بتقييم كل نقطة من الاركان الثلاثة الرئيسية للنموذج السابق وهي (٢٠٠٠ ، صفر)، (١٣٣٣,٣ ، ١٣٣٣,٣)، (صفر ، ٢٠٠٠) لكل من س ١، س ٢ على التوالي في كل نقطة على أساس هذه القيم الجديدة للربح المباشر للتأكد من أن النقطة الثانية تظل النقطة المثالية من حيث مقدرتها على اعطاء أكبر قدر ممكن للربح المباشر.

الفصل التاسع

في

موازنة العمليات الرأسمالية واتخاذ قرارات الإنفاق الاستثماري

١ ـ مقدمة وخطة الفصل:

تناولت الفصول الستة السابقة الأساليب والأدوات المحاسبية الشائعة الاستخدام في شأن تخطيط وتنظيم ورقابة العمليات الجارية للوحدة المحاسبية. والعمليات الجارية هي بطبيعتها قصيرة الأجل ويتم التخطيط لها وتنظيمها والرقابة عليها في ظل محدودية الإمكانيات والموارد المتاحة فعلاً أو التي ينتظر أن تتاح في الفترة القصيرة. وتعتبر مثل هذه الإمكانيات والموارد، سواء كانت متاحة أو ينتظر أن تتاح، من قبيل المعطيات لأغراض اتخاذ القرارات التي تتعلق بالعمليات الجارية، وتحدد من الخيارات والبدائل المتاحة للاختيار من بينها لهذا الغرض.

أما العمليات الرأسمالية فهي تتعلق عادة بتخصيص أو إعادة تخصيص موارد اقتصادية لأوجه استخدام بديلة لمدى يتميز بالطول النسبي؛ بمعنى أنه يترتب

على القرارات التي تتخذ في شأن هذه المواد ارتباطها بالفرص البديلة أو أوجه الاستخدام التي يتم تخصيصها لها لفترة زمنية طويلة نسبياً. ويختلف طول الفترة بالطبع طبقاً لطبيعة المورد والهدف من التخصيص.

ويعتبر موضوع تخصيص الموارد الاقتصادية أو إعادة تخصيصها من أهم الموضوعات الاقتصادية بصفة عامة، ويرتبط به ويترتب على ما يتخذ من قرارات في شأنه تأثيراً كبيراً وممتداً على رفاهة الوحدة المحاسبية المستفيدة من التخصيص أو إعادة التخصيص ورفاهة المجتمع الذي تنتمي إليه، والذي تمثل جزءاً منه. وبالتالي فهو موضوع يتطلب لاستيفاء حقه، واستيعاب أبعاده وآثاره، وإدراك أسسه وأركانه، والالمام بالمعايير التي يستند إليها والظروف الاقتصادية والاجتماعية والبيئية التي يتقيد بها، والتعرف على بدائل الأساليب المتاحة، والمعلومات والبيانات اللازمة لاتخاذ القرارات الملائمة في شأنه، ما لا يقل عن كتاب مستقل. ومن ثم فمعالجتنا لهذا الموضوع في هذا الفصل المتواضع سوف تكون قاصرة مهما كانت محاولات الاكتمال، وسوف تكون جزئية رغم أهمية الشمول. وترتيباً على ذلك فسوف يكون التركيز أساساً على أهم الأدوات والأساليب التي تفيد في شأن التفضيل بين البدائل بصدد تخصيص أو إعادة تخصيص الموارد في حدود الوحدة المحاسبية ومن وجهة نظرها.

وتبدأ خطة الفصل بالتمييز بين خصائص القرارات التي تتعلق بالعمليات الجارية وتلك التي تتعلق بالعمليات الرأسمالية، ثم نتناول دوافع ومثيرات اتخاذ القرارات الاستثمارية بصفة عامة، والظروف المحيطة بها، والمجالات التي يمكن اتخاذها في شأنها، ثم نعرض للأساليب والأدوات التي تساعد في اتخاذها والمعايير والضوابط التي يتم الاسترشاد بها في هذا الشأن.

٢ ـ قرارات الاستغلال وقرارات التخصيص واعادة التخصيص:

تعتبر قرارات الاستغلال هي تلك التي تتعلق بتخطيط وتنظيم وتوجيه ورقابة العمليات الإنتاجية الجارية للوحدة المحاسبية. وهي بالتالي ترتبط بتخطيط

وتنسيق استخدام الموارد المتاحة (أو التي ينتظر أن تتاح) للوحدة المحاسبية خلال فترة محاسبية مقبلة بما يكفل الحصول على أقصى منفعة منها بأقل تكلفة ممكنة. وترتبط مقاييس المنفعة والعوامل المحددة لها بالأهداف العامة والخاصة للوحدة المحاسبية. ومن أمثلة هذه القرارات ما سبق دراسته في الفصول المتقدمة كتخصيص الطاقة المتاحة للاستغلال في انتاج المزيج المرغوب من المنتجات، أو تنسيق برامج الانتاج مع امكانيات التوزيع والتخزين والطاقة المتاحة، أو القرارات المتعلقة بالشراء والتخزين والتدريب والدافعية والجودة وما إلى ذلك. ويمكن أن تنصب كل هذه القرارات في قالب تخطيط الانتاج والأرباح في الفترة القصيرة في ضوء الموارد والامكانيات المتاحة وفي ظل الظروف المتوقعة في الفترة المقبلة لتحقيق أهداف الوحدة المحاسبية على أفضل صورة مرضية ممكنة.

وتتطلب هذه القرارات امكانية التنبؤ بالمستقبل القريب، وتعتمد إلى حد كبير على المعلومات المحاسبية السابقة في هذا الشأن، ومن ثم فلقرب المستقبل المتنبأ به والاستناد إلى معلومات معروفة، فإن درجة المخاطرة وعدم التأكد التي تنطوي عليها تكون في العادة ضئيلة.

وتكون هذه القرارات عادة قصيرة الأجل، أي تنصب على فترة محاسبية واحدة، وذلك لأنها عادة ما يتم اتخاذها في ظل مجموعة المعطيات المحددة لفعاليتها والامكانيات المتاحة لها في الفترة القصيرة. ولأنها تنصب على الفترة القصيرة وتتأثر بمتغيرات الفترة فإنه يمكن تعديلها أو تبديلها إذا لزم الأمر في ضوء ما قد يستجد من ظروف وما يحدث من تغيرات في واقع التنفيذ عما كان متوقعاً عند التخطيط لها واتخاذها. ومن ثم فهي يمكن أن تتصف بالمرونة النسبية من حيث إمكانية العدول عنها أو التعديل فيها دون آثار سلبية جسيمة. والواقع أن مثل هذا العدول أو التعديل عادة ما يتم تلافياً لما قد يتضح من آثار سلبية لم تكن قد اتخذت في الحسبان عند اتخاذها.

ويعتبر التنسيق من أهم العوامل الواجب مراعاتها بين القرارات المتعلقة باستغلال الموارد المتاحة، وذلك لاعتمادها على بعضها البعض، وتداخل الآثار

المترتبة على اتخاذها على أهداف الوحدة الاقتصادية في الفترة القصيرة. فعدم التنسيق بين برامج الانتاج وبرامج التسويق قد يترتب عليه آثاراً غير مرغوبة من تراكم المخزون أو فقدان العائد على عدم امكانية تلبية مطالب العملاء دون تخطيط مسبق مثلاً.

هذا ولا يدخل في نطاق قرارات الاستغلال التأثير على المتاح من الموارد محدودة المقدار أو القدرة في الفترة القصيرة، وإنما تنصب على الموارد متغيرة المقدار أو القدرة في الفترة القصيرة. أما الموارد محدودة المقدار أو القدرة في الفترة القصيرة فهي تمثل قيوداً أو معطيات يلزم أن يتم اتخاذ هذه القرارات في ظلها، ودون التأثير في المتاح منها خلال فترة التخطيط.

وتنصب **قرارات التخصيص أو إعادة التخصيص** على توجيه أو إعادة توجيه عوامل الانتاج، أو الموارد الاقتصادية، إلى أوجه الاستخدام البديلة. ويترتب على قرارات التخصيص أو إعادة التخصيص إتاحة مجموعة من الموارد الاقتصادية للاستغلال في فرصة استخدام معينة لفترة زمنية طويلة نسبياً ومن ثم حرمان الفرص الأخرى البديلة من هذه الموارد عن الفترة التي تم تخصيصها فيها للفرصة التي خصصت لها. فتخصيص موارد رأسمالية تبلغ قيمتها ما يعادل ٥٠٠ مليون جنيه مثلاً من النقد الأجنبي لاستيراد مصنع لبودرة البلاستيك بطاقة انتاجية معينة لمدة عشر سنوات يؤدي إلى اغراق المبلغ في هذا المصنع، ومن ثم عدم توافره لاستيراد مصانع أخرى لانتاج سلع أو خدمات أخرى لمدة لا شك في طولها. ولا شك في أن النقد الأجنبي يعتبر من الموارد الرأسمالية النادرة في الدول النامية التي ليس لديها فائض صادرات.

وتعتبر قرارات تخصيص أو إعادة تخصيص الموارد الاقتصادية النادرة على فرص الاستخدام البديلة أهم القرارات طويلة الأجل، التي قد تمتد آثارها لفترات زمنية طويلة. ويترتب على ذلك أن مجمل آثارها لا يمكن التحقق منه على وجه اليقين، أو حتى بدرجة عالية من التأكد، ومن ثم فهي يتم اتخاذها في ظل المخاطرة وعدم التأكد. فكلما امتدت الفترة الزمنية التي تنتج فيها هذه

القرارات آثارها في المستقبل كلما انخفضت الثقة في المعلومات التي يتم اتخاذها على أساسها.

هذا وقد ازدادت عملية اتخاذ القرارات التخصيصية تعقيداً في عصرنا الراهن نتيجة لعاملين هامين: أولهما هو التقدم التقني السريع الذي يثمر تطورات خيالية في الأصول الرأسمالية المختلفة من حيث القدرة والكفاءة مع انخفاض التكلفة وارتفاع جودة المنتجات، وثانيهما هو الزيادة الملحوظة في الحجم الاقتصادي للمشروعات، والاتجاه نحو تعدد أوجه النشاط وتنويع مزيج المنتجات من السلع والخدمات، وتشتت الفنون الانتاجية اللازمة لذلك. ويؤدي العامل الأول إلى عدم صلاحية المعلومات التي يتم على أساسها اتخاذ مثل هذه القرارات إذا كان من المنتظر أن تنتج آثارها على مدى فترة زمنية طويلة، لما قد يستجد من بدائل تجعل الموارد المغرقة لغرض معين غير صالحة لتحقيق أهداف الوحدة في ظل البدائل الجديدة، ولذلك يصبح من اللازم اتخاذ ذلك في الاعتبار عند تحديد مدى الثقة في المعلومات المتنبأ بها لأغراض اتخاذ القرارات الرأسمالية طويلة الأجل. كما يؤدي العامل الثاني إلى تنافس عدد أكبر من البدائل المستقلة وغير المتكاملة على القدر المحدود من الموارد الرأسمالية المتاحة، بما يجعل اجراءات المفاضلة والاختيار أكثر صعوبة وتعقيداً، وخاصة في ظل العامل الأول.

كما أن قرارات تخصيص وإعادة تخصيص الموارد عادة ما يكون لها آثار متداخلة وتراكمية. بمعنى أن تخصيص مورد معين لفرصة استخدام معينة، قد يؤثر على انتاجية مورد آخر مخصص لفرص استخدام أخرى بالزيادة أو بالنقص. فتخصيص مزيج معين من الموارد لشراء مجموعة حديثة من أنوال الغزل قد يؤدي إلى زيادة كفاءة مزيج الموارد المخصص لآلات النسيج، إذا كانت استخدامات تلك الآلات من الغزل تتطلب مواصفات معينة لا تتوافر إلا في انتاج الأنوال الحديثة. أما إذا كانت آلات النسيج متقادمة فإن مجموعة أنوال الغزل الحديثة قد تؤدي إلى توقف استخدام آلات النسيج الموجودة وضرورة إحلالها. هذا فيما يختص بالتداخل. كما قد يترتب على الخطأ في اتخاذ قرار

تخصيص معين تراكم أخطاء أخرى لا يمكن تجنبها، وذلك لطول الفترة الزمنية التي ينتج قرار التخصيص آثاره خلالها ولعدم إمكانية تصحيح الأخطاء دون خسائر قد تكون في بعض الأحيان جسيمة.

ولذلك فإن قرارات التخصيص وإعادة التخصيص تتطلب وعياً اقتصادياً عميقاً ومعرفة احصائية ورياضية خاصة، وإلماماً بأصول التنبؤ التقني، وإدراكاً للظروف البيئية المحيطة، وتفهماً للأدوات والوسائل والأساليب المساعدة، وإقتناعاً بمعايير المفاضلة والاختيار بين البدائل، وقدرة هائلة على التصور وسعة الأفق لتحديد البدائل الملائمة للاختيار من بينها، . . . وما إلى ذلك من الأمور التي لا يمكن اغفالها. وبالتالي فهي قرارات تتطلب لأغراض التحضير والإعداد لها وإتخاذها فريقاً من الخبرات والمهارات المتكاملة في شتى النواحي التي تقوم عليها وترتبط بها وتؤثر فيها.

٣ ـ دوافع ومثيرات إتخاذ القرارات الرأسمالية على مستوى الوحدة الاقتصادية:

لعله من المسلم به منطقياً أن تختلف دوافع ومثيرات اتخاذ القرارات الاستثمارية على المستوى القومي أو القطاعي عن مستوى الوحدة الاقتصادية (المحاسبية). ذلك لأن الدوافع والمثيرات إنما ترتبط ارتباطاً وثيقاً بمجموعة الأهداف المرغوب تحقيقها ومجموعة الاستراتيجيات الملائمة لها، وهذه تختلف على المستوى القومي، عنها على المستوى القطاعي، عنها على مستوى الوحدة الاقتصادية العاملة. وان كان التوافق والتنسيق مرغوباً فيما يختص ببعض الأهداف والاستراتيجيات فهو ليس كذلك بالنسبة لكل الأهداف والاستراتيجيات. وسوف نقتصر هنا على الدوافع والمثيرات على مستوى الوحدة الاقتصادية.

وقد تكون الوحدة الاقتصادية هادفة للربح، أي ترغب (تحقيقاً لأهداف ملاكها وإدارتها) في تحقيق أقصى ما يمكن تحقيقه من أرباح في ظل الظروف

المحيطة والعوامل المحددة لتحقيق هذا الهدف، أو قد تكون غير هادفة للربح، أي أنها ترغب في تقديم سلعة أو خدمة لمن يرغب فيها. ومن أمثلة الأولى كل المشروعات التجارية والصناعية ومعظم المشروعات الاقتصادية العامة، ومن أمثلة الثانية المستشفيات والمدارس العامة، ووحدات الإدارة الحكومية، والجمعيات الخيرية... وما إلى ذلك. هذا وسوف يقتصر تحليلنا في هذا الفصل على الوحدات الهادفة للربح، بالرغم من أن التحليل يمكن أن ينطبق في أهم أجزائه على الوحدات غير الهادفة للربح، ذلك أنها تستهدف تدنية تكلفة السلعة أو الخدمة التي تقوّم بانتاجها أو أدائها إلى أقل ما يمكن (أو يفترض أنها كذلك).

وإذا كانت الوحدة تسعى إلى تحقيق الربح فهي إما أن تكون وحدة قائمة فعلاً، أو أن تكون وحدة في طور التكوين بقصد مزاولة النشاط وتحقيق الربح. وبالتالي يمكن أن ترتبط القرارات الرأسمالية المؤدية الى تخصيص أو إعادة تخصيص موارد حقيقية الى ثلاث فئات من حيث نطاق اتخاذها والظروف المحيطة باتخاذها:

١ - فهي إما تتعلق بتخصيص موارد حقيقية لمشروعات جديدة تستهدف إنتاجاً جديداً أو تقوم عليها وحدات محاسبية جديدة.

٢ - أو هي تتعلق بتخصيص موارد حقيقية للتوسع في طاقة مشروعات قائمة.

٣ - أو هي تتعلق بتخصيص أو إعادة تخصيص موارد حقيقية لإحلال أو تجديد أصول رأسمالية قائمة.

وحيث أن الهدف المبتغى تحقيقه في كل الأحوال هو تقصية حصيلة الأرباح، فإن المعايير التي يستند اليها قرار التخصيص والأسس التي يسترشد بها لا بد أن تُشتق في كل الأحوال من الهدف وتتسق مع امكانيات تحقيقه. وسوف نتناول كل من هذه الفئات في بند مستقل فيما يلي من دراسة في هذا الفصل. ولكنه يلزمنا قبل ذلك أن نميز بين ثلاثة مفاهيم رئيسية يؤدي الخلط بينها عادة، إلى عدم دقة استيعاب ما تنطوي عليه قرارات تخصيص وإعادة تخصيص الموارد من أهداف ومهام وعلاقات، وما تتطلبه من معلومات وإمكانيات.

والمفهوم الأول هو مفهوم الموارد الرأسمالية، وهي تتمثل في مجموعة الموارد الحقيقية القادرة على إدرار منافع اقتصادية، وهي عادة ما تسمى بالأصول الرأسمالية. وتتضمن الموارد الرأسمالية أيضاً كل ما يلزم لجعل الأصول الرأسمالية في حالة معدة للاستخدام أو الاستغلال في الزمان و المكان، وكل ما يلزم لتمكين استغلالها تحقيقاً للغرض أو الأغراض التي يتم تخصيصها من أجل تحقيقها. وعادة ما يطلق على هذا الشق الأخير رأس المال العامل الدائم (ما دامت الموارد مخصصة للغرض ومحققة للهدف).

والمفهوم الأول هو مفهوم الموارد الرأسمالية، وهي تتمثل في مجموعة الموارد الحقيقية القادرة على إدرار منافع اقتصادية، ما تسمى بالأصول الرأسمالية. وتتضمن الموارد الرأسمالية أيضاً كل ما يلزم لجعل الأصول الرأسمالية في حالة معدة للاستخدام أو الاتغلال في الزمان و المكان، وكل ما يلزم لتمكين استغلالها تحقيقاً للغرض أو الأغراض التي يتم تخصيصها من أجل تحقيقها. وعادة ما يطلق على هذا الشق الأخير رأس المال العامل الدائم (ما دامت الموارد مخصصة للغرض ومحققة للهدف).

والمفهوم الثاني هو مفهوم الانفاق الرأسمالي أو الاستثماري، وهو يتمثل في مجموعة الموارد المالية التي ينتظر أو يتقرر انفاقها في سبيل الحصول على مجموعة الموارد الرأسمالية المرغوبة في الزمان والمكان وتوفير إمكانيات استغلالها تحقيقاً للغرض أو الأغراض التي خصصت من أجل تحقيقها. وهي ما يطلق عليه محاسبياً الانفاق الرأسمالي Capital Expenditure(s) على سبيل تمييزه عن المصروفات الجارية Current Expenses. وبمعنى آخر، فالموارد المالية لا بد وأن تتكون من مجموعة من الأدوات المالية، بينما الموارد الرأسمالية هي مجموعة من الأصول العينية الحقيقية التي قد تنطوي بصفة جزئية على بعض الأصول النقدية (كجزء من رأس المال العامل الدائم).

أما المفهوم الثالث فهو مفهوم تمويل الانفاق الرأسمالي أو الاستثماري، وهو يتعلق بالمصادر القائمة والمحتملة التي يمكن عن طريقها توفير الموارد المالية اللازم

انفاقها للحصول على الموارد الرأسمالية. ويعتبر رأس المال (المحاسبي) أهم مصادر تمويل الانفاق الرأسمالي، كما أن القروض بأنواعها والائتمان التجاري تعتبر كذلك من المصادر المتاحة والممكنة.

ويمكن القول أن اختيار مزيج بدائل التمويل يقتضي المفاضلة بينها واتخاذ القرار الملائم بشأن أفضل مزيج ممكن من بينها. ولكن اتخاذ هذا القرار واختيار أفضل مزيج من بدائل التمويل لا يترتب عليه الحصول على موارد رأسمالية، ولا يستتبع اتخاذه بالضرورة الحصول على هذه الموارد. وبمعنى آخر فتمويل الحصول على الموارد الرأسمالية عن طريق البحث عن امكانيات تمويل الانفاق الاستثماري اللازم للحصول عليها لا يؤدي بالتبعية إلى اقرار تخصيص الموارد الرأسمالية لفرص الاستغلال البديلة. فيفترض عند اتخاذ مثل هذا القرار أن الموارد المالية اللازمة لتمويله بالقدر الذي تم اتخاذ القرار (قرار التخصيص) في حدوده، متوفرة (بصرف النظر عن مصدرها والعوامل التي أدت إلى اختيار مزيجها).

٤ ـ المشروعات الجديدة وجدوى تخصيص الموارد الرأسمالية لها:

ترتبط جدوى أي مشروع بمحصلة المقاصة بين المنافع المتوقعة والمنتظرة منه على مدى استمراره في ادرارها، والتضحيات المتوقعة والمنتظر أن يتم التضحية بها في سبيل الحصول على هذه المنافع حالياً ومستقبلاً. وكلما زادت حصيلة المنافع على مجموع التضحيات كلما كان المشروع مجدياً. فالجدوى اذن تتطلب مقارنة المنافع المتوقعة والمنتظرة وبالتضحيات التي سوف تلزم للحصول على هذه المنافع.

ولا شك أنه يلزم لمقارنة المنافع بالتضحيات معرفة كل وكيفية تدفق كل منهما على مدار الزمن في المستقبل، وما يحيط بهذا التدفق من مخاطر، وما ينتظر أن يؤثر فيه من عوامل، كما يلزم معرفة معيار المفاضلة بين منافع الحاضر ومنافع المستقبل وتضحيات الحاضر وتضحيات المستقبل، وغير ذلك من العوامل التي تتضمن بالقطع علاقة الجدوى النسبية بالهدف أو الأهداف المرغوب تحقيقها من تخصيص الموارد للمشروع.

وترتبط المنافع التي ينتظر أن تتدفق من مشروع معين بما ينتظر أن يقوم بانتاجه من سلع وخدمات مختلفة ذات قيمة اقتصادية. وتتوقف تلك القيمة الاقتصادية بمحددات الطلب المتوقع على ما ينتظر أن يتم إنتاجه وتوفيره من سلع وخدمات وحجم السوق، ومدى استقرار أو عدم استقرار الطلب ومحدداته على مر الزمن، وعلاقة ذلك بالسلع والخدمات البديلة أو المكملة، والتغير في أذواق المستهلكين، والتغير في مستويات الدخول، والتقدم التقني، وغيرها. وباختصار فإن تقدير المنافع المنتظرة والمتوقعة ومعرفة المسلك الأكثر احتمالاً لتدفقها على مر الزمن يستلزم دراسة خاصة في بحوث السوق، الخاص بالسلعة أو الخدمة التي ينتظر أن ينتجها المشروع بغرض توفير معلومات يمكن الوثوق فيها والاعتماد عليها في شأن قياس المنافع المنتظرة من المشروع. ولا شك في أننا سوف نضطر لافتراض توافر مثل هذه المعلومات.

كما ترتبط التضحيات ابتداءً بالفن التقني المختار كأساس لتحديد مزيج الموارد العينية الحقيقية القادرة على انتاج مجموعة السلع أو الخدمات المرغوبة. ولا شك في أن هذا الفن المختار يكون قد تأتي نتيجة دراسة الفنون التقنية المتاحة والمفاضلة بينها من حيث مدى ما يترتب على كل منها من وفورات في التضحيات مع تحقيق نفس الأهداف ومن حيث مدى ملاءمتها للظروف البيئية التي ينتظر أن تحيط بالمشروع، وخاصة منها ما يحدد من امكانيات توافر متطلبات الفن المعين من مستلزمات وعمالة وخلافه. ولا شك أيضاً في أننا سوف نفترض أن الفن التقني قد تم اختياره، ومن ثم قد تحدد مزيج الموارد العينية الحقيقية اللازمة للقيام بالمشروع.

وحيث تحدد الفن التقني ومزيج الموارد، فإن التضحيات تنطوي على القيمة الاقتصادية لهذه الموارد وقت اقتنائها وإعدادها في صورة صالحة للاستخدام والاستغلال، وما يلزم من تكاليف وموارد أخرى لأغراض استغلال الموارد فعلاً على المدى الزمني المنتظر استغلالها فيه لانتاج تدفق السلع أو الخدمات الممثلة للمنافع المرغوبة. وسوف نفترض أيضاً توافر المعلومات اللازمة لقياس التضحيات المنتظرة في سبيل الحصول على منافع المشروع.

ورغم أن المنافع والتضحيات عادة ما تكمن في أشياء عينية، فإننا سوف نضطر أيضاً لقياس القيمة الاقتصادية لكل منها بوحدات النقدية توفيراً لإمكانيات التجميع والمقارنة، والتي هي من الأمور اللازمة لامكانيات المفاضلة والاختيار وقياس الجدوى.

٤ ـ ١ ـ صافي القيمة الحالية للتدفقات النقدية كمقياس للجدوى:

يترتب على قيام أي مشروع ثم مزاولة نشاطه تحقيقاً للأهداف التي يتقرر قيامه من أجلها مجموعتين من التدفقات النقدية: تدفقات نقدية صادرة، وهي التي تلزم بداية لقيام المشروع، ثم بعد ذلك لتوفير امكانيات قيامه بالانشطة التي يصمم للقيام بها، وتدفقات نقدية واردة، وهي التي تنتج أساساً من بيع ما ينتجه المشروع من سلع وخدمات، بالاضافة إلى ما قد يترتب على تصفية المشروع بانقضاء أجله من تدفقات في المستقبل.

وفي اللحظة الزمنية التي يتم فيها اتخاذ قرار تخصيص الموارد الرأسمالية الحقيقية اللازمة لقيام المشروع، فإن كلتا المجموعتين من التدفقات يقعان في عداد المستقبل. وبالتالي فأية معلومات عن أيهما أو كلتاهما هي في أفضل صورها احتمالية، وتتفاوت درجة الثقة في مفرداتها. ومع ذلك فلا بديل للاعتماد عليها بصدد اتخاذ القرار ما دامت درجة الثقة فيها مقبولة. ذلك لأنها على أي حال سوف تكون أكثر أفضلية كأساس لاتخاذ القرار عن اتخاذه على أسس عشوائية.

ولا شك في أن التدفقات النقدية المتوقع أن تصدر على مدار حياة مشروع معين يتقرر تخصيص موارد رأسمالية حقيقية لقيامه، تمثل في جملتها كل التكاليف الرأسمالية والمصروفات الايرادية اللازمة لقيام المشروع واستمراره في مزاولة أوجه نشاطه على مدى الفترة الزمنية التي يقدر أنها تمثل حياته الانتاجية. ذلك بصرف النظر عن الفترة أو الفترات المحاسبية التي تُستحق فيها هذه التكاليف والمصروفات والفترة المحاسبية أو الفترات التي يترتب عن هذا الاستحقاق تدفقات نقدية. ويرجع ذلك إلى أننا ننظر إلى محصلة أو مجموع الفترات المحاسبية المقدر أن تمثل حياة المشروع الانتاجية بصفة مجتمعة. فما يُستحق ولا

يترتب عليه تدفقات نقدية في فترة ما، سوف يترتب عليه بالضرورة تدفقات نقدية في فترة أو فترات لاحقة. وما ينطبق على التدفقات النقدية الصادرة وعلاقتها بواقعة الاستحقاق المؤدية إليها ينطبق بنفس المنطق على التدفقات النقدية الواردة على مدار حياة المشروع المقدرة. وبالتالي فالاعتماد على التدفقات النقدية في شأن اتخاذ قرار تخصيص الموارد الرأسمالية الحقيقية لمشروع معين لا يتعارض وأساس الاستحقاق المحاسبي.

وإذا كانت التدفقات النقدية صادرة فهي قد تكون مستقبلية في شق كبير منها، وإذا كانت التدفقات النقدية واردة فهي مستقبلية في جلها إن لم يكن كلها. ولا شك في أن وحدة نقود اليوم لا تساوي اقتصادياً وحدة نقود بعد مرور سنة من اليوم، والأخيرة لا تساوي وحدة نقود بعد مرور سنتين من اليوم... وهكذا، وذلك حتى لو ظلت المستويات العامة للأسعار ثابتة ومن ثم قيمة وحدة النقود كمقياس. فوحدة نقود اليوم يمكن استخدامها للتبادل بشيء ما يدر عائداً على مدار السنة، أو السنتين،... وكلما طالت الفترة الزمنية، مع افتراض ثبات معدل العائد كلما زادت حصيلة العائد. وبالتالي فوحدة النقود التي يتم الحصول عليها بعد سنة من اليوم يلزم أن تقل في القيمة عن وحدة نقود اليوم بمقدار العائد المفقود نتيجة الانتظار لمدة سنة للحصول عليها وعدم امكانية استبدالها اليوم بما يدر العائد المفقود لعدم اتاحتها. ويطلق على هذه القيمة الأقل لوحدة النقود التي يتم الحصول عليها في المستقبل بالمقارنة بقيمة وحدة نقود اليوم اصطلاح القيمة الحالية، أي القيمة في الحال لما ينتظر أن يتم الحصول عليه في المستقبل. وإذا اعتبرنا وحدة نقود اليوم هي الوحدة فلا شك أنه تأسيساً على هذا المنطق أن القيمة الحالية لوحدة نقود يتم الحصول عليها بعد سنة من اليوم سوف تقل عن الوحدة بمقدار العائد المفقود لمدة سنة، ووحدة النقود التي يتم الحصول عليها بعد سنتين سوف تكون قيمتها الحالية أقل من تلك التي يتم الحصول عليها بعد سنة بما يعادل العائد المفقود لمدة سنة، وأقل من الوحدة بمقدار العائد المفقود لمدة سنتين إحداهما على الأصل والثانية على الأصل والعائد لمدة سنة... وهكذا. ويطلق على الفرق بين الوحدة والقيمة

الحالية لوحدة بعد سنة من اليوم القيمة الزمنية للنقود. وهذه عادة ما تنعكس على ما يعرف بسعر الخصم أو معدل الفائدة مع اختلافات في القيمة ترجع لأسباب مختلفة.

وتتمثل صافي التدفقات النقدية المنتظرة من مشروع معين ـ من المرغوب اتخاذ قرار تخصيص موارد رأسمالية حقيقية لقيامه ـ في الفرق بين القيمة الحالية للتدفقات النقدية التي ينتظر أن ترد من قيامه واستمراره في مزاولة نشاطه للمقدر من حياته الانتاجية، والقيمة الحالية للتدفقات النقدية التي ينتظر أن تصدر تحقيقاً لنفس الأغراض على نفس المدى الزمني.

٤ ـ ١ ـ ١ ـ مثال عن صافي القيمة الحالية كمقياس للجدوى:

ولنفترض على سبيل المثال أن الشركة العربية المساهمة لصناعة الكيماويات قد تكونت للقيام بمشروع لصناعة مادة كيماوية معينة بطاقة سنوية تبلغ ١٠٠ ٠٠٠ طن. ومن دراسة السوق وجد أن الطلب على هذه المادة يبلغ حالياً ٥٠ ٠٠٠ طن سنوياً يزداد بمعدل ١٠ ٠٠٠ طن سنوياً، وأن الفترة اللازمة لتنفيذ المشروع والبدء في الانتاج تقدر بسنة، وأن الطاقة المبدئية عند بداية المشروع في الانتاج سوف تقتصر على ما يكفي حاجة الطلب وتزداد سنوياً على هذا الأساس، إلى أن تبلغ الطاقة القصوى. ويبلغ سعر الطن في السوق حالياً ١٠٠٠ جنيه وينتظر أن يزداد السعر بزيادة المستوى العام للأسعار للسنوات المقبلة ولا ينتظر أن ينخفض السعر عن هذا المبلغ بأي حال من الأحوال.

هذا وقد قدرت تكلفة المستلزمات من الخامات الرئيسية والمساعدة وعناصر التكلفة المتغيرة الأخرى من أجور ومصاريف صناعية بما يعادل ٥٠٠ جنيه للطن، وينتظر أن تزداد بزيادة المستوى العام للأسعار بنفس معدلات زيادة السعر في السنوات المقبلة، كما لا ينتظر أن تقل عن ٥٠٠ جنيه بأي حال من الأحوال.

وقد أظهرت الدراسة الفنية أن أفضل الفنون الانتاجية المتاحة تتطلب أصولاً

رأسمالية من أراضي ومباني وتجهيزات آلية مستوردة وانشاءات وطرق وخلافة، وبحيث يكون المشروع جاهزاً للتشغيل تسليم المفتاح، تبلغ قيمتها ١٥٠ مليون جنيه يسدد نصفها عند التعاقد والنصف الثاني عند الاستلام بعد سنة من التعاقد. بالاضافة إلى ذلك فقد قدر أن المشروع سوف يكون في حاجة إلى رأس مال عامل دائم لا يقل عن ٥٠ مليون جنيه يستثمر معظمه في مستلزمات رئيسية ومساعدة، وخاصة أنها تستورد من الخارج. ويقدر ضرورة توفير هذا المبلغ قبل البدء في الانتاج بستة أشهر على الأقل.

هذا ويقدر العمر الانتاجي للمشروع بعشر سنوات، وتقدر قيمة الأصول الهالكة بمبلغ ١٠٠ مليون جنيه من جملة الأصول الرأسمالية المطلوبة، وينتظر أن يتم إهلاكها بطريقة القسط الثابت دون قيمة مقدرة كخردة أو نفاية.

ومن دراسة سوق التمويل وجد أن أسعار الفائدة على القروض طويلة الأجل تتراوح بين ١٢، ١٤٪ سنوياً، إلا أنها لا تمنح للمشروعات الجديدة إلا بمعدل ١٥٪ سنوياً. ويرى مجلس الإدارة أن هذا المعدل يعد هو المناسب لخصم التدفقات النقدية المتوقعة عن المشروع رغم أن رأس مال الشركة المصرح به والمكتتب فيه والمدفوع بالكامل يبلغ ٣٠٠ مليون جنيه.

وأخيراً فإنه ينتظر أن لا يتراكم أي مخزون لإنتاج المشروع، كما أن المبيعات المتوقعة تعتبر بمثابة تدفقات نقدية متوقعة وكذلك فيما يختص بتكلفة الانتاج المتغيرة. أضف إلى ذلك أن المشروع يعتبر معفياً من الضرائب لمدة السنوات الخمس الأولى من بدء التشغيل، ثم تخضع أرباحه الصافية بعد ذلك لضريبة أرباح تجارية وصناعية وضرائب اضافية تبلغ في المتوسط ٤٠٪ تسدد في تاريخ الاستحقاق.

٤ ـ ١ ـ ١ ـ ١ ـ المدخل والخطوات اللازمة لحساب صافي القيمة الحالية للتدفقات النقدية[1]:

يتطلب استخدام نموذج صافي القيمة الحالية للتدفقات النقدية إلماماً بمفاهيم القيمة الحالية والفوائد المركبة، وكيفية استخدام جداول القيمة الحالية. وفي هذا النموذج يتم ايجاد القيمة لكل التدفقات النقدية المتوقعة مستقبلياً، وسواء منها الصادرة، أو الواردة باستخدام سعر خصم (معدل فائدة) ملائم استناداً إلى هذه المفاهيم. وتتمثل صافي القيمة الحالية، كما سبق القول، في الفرق بين القيمة الحالية للتدفقات النقدية المنتظر ورودها والقيمة الحالية للتدفقات النقدية المنتظر صدورها.

وتتوقف القيمة الحالية للتدفقات النقدية على:

١ ـ المقدار المتوقع لمكوناتها.
٢ ـ توقيت حدوث تدفق كل من هذه المكونات.
٣ ـ سعر الخصم أو معدل الفائدة الذي يتقرر استخدامه.

فكلما زاد المقدار مع بقاء العوامل الأخرى على حالها كلما زادت القيمة الحالية، وكلما قرب توقيت حدوث التدفق من الحاضر كلما زادت القيمة الحالية، وكلما انخفض سعر الخصم كلما زادت القيمة الحالية.

وبالتالي فإنه يلزم لتطبيق النموذج بالاضافة إلى سبق المعرفة بمفاهيم القيمة الحالية ترتيب المعلومات كالآتي:

١ ـ **بالنسبة للتدفقات الواردة:** معرفة مكوناتها وترتيبها زمنياً على حسب التوقيت المنتظر لحدوثها. وعادة ما تكون هذه التدفقات مستمرة على مدار الزمن، بمعنى أن مبيعات السنة الأولى مثلاً من انتاج مشروع معين (والتي يترتب

---

(١) الواقع أننا نفترض هنا أن العمليات سوف تتم بشرياً، بالرغم من سهولة استخدام الحاسب الآلي للحصول على النتائج المرغوبة مباشرة. ونحن نفترض ذلك لمعرفة اجراءات تطبيق النموذج تيسيراً لامكانية برمجة الحاسب الآلي للقيام بالمهمة لمن يستطيع ذلك.

عليها أساساً جل التدفقات النقدية الواردة) تتدفق على مدار السنة. وتكون القيمة الحالية لما يتدفق منها في بداية السنة بالطبع أكبر من القيمة الحالية لما يتدفق في نهاية السنة. غير أنه قد جرت العادة على افتراض أن التدفقات النقدية (الواردة أو الصادرة) لسنة معينة تحدث دفعة واحدة في نهاية السنة، وذلك تلافياً لصعوبة تطبيق النموذج بضرورة تجزئة معدل الخصم على أساس يومي مثلاً وضرورة معرفة مقدار التدفقات على نفس الأساس[1]. ولا شك أن التجزئة تؤدي إلى قيمة حالية أقرب إلى الصحة عن افتراض حدوث التدفقات دفعة واحدة في نهاية العام. غير أنه يعتقد أن الزيادة في الدقة لن تؤدي إلى فروق جوهرية تبرر عناء حسابها اقتصادياً. وسوف نستثمر هذا الافتراض التزاماً بقيد المساحة المخصصة للموضوع في هذا الكتاب. ويمكن الوصول إلى الدقة المطلوبة دون عناء يذكر باستخدام البرامج الجاهزة على الحاسب الآلي!.

٢ ـ **بالنسبة للتدفقات الصادرة**: معرفة مكوناتها وترتيبها زمنياً على حسب التوقيت المنتظر لحدوثها. وينطبق عليها نفس منطق التدفقات الواردة فيما يختص بالتكلفة المتغيرة للانتاج. أما فيما يختص بتكلفة الأصول الرأسمالية ورأس المال العامل الدائم فإن توقيت حدوث التدفقات الصادرة الخاصة بكل منها عادة ما تكون مرتبطة بنقطة زمنية معينة أو تاريخ محدد.

٣ ـ **بالنسبة لانتظام أو عدم انتظام التدفقات**: يقال على التدفقات النقدية (الصادرة أو الواردة) أنها منتظمة إذا كانت مقاديرها متساوية للفترات الزمنية المعنية. أما إذا اختلف مقدار التدفقات من سنة إلى أخرى فإنه يقال أن التدفقات غير منتظمة. ويؤدي انتظام التدفقات الى امكانية الاعتماد على جدول القيمة الحالية لدفعة دورية لعدد من الفترات، ومن ثم يبسط من العمليات الحسابية اللازمة لايجاد القيمة الحالية. أما إذا كانت التدفقات غير منتظمة فيلزم

---

(١) يمكن استخدام الحاسب الآلي لايجاد القيمة الحالية على أساس دالة خصم مستمرة وسلسلة تدفقات مستمرة. كما يمكن اعتبار التدفقات كما لو كانت تحدث على أساس نصف سنوي أو ربع سنوي أو شهري دون عناء كبير في الحساب.

الالتجاء إلى جدول القيمة الحالية لدفعة واحدة ينتظر الحصول عليها بانتهاء عدد من الفترات الزمنية. ويؤدي ذلك بالطبع إلى زيادة العمليات الحسابية اللازمة لايجاد القيمة الحالية للتدفقات.

٤ ـ معرفة سعر الخصم المتفق على استخدامه وايجاد معاملات القيمة الحالية من الجداول: يتقرر استخدام جداول القيمة الحالية لدفعة دورية أو القيمة الحالية لدفعة فريدة على حسب انتظام أو عدم انتظام مقادير التدفقات زمنياً. وتتحدد الخانة (العمود الملائم) الملائمة للاستخدام على أساس سعر الخصم المستخدم والافتراض الذي يتم الاستناد إليه بصدد تحديد توقيت حدوث التدفقات. ففي مثالنا الجاري يبلغ سعر الخصم ١٥٪، غير أن التدفقات المستمرة، الواردة والصادرة (عن المبيعات والتكلفة المتغيرة) غير منتظمة على مدار السنوات الأربع الأولى، ثم تنتظم على مدار خمس من السنوات الست الأخيرة. ويمكن في هذه الحالة الاعتماد على جداول القيمة الحالية لدفعة فريدة في خانة (عمود) الـ ١٥٪ مقابل كل سنة من السنوات للحصول على معامل القيمة الحالية المناسب، لكل التدفقات، أو يمكن الاعتماد على هذا الجدول لتدفقات السنوات الأربع الأولى، وجدول القيمة الحالية لدفعة دورية للتدفقات المنتظمة في السنوات الست الأخيرة[١]. وسوف نوضح كلا المدخلين في حل المثال.

٥ ـ ايجاد القيمة الحالية: يتم ايجاد القيمة الحالية بضرب مقدار التدفقات في معامل القيمة الحالية، ثم تضاف القيمة الحالية للتدفقات الواردة ويخصم منها مجموع القيم الحالية للتدفقات الصادرة، لنحصل على صافي القيمة الحالية.

٦ ـ القبول أو الرفض: يعتبر المشروع مقبولاً في ظل هذا النموذج إذا زاد مجموع القيم الحالية للتدفقات النقدية الواردة عن مجموع القيم الحالية

(١) يلزم في هذه الحالة إيجاد القيمة الحالية لدفعة دورية لمدة ١٠ سنوات، ثم إيجاد القيمة الحالية لدفعة دورية لمدة ٤ سنوات، ثم طرح القيمة الأخيرة من القيمة الأولى، ثم ضرب ناتج الطرح في الدفعة الدورية (التدفقات السنوية) المنتظمة.

للتدفقات النقدية المصادرة. وتعتبر القيمة الحالية للتدفقات الصادرة للحصول على الأصول الرأسمالية ورأس المال العامل الدائم من التدفقات الصادرة.

٧ - الاهلاك على الأصول الرأسمالية: حيث تعتبر قيمة الأصول الرأسمالية بالكامل من التدفقات النقدية الصادرة فلا يعتد بالاهلاك (الذي هو تخصيص زمني لهذه القيمة على فترات الاستخدام للأغراض المحاسبية ولأغراض الحفاظ على القيمة الدفترية لرأل المال) لأغراض حساب صافي القيمة الحالية للتدفقات النقدية. غير أنه إذا ترتب على الاهلاك وفورات ضريبية، فإن هذه الوفورات تعالج في النموذج بمثابة تدفقات نقدية واردة. أو هي في الحقيقة تعتبر تخفيضاً للتدفقات النقدية الصادرة بمقدار الوفورات الضريبية.

٤ - ١ - ١ - ٢ - القيمة الحالية لصافي التدفقات النقدية لمشروع الشركة العربية المساهمة:

أولاً: فيما يختص بالتدفقات المنتظر ورودها: تنطوي هذه على ثلاثة عناصر رئيسية هي التدفقات النقدية من الايرادات (المبيعات) على مدار حياة المشروع، الوفورات الضريبية الناتجة عن الاهلاك على مدار الخمس سنوات الأخيرة، وأخيراً مقدار رأس المال العامل الدائم في نهاية حياة المشروع.

أما بالنسبة للتدفقات من الايرادات فهي تبلغ ٦٠ مليون جنيه في نهاية السنة الأولى من بدء التشغيل (الطلب اليوم ٥٠ مليون وينتظر زيادته بمعدل ١٠ مليون سنوياً)، ٧٠ مليون في نهاية السنة الثانية، ٨٠ مليون في نهاية السنة الثالثة، ٩٠ مليون في نهاية السنة الرابعة، ١٠٠ مليون في نهاية كل من السنوات من الخامسة حتى العاشرة.

وبالنسبة للوفورات الضريبية فهي لن تحدث وفورات في التدفقات إلا اعتباراً من نهاية السنة السادسة وحتى نهاية السنة العاشرة وذلك بما يعادل ٤٠٪ من قسط الاهلاك الذي يساوي ١٠ مليون جنيه، أي مبلغ ٤ مليون جنيه لكل من هذه السنوات الخمس الأخيرة.

وبالنسبة لرأس المال الدائم فينتظر أن نسترد قيمته بالكامل في نهاية العام العاشر ويبلغ ٥٠ مليون جنيه وبالتالي تكون قيمة وتوقيت التدفقات النقدية الواردة المتوقعة كالآتي (بالمليون جنيه):

نهاية السنة	١	٢	٣	٤	٥	من ٦ إلى ٩	١٠
قيمة التدفقات في نهاية السنة	٦٠	٧٠	٨٠	٩٠	١٠٠	١٠٤	١٥٤

ثانياً: فيما يختص بالتدفقات المنتظر صدورها: تنطوي هذه على ما يلزم للحصول على الأصول الرأسمالية ورأس المال العامل الدائم، والتكلفة المتغيرة للانتاج على مدار حياة المشروع.

وبالنسبة للتكلفة الرأسمالية للمشروع فهي تبلغ ١٥٠ مليون جنيه يسدد نصفها عند التعاقد أي في بداية سنة تنفيذ المشروع وهي السنة (صفر) والنصف الثاني في نهايتها. كما أن رأس المال العامل الدائم الذي يبلغ ٥٠ مليون جنيه يلزم توفيره في منتصف السنة (صفر).

أما بالنسبة للتكلفة المتغيرة للإنتاج فإن التدفقات الصادرة المترتبة عليها ترتبط بحجم الانتاج، ويفترض ثباتها[١]، وحيث تبلغ ٥٠٠ جنيه للطن، فهي تكون في نهاية السنة الأولى ٣٠ مليون جنيه، وفي نهاية السنة الثانية ٣٥ مليون جنيه وفي نهاية السنة الثالثة ٤٠ مليون جنيه، وفي نهاية السنة الرابعة ٤٥ مليون جنيه وفي نهاية كل من باقي سنوات العمر الانتاجي الست ٥٠ مليون جنيه.

وبالتالي تكون قيمة وتوقيت التدفقات النقدية الصادرة المتوقعة كالآتي (بالمليون جنيه).

---

(١) نحن نتجاهل هنا احتمالات زيادة المستوى العام للأسعار وتأثيره على مقدار كل من تدفقات التكاليف والإيرادات، ذلك لأنه يفترض أنه سوف يؤثر في كلا السلسلتين من التدفقات بنفس المعدل من ناحية كما أنه، لو تم اتخاذ آثاره في الاعتبار على التدفقات فيلزم أن يزداد سعر الخصم بنفس المعدل لنفس الأسباب، ومن ثم تكون المحصلة واحدة تقريباً.

السنة والتوقيت	بداية السنة صفر	منتصف السنة صفر	نهاية : السنة صفر	١	٢	٣	٤	من ٥ إلى ١٠
قيمة التدفقات في التوقيت أو نهاية السنة :	٧٥	٥٠	٧٥	٣٠	٣٥	٤٠	٤٥	٥٠

ثالثاً : إيجاد القيمة الحالية لصافي التدفقات : يوضح الجدول (١/٩) صافي القيمة الحالية للتدفقات النقدية المنتظر صدورها والتدفقات النقدية المنتظر ورودها وصافي التدفقات عن كل سنة منذ بدء التنفيذ وحتى نهاية حياة المشروع المتوقعة وجملة صافي التدفقات. ويتضح من الجدول أن القيمة الحالية للتدفقات المنتظر ورودها على مدار حياة المشروع باستخدام معدل خصم ١٥٪ سنوياً تبلغ في مجموعها ٣٨٦٥٥٦٠٠٠ جنيه، بينما تبلغ القيمة الحالية للتدفقات الصادرة على أساس نفس معدل الخصم (١٥٪)، وبما فيها التكلفة الرأسمالية للمشروع، ورأس المال العامل الدائم، في جملتها ٣٧١٧٥٥٠٠٠ جنيه. وتكون صافي القيمة الحالية للتدفقات النقدية المنتظرة ١٤٨٠١٠٠٠ جنيه، تمثل زيادة القيمة الحالية للتدفقات الواردة المنتظرة عن تلك الصادرة المنتظرة. وهذا يعد مؤشراً كافياً لاتخاذ قرار قبول تنفيذ المشروع في ظل معدل الخصم المستخدم على أساس أنه المعدل المناسب.

جدول (٩/١)
القيمة الحالية للتدفقات النقدية المنتظرة
لمشروع الشركة العربية المناهمة
(المبالغ بالمليون جنيه والفواصل كسرية)

السنة	قيمة التدفقات		معامل الخصم	القيمة الحالية للتدفقات		صافي القيمة
	الصادرة سالبة	الواردة موجبة		الصادرة سالبة	الواردة موجبة	الحالية (تراكمية) (سالبة)
[١]	[٢]	[٣]	[٤]	[٥]	[٦]	[٧]
بداية صفر	٧٥	—	١,٠٠٠	٧٥,٠٠٠	—	(٧٥،٠٠٠)
منتصف صفر	٥٠	—	-,٩٣٠	٤٦,٥٠٠	—	(١٢١,٥٠٠)
نهاية صفر	٧٥	—	-,٨٧٠	٦٥,٢٥٠	—	(١٨٦,٧٥٠)
نهاية ١	٣٠	٦٠	-,٧٥٦	٢٢,٦٨٠	٤٥,٣٦٠	(١٦٤,٠٧٠)
٢	٣٥	٧٠	-,٦٥٨	٢٣,٠٣٠	٤٦,٠٦٠	(١٤١,٠٤٠)
٣	٤٠	٨٠	-,٥٧٢	٢٢,٨٨٠	٤٥,٧٦٠	(١١٨,١٦٠)
٤	٤٥	٩٠	-,٤٩٧	٢٢,٣٦٥	٤٤,٧٣٠	(٩٥,٧٩٥)
٥	٥٠	١٠٠	-,٤٣٢	٢١,٦٠٠	٤٣,٢٠٠	(٧٤,١٩٥)
٦	٥٠	١٠٤	-,٣٧٦	١٨,٨٠٠	٣٩,١٠٤	(٥٣,٨٩١)
٧	٥٠	١٠٤	-,٣٢٧	١٦,٣٥٠	٣٤,٠٠٨	(٣٦,٤٣٣)
٨	٥٠	١٠٤	-,٢٨٤	١٤,٢٠٠	٢٩,٥٣٦	(٢٠,٨٩٧)
٩	٥٠	١٠٤	-,٢٤٧	١٢,٣٥٠	٢٥,٦٨٨	(٧,٥٥٩)
١٠	٥٠	١٥٤	-,٢١٥	١٠,٧٥٠	٣٣,١١٠	١٤,٨٠١
المجموع وصافي التدفقات				٣٧١,٧٥٥	٣٨٦,٥٥٦	١٤,٨٠١

هذا ويلاحظ من الجدول ما يلي:

١ ـ أن السنة صفر ليس فيها تدفقات واردة، حيث هي سنة تنفيذ المشروع، والقيمة الحالية للتدفقات الصادرة في بدايتها تساوي قيمة التدفقات نفسها (٧٥ مليون جنيه)، والقيمة الحالية للتدفقات المنتظرة في منتصفها مخصومة لمدة نصف سنة (لمدة فترة على أساس $\frac{١}{٢}$ ٧٪).

٢ ـ تبدأ التدفقات الواردة اعتباراً من نهاية السنة (١) وهي تمثل السنة الثانية من تاريخ اتخاذ قرار الانفاق الرأسمالي.

٣ ـ القيم الواردة في كل من العمودين [٢]، [٣] هي كما سبق حسابها.

٤ ـ القيم الواردة في العمود [٤] من جدول القيمة الحالية لدفعة واحدة يتم الحصول عليها في نهاية الفترة بمعدل ١٥٪ سنوياً، أي العمود الذي يقع على قمته ١٥٪ من جداول القيمة الحالية لدفعة وحيدة [ق ح = $\frac{١}{(١ + ر)^{ن}}$]، حيث ر هي معدل الخصم، ن عدد الفترات.

٥ ـ العمود [٥] يمثل حاصل ضرب العمود [٢] في العمود [٤]، ويعطي القيمة الحالية للتدفقات النقدية الصادرة لكل سنة من سنوات عمر المشروع بالاضافة إلى القيمة الحالية للتكلفة الرأسمالية للمشروع ورأس المال العامل الدائم في السنة صفر.

٦ ـ العمود [٦] يمثل حاصل ضرب العمود [٣] في العمود [٤] ويعطي القيمة الحالية للتدفقات النقدية الواردة لكل سنة من سنوات عمر المشروع (بفرض أن كل التدفقات فيما عدا التكلفة الرأسمالية تحدث دفعة واحدة في نهاية السنة).

٧ ـ العمود [٧] يمثل المجموع التراكمي لمحصلة القيمة الحالية للتدفقات النقدية الصادرة (العمود [٥]) والتدفقات النقدية الواردة (العمود [٦]). والأقواس تعنى أن التدفقات صادرة، أي سالبة.

٨ ـ يتضح من السطر الأخير من الجدول (المجموع وصافي التدفقات)، أن

صافي القيمة الحالية للتدفقات النقدية موجباً ويمثل الفرق بين مجموع العمود [٦] ومجموع العمود [٥].

٩ ـ من الممكن ايجاد القيمة الحالية لصافي التدفقات بدلاً من ايجاد القيمة الحالية للتدفقات الواردة والصادرة بصفة اجمالية وايجاد الفرق بينها، ويؤدي ذلك إلى الوصول إلى نفس النتائج بمجهودات أقل. ويتضح ذلك من الجدول (٩/٢).

جدول (٩/٢)

القيمة الحالية لصافي التدفقات النقدية

لمشروع الشركة العربية المساهمة

(المبالغ بالمليون جنيه والفواصل كسرية)

السنة	قيمة التدفقات			معامل الخصم	القيمة الحالية لصافي التدفقات	
	الصادرة (سالبة)	الواردة موجبة	الصافي (سالبة)		السنوية (سالبة)	التراكمية (سالبة)
بداية صفر	٧٥	–	(٧٥)	١,٠٠٠	(٧٥,٠٠٠)	(٧٥,٠٠٠)
منتصف صفر	٥٠	–	(٥٠)	-,٩٣٠	(٤٦,٥٠٠)	(١٢١,٥٠٠)
نهاية صفر	٧٥	–	(٧٥)	-,٨٧٠	(٦٥،٢٥٠)	(١٨٦,٧٥٠)
نهاية ١	٣٠	٦٠	٣٠	-,٧٥٦	٢٢,٦٨٠	(١٦٤,٠٧٠)
٢	٣٥	٧٠	٣٥	-,٦٥٨	٢٣,٠٣٠	(١٤١,٠٤٠)
٣	٤٠	٨٠	٤٠	-,٥٧٢	٢٢,٨٨٠	(١١٨,١٦٠)
٤	٤٥	٩٠	٤٥	-,٤٩٧	٢٢,٣٦٥	(٩٥,٧٩٥)
٥	٥٠	١٠٠	٥٠	-,٤٣٢	٢١,٦٠٠	(٧٤,١٩٥)
٦	٥٠	١٠٤	٥٤	-,٣٧٦	٢٠,٣٠٤	(٥٣،٨٩١)
٧	٥٠	١٠٤	٥٤	-,٣٢٧	١٧,٦٥٨	(٣٦,٢٣٣)
٨	٥٠	١٠٤	٥٤	-,٢٨٤	١٥,٣٣٦	(٢٠,٨٩٧)
٩	٥٠	١٠٤	٥٤	-,٢٤٧	١٣,٣٣٨	(٧,٥٥٩)
١٠	٥٠	١٥٤	١٠٤	-,٢١٥	٢٢,٣٦٠	١٤,٨٠١
القيمة الحالية لصافي التدفقات النقدية					١٤,٨٠١	١٤,٨٠١

ويتضح من الجدول (٢/٩) أن **القيمة الحالية لصافي التدفقات النقدية** تتساوى مع **صافي القيمة الحالية** للتدفقات النقدية الواردة في الجدول (١/٩). إلا أن طريق العرض في الجدول (٢/٩) بالإضافة إلى أنها أقل عناءً وتكلفةً، فإنها تظهر معلومات مفيدة فيما يختص بصافي التدفقات النقدية السنوية وأثرها على الرصيد المتبقي من القيمة الحالية للتدفقات الرأسمالية (السالبة) الصادرة عند تنفيذ المشروع. فعند إنتهاء تنفيذ المشروع (إنتهاء السنة صفر) تصبح القيمة الحالية للتدفقات النقدية الصادرة لهذا الغرض (والتي يطلق عليها **الاستثمار المبدئي**) ١٨٦,٧٥ مليون جنيه. وعند انتهاء السنة الأولى من الحياة الإنتاجية للمشروع يُسترد من هذه القيمة مبلغ ٢٢,٦٨ مليون جنيه عن طريق زيادة التدفقات الواردة عن التدفقات الصادرة (التي تبلغ ٣٠ مليون جنيه) بعد خصمها بنفس معدل الخصم (١٥٪)، وبالنسبة للسنة الثانية فإن ما يسترد من الرصيد المتبقي من السنة الأولى يبلغ ٢٣,٠٣ مليون جنيه، . . . وهكذا.

ويجب أن نتنبه إلى أن نموذج صافي القيمة الحالية يقوم على افتراض تحقيق عائد على رصيد الاستثمار المبدئي بمعدل متوسط يساوي سعر الخصم، ويؤدي بالإضافة إلى استرداد الاستثمار المبدئي على مدار حياة المشروع، لو تساوت القيمة الحالية للتدفقات الواردة مع القيمة الحالية للتدفقات الصادرة، أي لو بلغت صافي القيمة الحالية للتدفقات (أو القيمة الحالية لصافي التدفقات) الصفر. لاحظ أن مثال الشركة العربية فيه التدفقات غير منتظمة وبالتالي لا يمكن متابعة ذلك بسهولة.

ولهذا الغرض نفترض المثال التالي: افترض مشروعاً معروضاً للبيع اليوم بمبلغ ٣٣٥٢٠ جنيه وتقدر صافي تدفقاته النقدية ١٠٠٠٠ جنيه سنوياً لمدة خمس سنوات (أي زيادة التدفقات الواردة عن الصادرة)، وذلك طبعاً بخلاف الاستثمار المبدئي، وأن سعر الخصم المناسب هو ١٥٪. وبناءً على هذه المعلومات، وباستخدام جداول القيمة الحالية لدفعة دورية لمدى خمس سنوات بمعدل ١٥٪ نجد:

الاستثمار المبدئي (معطى) . . . . . (٣٣٥٢٠) جنيه.
القيمة الحالية لصافي التدفقات الدورية (١٠٠٠٠ × ٣,٣٥٢) ٣٣٥٢٠ جنيه.

صافي القيمة الحالية للتدفقات النقدية للمشروع صفر

هذا ويوضح الجدول (٣/٩) كيف أن مبلغ الـ ١٠٠٠٠ جنيه التي تمثل زيادة التدفقات الدوزية الواردة عن الصادرة سنوياً تكفي لتحقيق معدل عائد على الاستثمار المبدئي يبلغ ١٥٪ سنوياً، واسترداد قيمة الاستثمار المبدئي على مدار ٥ سنوات.

جدول (٣/٩)
نموذج صافي القيمة الحالية ومعدل العائد والاستثمار المبدئي

السنة	صافي التدفقات الواردة جنيه	رصيد الاستثمار المبدئي جنيه	العائد على رصيد الاستثمار ١٥٪ جنيه	القيمة المستردة من الاستثمار جنيه
١	١٠٠٠٠	٣٣٥٢٠,٠٠٠	٥٠٢٨,٠٠٠	٤٩٧٢,٠٠٠
٢	١٠٠٠٠	٢٨٥٤٨,٠٠٠	٤٢٨٢,٢٠٠	٥٧١٧,٨٠٠
٣	١٠٠٠٠	٢٢٨٣٠,٢٠٠	٣٤٢٤,٥٣٠	٦٥٧٥,٤٧٠
٤	١٠٠٠٠	١٦٢٥٤,٧٣٠	٢٤٣٨,٢١٠	٧٥٦١,٧٩٠
٥	١٠٠٠٠	٨٦٩٢,٩٤٠	١٣٠٧,٠٦٠	٨٦٩٢,٩٤٠
	٥٠٠٠٠	صفر	١٦٤٨٠,٠٠٠	٣٣٥٢٠,٠٠٠

ولعله من الواضح من الجدول (٣/٩) أن استخدام معدل خصم معين (١٥٪ في المثال) لايجاد صافي القيمة الحالية، يعني في ظل نموذج صافي القيمة

الحالية، أن الرصيد غير المسترد من التكلفة الرأسمالية (الاستثمار المبدئي) في بداية سنة معينة سوف يحقق عائداً يساوي معدل الخصم تلك السنة. كما أنه إذا تساوت القيمة الحالية للتدفقات الواردة مع القيمة الحالية للتدفقات الصادرة، بما في ذلك الاستثمار المبدئي وهو الأمر الذي يعني أن صافي القيمة الحالية تساوي صفراً - فإنه بالاضافة إلى تحقق العائد على رصيد الاستثمار المبدئي بمعدل الخصم المستخدم، فإن التدفقات الواردة سوف تمكن أيضاً من استرداد الاستثمار المبدئي على مدار الحياة الانتاجية المقدرة للمشروع. ولذلك فإن صافي القيمة الحالية للتدفقات النقدية تعتبر مؤشراً مفيداً في اتخاذ القرارات الرأسمالية ما دام معدل الخصم المستخدم يمثل العائد المستهدف من فعل تخصيص الموارد الحقيقية لمشروع معين.

٤ - ١ - ٢ - افتراضات النموذج، وترتيب البدائل، والرقم القياسي للقيمة الحالية لصافي التدفقات النقدية:

لا شك في أن نتائج النموذج تتأثر بالبيانات والمعلومات الخاصة بمقادير التدفقات الواردة والصادرة وتوقيتها ومدى ملائمة سعر الخصم المستخدم. فما لم تكن البيانات والمعلومات دقيقة لدرجة التأكد مع بقاء العوامل الأخرى على حالها فإن اتخاذ قرار بتخصيص موارد رأسمالية لمشروع معين تبلغ صافي تدفقاته الصفر على أساس هذه المعلومات قد يكون غير سليماً. بمعنى أنه إذا اختلفت مقادير التدفقات الفعلية، أو توقيتها، عما كان متوقعاً عند حساب صافي القيمة الحالية كأساس لاتخاذ القرار، فإن صافي القيمة الحالية للتدفقات الفعلية سوف تختلف عما كان متوقعاً بما قد يؤدي إلى عدم تحقق العائد المستهدف من تخصيص الموارد. وبالتالي فالنموذج يفترض التأكد التام، أو أن تؤخذ عوامل عدم التأكد في الاعتبار برفع سعر الخصم المستخدم (بعلاوة خطر) بنسبة معينة، كأن يستخدم سعر الخصم الذي يمثل العائد المستهدف مضافاً إليه ٢٠٪ أو ٣٠٪ كعلاوة خطر. ففي مثالنا السابق إذا كان سعر الخصم في ظل التأكد التام، أو الحد الأدنى للعائد المستهدف هو ١٥٪، فإن سعر الخصم الذي يستخدم لايجاد

صافي القيمة الحالية يبلغ ١٨٪ أو ١٩,٥٪ على حسب كون علاوة الخطر المقدرة ٢٠٪ أو ٣٠٪.

ولذلك فإذا تعددت البدائل المتاحة للاختيار من بينها، فإنه ولا شك في أن ما يحقق منها قيمة موجبة لصافي القيمة الحالية يعتبر أكثر تفضيلاً عن تلك التي تحقق صافي قيمة حالية مساوية للصفر، حتى ولو على أساس معدل الخصم المعدل لظروف عدم التأكد والمخاطرة. غير أن صافي القيمة الحالية كمقدار مطلق لا يمكن الاعتماد عليه للاختيار بين البدائل التي تحقق قيمة موجبة لهذا الصافي. فالأمر يتوقف بالاضافة على مقدار الاستثمار المبدئي في كل بديل والمدى الزمني الذي يكفل فيه كل بديل استرداد قيمته من تدفقاته وتحقيق العائد المتوقع عليه.

ولعل ما نطلق عليه **الرقم القياسي للقيمة الحالية** يفيد في ترتيب البدائل والاختيار من بينها، آخذاً في الاعتبار هذه العوامل، وسوف نعرف الرقم القياسي للقيمة الحالية بأنه صافي القيمة الحالية للتدفقات النقدية الخاصة بمشروع معين منسوبة إلى القيمة الحالية لتكلفة المشروع الرأسمالية كنسبة مئوية. فالرقم القياسي لمشروع الشركة العربية مثلاً يكون كالآتي:

أ ـ صافي القيمة الحالية للتدفقات النقدية ١٤,٨ مليون جنيه (تقريباً)

ب ـ صافي القيمة الحالية للتكلفة الرأسمالية ١٨٦,٧ مليون جنيه (تقريباً)

الرقم القياسي للقيمة الحالية (ر ق ح) = $\frac{أ}{ب} \times ١٠٠ = \frac{١٤,٨}{١٨٦,٧}$

$\times ١٠٠ = ٧,٩٢٧٪$

وهو يمثل في الواقع محصلة الفروق التجميعية بين سعر الخصم الفعال الذي كان يؤدي إلى صافي قيمة حالية مساوية للصفر وسعر الخصم المستخدم في ايجاد صافي القيمة الحالية. لاحظ أن الفرق بين السعرين لا يساوي الرقم القياسي، ذلك لأن الرقم القياسي هو نتاج محصلة كل التدفقات على مدى حياة المشروع بعد خصمها بسعر الخصم المستخدم منسوباً إلى القيمة الحالية للتكلفة الرأسمالية

في بداية تشغيل المشروع. وهو بهذا المفهوم لا شك يفيد في المفاضلة بين بدائل المشروعات المتاحة لتحقيق هدف معين.

فلو افترضنا مثلاً أن الفنون التقنية التي كانت متاحة للشركة العربية المساهمة للقيام بالمشروع وإنتاج نفس الحجم من الإنتاج بنفس المواصفات والمعدلات السنوية ولنفس المدى الزمني، مع انحصار الاختلافات في التكلفة المتغيرة للانتاج والتكلفة الرأسمالية للمشروع، قد بلغت ستة فنون إنتاجية متباينة. ولنفرض أننا قمنا بحساب القيمة الحالية لصافي التدفقات الخاصة بكل بديل من البدائل الستة بنفس سعر الخصم المقبول من الجهة الراغبة في التخصيص، ووجدنا الآتي:

البديل	١	٢	٣	٤	٥	٦
صافي القيمة الحالية للتدفقات (مليون)	١٤,٨	١٦,٢	٢٥,٣	١٢,٨	٦,٥	١٨,٠
القيمة الحالية للتكلفة الرأسمالية (مليون)	١٨٦,٧	٢٠٥,٤	٣٠٢,٥	١٤٠,٣	٨٥,٢	٢٠٧,٠

فإن حساب الرقم القياسي لصافي القيمة الحالية لكل من هذه البدائل ينتج:

البديل	١	٢	٣	٤	٥	٦
الرقم القياسي (٪)	٧,٩٢٧	٧,٨٨	٨,٢٦	٩,١٢	٧,٦٣	٨,٧
ترتيب البدائل	الرابع	الخامس	الثالث	الأول	السادس	الثاني

ومن الواضح أن البديل الرابع هو الأول في الترتيب. فهو يحقق نفس الأهداف بتكلفة رأسمالية أقل عن البديل الأول مثلاً (وهو الرابع في الترتيب)، وذلك رغم انخفاض صافي القيمة الحالية لتدفقاته عن صافي القيمة الحالية لتدفقات الأول. غير أن معدل الانخفاض في صافي التدفقات (٢ مليون ÷ ١٤,٨) والذي يبلغ ١٣,٥٪ تقريباً يقل كثيراً عن معدل الانخفاض في التكلفة

الرأسمالية (٤٦,٤ مليون ÷ ١٨٦,٧) والذي بلغ ٢٤,٩٪ تقريباً.

وتأسيساً على ما تقدم يمكن القول أن الرقم القياسي لصافي القيمة الحالية يفيد في ترتيب البدائل والاختيار من بينها. ذلك بالطبع ما لم يكن هناك قيوداً معينة على الموارد المتاحة، وما لم يكن هناك عوامل أخرى مؤثرة في اتخاذ القرار لا يمكن ترجمتها الى تدفقات نقدية، كأمان استخدام الفن التقني المعين مثلاً، ومدى تقدمة، ومدى توافر الامكانيات المحلية لتشغيله، ومدى تأثيره على البيئة، وما إلى ذلك من عوامل تعتبر من بنود التكاليف أو المزايا الاجتماعية التي لا يمكن قياسها نقداً.

٤ ـ ٢ ـ معدل العائد الداخلي كمقياس للجدوى:

معدل العائد الداخلي هو ذلك المعدل الذي يؤدي باستخدامه كمعدل للخصم الى تساوي القيمة الحالية للتدفقات النقدية المنتظر ورودها مع القيمة الحالية للتدفقات النقدية المنتظر صدورها، ومن ثم صافي قيمة حالية مساوية للصفر. ومعدل العائد الداخلي بذلك هو معدل غير معروف مقدماً، وإنما هو المجهول الذي يؤدي تحقيق ما تقدم. وتختلف طريقة حسابه طبقاً لانتظام أو عدم انتظام التدفقات النقدية على مدى الفترة الزمنية التي تغطيها. فإذا كانت التدفقات منتظمة فإنه يمكن حسابه عن طريق حساب معامل القيمة الحالية للدفعة الدورية المنتظمة ثم البحث في جداول القيمة الحالية لدفعة دورية منتظمة عن معدل الخصم الذي يعطي هذا المعامل للعدد المعين من الفترات. أما إذا لم تكن التدفقات منتظمة فلا بد لحسابه من الإلتجاء إلى التجربة والخطأ.

٤-٢-١ معدل العائد الداخلي للتدفقات المنتظمة:

يتم حساب معدل العائد للتدفقات المنتظمة طبقاً للخطوات التالية:

١ ـ نقوم بقسمة الاستثمار المبدئي (الاستثمار الرأسمالي) للمشروع على صافي

التدفقات النقدية السنوية لنحصل على معامل القيمة الحالية (المعامل الذي إذا ضرب في مقدار التدفقات يعطي القيمة الحالية لها). فمن المثال الوارد في الجدول رقم (٣/٩) الوارد في نهاية التفريعة ٤ ـ ١ ـ ١ ـ ٢ نجد أن صافي التدفقات السنوية منتظمة وتبلغ ١٠٠٠٠ جنيه سنوياً لمدة خمس سنوات وأن الاستثمار المبدئي، أو التكلفة الرأسمالية، اللازمة لإدرار هذه التدفقات الصافية تبلغ ٣٣٥٢٠ جنيه، وبذلك يكون:

$$\text{معامل القيمة الحالية لهذه المعلومات} = \frac{٣٣٥٢٠}{١٠٠٠٠} = ٣,٣٥٢$$

٢ ـ نبحث في جدول القيمة الحالية (لدفعة دورية منتظمة) في الصف الذي يوافق عدد مرات التدفقات الدورية المنتظمة (العمر الإنتاجي المقدر للأصل الرأسمالي) عن الرقم الذي يساوي معامل القيمة الحالية الناتج عن الخطوة السابقة. فإذا وجد رقماً مطابقاً في عمود معين من الجدول، فإن معدل الخصم الواقع في قمة هذا العمود هو معدل العائد الداخلي الذي نبحث عنه. أما إذا وجد أن معامل القيمة الحالية يقع بين رقمين في عمودين متجاورين ففي هذه الحالة لا مفر من التقريب الخطى لمتوسط الفروق لايجاد معدل الخصم المطلوب.

وفي المثال الوارد في الجدول (٣/٩) حيث معامل القيمة الحالية السابق حسابه في الخطوة السابقة هو ٣,٣٥٢، فإننا بالبحث في جدول القيمة الحالية لدفعة دورية منتظمة في الصف الخامس نجد أن هذا المعامل يقع في العمود الذي يعتليه معدل خصم ١٥٪، وبالتالي يكون معدل العائد الداخلي للمشروع الوارد في المثال ١٥٪. لاحظ أن المثال الوارد في الجدول (٣/٩) كانت صافي القيمة الحالية لتدفقاته النقدية مساوية للصفر.

أما إذا افترضنا مثلاً مشروعاً معيناً ينتظر أن يدر تدفقاً نقدياً صافياً يبلغ ١٥٠٠٠ جنيه لمدة خمس سنوات بينما يتطلب القيام به تكلفة رأسمالية (استثماراً مبدئياً) يبلغ ٤٥٠٠٠ جنيه، فإن معامل القيمة الحالية المحسوب طبقاً للخطوة

الأولى يبلغ (٤٥٠٠٠ ÷ ١٥٠٠٠) = ٣,-. وبالنظر في الجدول نجد أن هذا المعامل يقع بين الرقم ٣,١٢٧ المقابل لمعدل خصم ١٨٪ والرقم ٢,٩٩١ والمقابل لمعدل خصم يبلغ ٢٠٪. وهذا يعني أن المعدل المطلوب يقع بين هذين المعدلين. ولايجاده (بافتراض علاقة خطية بين معامل القيمة الحالية ومعدلات الخصم على هذا المدى المحدود) نقوم بالآتي:

- نوجد الفرق بين معاملي القيمة الحالية، أي:

٣,١٢٧ - ٢,٩٩١ = ١٣٦,-

- نوجد معدل الخصم المطلوب باستخدام أحد المعادلتين الآتيتين:

[١] المعدل المطلوب = المعدل الأصغر +

(الفرق بين معامل القيمة الحالية للمعدل الأصغر والمعامل المحسوب للمشروع / الفرق بين معاملي القيمة الحالية

× الفرق بين المعدل الأكبر والمعدل الأصغر)

أو [٢] المعدل المطلوب = المعدل الأكبر -

(الفرق بين معامل القيمة الحالية للمعدل الأكبر والمعامل المحسوب للمشروع / الفرق بين معاملي القيمة الحالية

× الفرق بين المعدل الأكبر والمعدل الأصفر)

- ويكون ذلك لمثالنا الجاري:

[١] المعدل المطلوب (معدل العائد الداخلي)

$$= ١٨٪ + [(\frac{٣,١٢٧ - ٣,-}{-,١٣٦}) \times ٢٪] = ١٩,٨٦٧٪ \text{ (تقريباً)}$$

أو [٢] المعدل المطلوب (معدل العائد الداخلي)

$$= ٢٠ - \left[\left(\frac{٣,٠٠٠ - ٢,٩٩١}{-,١٣٦}\right) \times ٪٢\right] = ٪١٩,٨٦٧$$ تقريباً

وهذا يعني أن معدل العائد الداخلي لهذا المشروع يبلغ ١٩,٨٦٧٪ سنوياً، بمعنى أنه يدر عائداً على الاستثمار المبدئي يبلغ هذا المعدل سنوياً، بالاضافة إلى استرداد قيمة الاستثمار المبدئي على مدار حياة المشروع. وهذا المعدل هو الذي يجعل صافي القيمة الحالية للتدفقات النقدية مساوياً للصفر.

٤ ـ ٢ ـ ٢ ـ التدفقات غير المنتظمة:

عادة ما تكون التدفقات النقدية المنتظر ورودها وتلك المنتظر صدورها غير منتظمة، وخاصة في المشروعات الجديدة، أو عندما تكون هناك تدفقات إضافية متوقعة في نهاية حياة المشروع عن الخردة، أو عن وفورات ضريبية، وما إلى ذلك من العوامل، كما تبين لنا من مثال مشروع الشركة العربية المساهمة، وفي هذه الحالة لا بد من الالتجاء للتجربة والخطأ للبحث عن معدل الخصم الذي يؤدي إلى أن تصبح القيمة الحالية لصافي التدفقات (أو صافي القيمة الحالية للتدفقات) مساوية للصفر.

ففي مثال الشركة العربية المساهمة بلغ معدل الخصم الذي أنتج صافي قيمة حالية تزيد عن الصفر (تساوي ١٤٨٠١٠٠٠ جنيه) ١٥٪. وحيث تنخفض القيمة الحالية كلما ارتفع معدل الخصم، فإنه يتم اختيار معدل أعلى وليكن ١٧٪ مثلاً لإيجاد صافي القيمة الحالية على أساسه، فإذا نتج عنه صافي قيمة حالية موجبة نختار معدلاً أعلى، أما إذا نتج عنه قيمة سالبة فنبحث عن معدل أقل من ١٧٪ وأكبر من ١٥٪. أما إذا بلغت صافي القيمة الحالية لصافي التدفقات الصفر، فنكون من المحظوظين.

هذا ولو كانت هذه العملية تبدو مرهقة ومكلفة للقيام بها يدوياً، وخاصة في شأن دراسة جدوى المشروعات الكبيرة، فإن الحاسبات الآلية والبرامج الجاهزة

لحساب معدل العائد الداخلي لأي نوع من التدفقات المنتظمة أو غير المنتظمة، جعل هذه المهمة يسيرة وسريعة ودقيقة.

٤ ـ ٢ ـ ٣ ـ معدل العائد الداخلي وجدوى المشروعات والاختيار بين البدائل:

لا شك في أن معدل العائد الداخلي يعتبر مقياساً أكثر تفضيلاً لجدوى المشروعات عن صافي القيمة الحالية للتدفقات النقدية والرقم القياسي لها. ذلك أن معدل العائد الداخلي يكفل تجزئة الفروق التجميعية الناتجة عن معدل الخصم الفعال، والذي يعادل معدل العائد الداخلي في هذه الحالة، ومعدل الخصم المستخدم في إيجاد صافي القيمة الحالية، على أساس دوري ملائم يمكن من قياس ربحية كل بديل قياساً أكثر دقة. وبالتالي فالبديل الذي يحقق معدل عائد داخلي أكبر من البدائل الأخرى يعتبر لا شك أفضلها بصرف النظر عن التكلفة الرأسمالية له، ما دامت العوامل الأخرى البيئية والاجتماعية غير مؤثرة في الاختيار.

غير أن معدل العائد الداخلي، مثله في ذلك مثل نموذج صافي القيمة الحالية للتدفقات النقدية يقوم على نفس الافتراضات فيما يختص بالتأكد التام في شأن مقادير التدفقات وتزامنها وعدد الفترات الزمنية المتوقع حدوثها على مدارها. ومن ثم فأية فروق في التدفقات الفعلية أو في توقيتاتها قد يؤدي إلى عدم تحقق معدل العائد المرغوب.

وعلى كل حال فإن نموذج معدل العائد الداخلي يعتبر حالة خاصة من نموذج صافي القيمة الحالية للتدفقات النقدية، حيث يبلغ فيه هذا الصافي الصفر.

٤ ـ ٣ ـ عدم التأكد ونموذج صافي القيمة الحالية:

يمكن تفيئة المعلومات الذي يقوم عليها نموذج صافي القيمة الحالية إلى فئتين: فئة المعلومات المؤكدة، أو التي تكون درجة الثقة فيها كبيرة بحيث يمكن اعتبارها مؤكدة، وفئة المعلومات غير المؤكدة. وتنطوي الفئة الأولى عادة على التكلفة الرأسمالية للمشروع، بما في ذلك رأس المال العامل الدائم، حيث التكلفة

الرأسمالية عادة ما تكون محصلة عطاءات موردين للآلات والمعدات أو شركات متخصصة في انشاء المشروعات تسليم المفتاح ومن ثم فهي تعتبر من قبيل المعلومات المؤكدة. كذلك فإن تقدير رأس المال العامل الدائم من واقع المواصفات الفنية للتشغيل وحجم الانتاج المقدر، ودراسة بيئة التشغيل المحيطة عادة ما يكون على درجة كافية من الدقة بحيث يمكن اعتباره من المعلومات المؤكدة.

أما فئة المعلومات غير المؤكدة فهي تتعلق في معظمها بالتدفقات الدورية الداخلة والصادرة التي عادة ما يتم التنبؤ بها لمدى العمر الانتاجي المقدر للمشروع والذي قد يمتد أو يزيد في كثير من الأحيان عن عشر سنوات. ولا شك أن هذا التنبؤ يكون محاطاً إما بظروف عدم التأكد في كثير من الأحيان وبظروف المخاطرة في بعض الأحيان. فالمتغيرات والعوامل التي يعتد بها لأغراض التنبؤ قد تتأثر عندما يصبح التنبؤ حقيقة بمتغيرات أو ظروف أو عوامل مستجدة لم تكن متوقعة. ويصبح هذا الأمر أكثر احتمالاً في ظل الظروف التقنية التي نعايشها والتي تتصف بسرعة التغير وأهمية التأثير في معايير التفضيل، وإرداء المشروعات الجديدة متقادمة في مدى قصير. وعلى كل حال يمكننا القول في شأن هذه الفئة من المعلومات أنها بدورها تنقسم إلى فئتين جزئيتين: معلومات إحتمالية غير مؤكدة، ومعلومات لا يمكن تحديد التوزيع الاحتمالي لها (أي أنها تقديرات في ظل المخاطرة، أي عفوية أو عشوائية تماماً).

وبالنسبة للمعلومات الإحتمالية فيمكن التعامل مع عوامل عدم التأكد فيها بالاعتماد على توزيعاتها الإحتمالية بدلاً من الاعتماد على قيمة فريدة لكل معلومة منها. أما المعلومات العشوائية فيجب استبعادها. ولعل موضوع القيمة المتوقعة للمعلومات الاحتمالية يتطلب حيزاً مستقلاً، ويستدعي ضرورة دراسة حساسية النموذج لاختلاف القيم المتوقعة لها.

٥ ـ التوسع في مشروعات قائمة:

لا تختلف دراسة جدوى التوسع في مشروعات قائمة، مع بقاء العوامل

الأخرى على حالها، عن دراسة جدوى تخصيص موارد حقيقية للمشروعات الجديدة. فإضافة خط انتاجي جديد، أو إضافة عملية أو مرحلة جديدة للتقدم بتصنيع المنتج نحو تحوله إلى إنتاج نهائي (كإضافة مشروع للنسيج لمشروع قائم للغزل)، أو إضافة عملية أو مرحلة سابقة للعمليات أو المراحل الموجودة كبديل عن شراء المستلزمات من السوق، كل هذه وغيرها تعتبر من سبل التوسع في مشروعات قائمة بما يستدعي ضرورة تخصيص موارد حقيقية لها لقيام هذا التوسع المنشود. ويلزم بالطبع معرفة التكلفة الرأسمالية للتوسعات المنشودة ومقدار ومسلك التدفقات الناتجة عنها، والأهداف المرغوب تحقيقها منها، ثم استخدام نموذج القيمة الحالية، أو معدل العائد الداخلي للتعرف على جدوى هذه التوسعات.

غير أن هذه الفصيلة من القرارات التخصيصية تتميز عن سابقتها التي تختص بمشروعات جديدة بتوافر معلومات إضافية ناتجة عن الخبرة السابقة قد تكون مفيدة من ناحية، كما أنها من ناحية أخرى عادة ما يكون لها علاقات تداخل بقرارات تخصيص سابقة ومن ثم قد تؤثر في نتائجها التي ما زالت مستمرة. فإضافة عملية أو مرحلة سابقة للعمليات أو المراحل الحالية مثلاً يكون الهدف منه من ناحية استكمال خط التصنيع وصناعة مستلزمات المراحل الحالية بدلاً من شرائها. وعادة ما تكون مستلزمات المراحل الحالية معروفة وسعر شراء المستلزمات معروف ومن ثم تصبح التدفقات الواردة في حكم المؤكدة. كما أن إضافة مثل هذه العملية أو المرحلة قد يؤدي إلى إمكانية التحكم في مواصفات انتاجها بما يؤدي إلى زيادة انتاجية المراحل التالية، فربحيتها، إذا ظلت العوامل الأخرى على حالها. ولا شك - في مثل هذه الظروف - في أهمية ارجاع كل الآثار التي تترتب على هذه التوسعات اليها وقياس انعكاسها على التدفقات النقدية الواردة والصادرة عنها.

ويظل نموذج صافي القيمة الحالية للتدفقات النقدية، وحالته الخاصة بمعدل العائد الداخلي، أفضل النماذج لقياس وتقييم جدوى التوسع في مشروعات قائمة. ذلك مع امكانية القول أن مدى صدق ومن ثم الوثوق في المعلومات التي

تلزم للدراسة في هذه الحالة لا يتوقف على عوامل تنبؤية قد لا يمكن التحكم فيها أو السيطرة عليها فحسب، وإنما تتوقف أيضاً على كفاءة وموضوعية العامل البشري الذي يكون أحد المصادر الهامة لهذه المعلومات في مثل هذه الظروف. فعادة ما تميل الإدارة الى توفير تكامل احتياجاتها وتوسيع نطاق عملياتها لما يضفيه ذلك عليها من ميزات اجتماعية واقتصادية ورضا نفسي وإشباع للذات. ويترتب على ذلك في كثير من الأحيان مغالاة في تقديرات التدفقات الواردة عما يجب أن تكون عليه فعلاً وتدنية التدفقات الصادرة لأقل مما ينتظر أن تكون عليه فعلاً، رغبة من الإدارة في تحقيق أهدافها بإتمام التوسعات بصرف النظر عن حقيقة جدواها الاقتصادية. ويلزم بالطبع، حتى تكون دراسة الجدوى سليمة، التغلب على مثل هذه العوامل عن طريق محاولة توثيق معلومات الإدارة في شأن التدفقات المنتظرة بما يتوافر من معلومات اقتصادية عامة، ومعلومات خاصة بمشروعات مماثلة، بالاضافة إلى إمكانية رفع الحد الأدنى للعائد المطلوب بما يكفل تعويض الجزء الأكبر من هذه الفروق المقصودة في تقدير التدفقات.

٦ ـ الإحلال والتجديد:

تختلف دراسة جدوى الإحلال والتجديد، بالرغم من استمرار أفضلية نموذج صافي القيمة الحالية، عن دراسة جدوى المشروعات الجديدة، أو التوسع في مشروعات قائمة باضافة موارد رأسمالية جديدة، في أن الإحلال والتجديد يتطلب المفاضلة بين جدوى ما هو موجود، والتي تكون الرغبة في الإحلال والتجديد متعلقة به، وجدوى البديل الجديد المرغوب أن يحل محل ما هو موجود. بمعنى أنه إذا كانت الرغبة هي احلال خط انتاجي معين بخط انتاجي جديد، فإن جدوى هذه العملية تتطلب المفاضلة بين جدوى الخط الإنتاجي القائم فعلاً بما ينتظر أن يترتب عنه من تدفقات بجدوى الخط الجديد وما ينتظر أن يترتب عنه من تدفقات بفرض إحلاله محل الخط الإنتاجي الموجود. ولتوضيح الفكرة دعنا نفترض المثال التالي.

٦ - ١ - مثال.

بدأ يوسف أفندي أعماله منذ يومين في صناعة الأحذية الرياضية بآلة جديدة، اشتراها لهذا الغرض بناءً على المعلومات التالية:

١ - ثمن شراء الآلة وتركيبها وإعدادها للاستعمال ١٠٠٠٠٠ جنيه وقيمتها خردة بعد أربع سنوات من استخدامها في الانتاج ١٢٠٠٠ جنيه.

٢ - الطاقة الإنتاجية السنوية للآلة تبلغ ١٢٥٠٠ زوج أحذية يتوقع أن يستوعبها السوق بالكامل.

٣ - سعر البيع المقدر لزوج الأحذية في المتوسط ١٠ جنيه، وينتظر أن يستنفد تكلفة متغيرة تبلغ ٥ جنيه.

٤ - المصاريف الصناعية الثابتة بخلاف الأهلاك تقدر بمبلغ ١٥٠٠٠ جنيه سنوياً وينتظر إهلاك الآلة على أساس القسط الثابت على مدار ٤ سنوات، كما تقدر المصاريف البيعية الثابتة بمبلغ ١٦٠٠٠ جنيه.

هذا وفي اليوم الثالث قام الباشمهندس غندور بزيارة صديقه يوسف أفندي في المصنع. وبعد جولة قصيرة مع صديقه قال له الآتي:

يا يوسف أفندي أنا عارف إنك لن تأخذ كلامي هذا بمجمل الجد، ولكن أقوله على أي حال حتى لا يقال على أنني أبخل بالنصيحة الفنية على صديق غير فني، أنني أعرف أنه توجد حالياً بالأسواق آلة حديثة تستطيع أن تحقق لك نفس الحجم من الانتاج لمدة أربع سنوات، وتوفر لك ٣٠٪ من التكلفة المتغيرة لوحدة المنتج، وتكلفك في حالة معدة للتشغيل ٧٠٠٠٠ جنيه، وليس لها قيمة كخردة. ولكنك إذا أردت بيع آلتك هذه الآلة فلن تساوي أكثر من ٢٤٠٠٠ جنيه!

امتعض يوسف أفندي في البداية، وودع صديقه، وهرول إلى مكتبه حيث استعان بورقة وقلم، وقام باعداد «الحسبة» التالية: (لا تنسى أن يوسف أفندي حاصل على بكالوريس المحاسبة).

قائمة الدخل المقارنة للبديلين (بالجنيه)

	حالة الابقاء على الآلة الحالية	الفروق	حالة الحصول على الآلة الحديثة
أ ـ مبيعات السنوات الأربع [١]	٥٠٠٠٠٠	ـ	٥٠٠٠٠٠
ب ـ التكلفة المتغيرة للمبيعات [٢]	٢٥٠٠٠٠	(٧٥٠٠٠)	١٧٥٠٠٠
جـ ـ حصيلة الأرباح المباشرة[١]-[٢]	٢٥٠٠٠٠	٧٥٠٠٠	٣٢٥٠٠٠
يخصم:			
د ـ التكلفة الصناعية الثابتة	(٦٠٠٠٠)	ـ	(٦٠٠٠٠)
هـ ـ تكلفة الآلة الحالية	(١٠٠٠٠٠)	ـ	(١٠٠٠٠٠)
و ـ قيمة الآلة الجديدة	ـ	(٧٠٠٠٠)	(٧٠٠٠٠)
ز ـ المصاريف البيعية الثابتة	(٦٤٠٠٠)		(٦٤٠٠٠)
يضاف:			
ح ـ القيمة البيعية للآلة الحالية	١٢٠٠٠	١٢٠٠٠	٢٤٠٠٠
صافي ربح السنوات الأربع	٣٨٠٠٠	١٧٠٠٠	٥٥٠٠٠

هذا وقد كان يوسف أفندي مستهدفاً تحقيق أرباح متواضعة تبلغ في المتوسط ٩٪ على رأس المال المبدئي المستثمر في الآلة. وبعد هذه «الحسبة» قرر شراء الآلة الجديدة وبيع الآلة القديمة بمبلغ ٢٤٠٠٠ جنيه لتكون محصلة رأس مال المستثمر في المشروع بداية (١٠٠٠٠٠ + ٧٠٠٠٠ - ٢٤٠٠٠) ١٣٦٠٠٠ جنيه، وتزداد أرباحه المتوقعة بمبلغ ١٧٠٠٠ جنيه عن السنوات الأربع ويزداد معدل الأرباح في المتوسط إلى ما يقرب ١٠٪ سنوياً على رأس المال المستثمر في البداية. ويلاحظ ما يلي على «حسبة» يوسف أفندي.

١ ـ التغير في محصلة الأرباح المباشرة (جـ) يرجع إلى وفورات التكلفة المتغيرة.

٢ ـ التكلفة الصناعية الثابتة وكذا تكلفة الآلة الحالية لا تتغير في ظل كل من البديلين (د، هـ.).

٣ ـ قيمة الآلة الجديدة مستنفدة بالكامل من حصيلة الأرباح المباشرة للبديل الذي يخصها، ذلك لأن هذه القيمة لا تعد من قبيل التكاليف الثابتة ونحن بصدد إتخاذ قرار شرائها أو عدم شرائها، ويترتب على قرار شرائها تدفقات نقدية خارجة تعادل قيمتها.

٤ ـ المصاريف البيعية الثابتة مثلها في ذلك مثل التكلفة الصناعية الثابتة، مثلها في ذلك مثل تكلفة الآلة الحالية (د، هـ، ز) لا تؤثر في اتخاذ القرار لأنها لا تتغير في حالة اتخاذه عما كانت عليه في حالة عدم اتخاذه، ومن ثم فهي لا تؤثر عليه ولا تتأثر به.

٥ ـ القيمة البيعية للآلة الحالية (ح) تختلف باختلاف البديل، والعبرة هي بمقدار الاختلاف وليس بالقيمة الإجمالية، وهي تمثل تدفقات نقدية من المنتظر ورودها.

ولا شك أن هذا التحليل الذي اتخذ يوسف أفندي على أساسه قرار الإحلال قد أهمل القيمة الزمنية للنقود وتأثيرها على التدفقات النقدية الصادرة الواردة[1]. لاحظ أن العبرة بالفروق وليس بالقيم الإجمالية، وهو الأمر الذي ييسر من تطبيق نموذج القيمة الحالية، كالآتي:

١ ـ فوفورات تدفقات التكاليف الصناعية المتغيرة تبلغ ١٨٧٥٠ جنيه سنوياً لمدة أربع سنوات (المحصلة = ٧٥٠٠٠)، ومن ثم فهي منتظمة وتمثل قيمتها الحالية مقادير موجبة، لأن وفورات التدفقات الصادرة، تعادل التدفقات الواردة.

---

(١) لمثال مشابه ولتفاصيل كيفية احتساب القيمة الزمنية للنقود أنظر د. عبدالحي مرعي، **محاسبة التكاليف لأغراض التخطيط والرقابة** (بيروت، الدار الجامعية، ١٩٨٨)، ص ٤٠٦ ـ ٤١٤.

٢ ـ قيمة الآلة الجديدة دفعة واحدة حالَّة قيمتها الحالية تساوي مقدارها لأن معامل خصمها يساوي الوحدة.

٣ ـ تتحقق القيمة البيعية في حالة الإحلال حالا، وهي تمثل تدفقات واردة، ولكن عدم الإحلال يؤخر تحققها ٤ سنوات ويخفض من قيمتها الى النصف.

٤ ـ إذا تم شراء الآلة الجديدة وبيع الآلة القديمة فإن التدفقات الصادرة لشراء الآلة الجديدة يمكن اعتبارها متمثلة في الفرق بين القيمتين، أي: ٧٠٠٠٠ - ٢٤٠٠٠ = ٤٦٠٠٠ جنيه.

ويوضح الجدول (٤/٩) تطبيق نموذج صافي القيمة الحالية على هذا المثال على أساس معدل خصم ١٠٪.

جدول (٤/٩)
القيمة الحالية لصافي التدفقات النقدية لاحلال
آلة يوسف أفندي بالآلة الجديدة

البيــــان	معامل القيمة الحالية على أساس ١٠٪	القيمة الحالية	التدفقات السنوية			
السنة			١	٢	٣	٤
وفورات التكلفة	٣,١٧٠	٥٩٤٣٨	١٨٧٥٠	١٨٧٥٠	١٨٧٥٠	١٨٧٥٠
الخردة المفقودة	٠,٦٨٣	(٨١٩٦)				١٢٠٠٠
الإستثمار المبدئي	١,٠٠٠	(٤٦٠٠٠)				
صافي القيمة الحالية		٥٢٤٢				

ويلاحظ من الجدول (٤/٩) ما يلي:

١ - بالنسبة لوفورات التكلفة فقد استخدمنا معامل القيمة الحالية لدفعة دورية منتظمة لمدة أربع سنوات بمعدل خصم ١٠٪، واعتبرنا وفورات التكلفة بمثابة تدفقات واردة (الاقلال من التدفقات الصادرة). أما بالنسبة للخردة فلا شك أن بيع الآلة حالياً بمبلغ ٢٤٠٠٠ جنيه سوف يؤدي إلى تخفيض الاستثمار المبدئي في الآلة الجديدة من ٧٠٠٠٠ جنيه إلى ٤٦٠٠٠ جنيه، ولكن ذلك سوف يترتب عليه فقدان فرصة بيعها كخردة بعد ٤ سنوات بمبلغ ١٢٠٠٠ جنيه. ولذلك فقد خصمت القيمة (١٢٠٠٠) بمعامل دفعة واحدة يتم الحصول عليها في نهاية ٤ سنوات بمعدل ١٠٪، واعتبرت بمثابة تدفقات صادرة، حيث احتجاب ورود التدفق يعتبر بمثابة تدفق صادر.

٢ - يتضح أن نموذج صافي القيمة الحالية للتدفقات النقدية قد أيد قرار يوسف أفندي بالاحلال حيث بلغت صافي القيمة الحالية للتدفقات مقداراً موجباً وقدره ٥٢٤٢ جنيه على أساس معدل خصم ١٠٪، وهو معدل العائد الذي استهدفه يوسف أفندي عند اتخاذ قرار الإحلال. ولا شك أن معدل العائد الداخلي يزيد عن ذلك. فهو لهذا المثال يزيد قليلاً عن ١٤٪. ولكن لاحظ الفوارق الكبيرة بين محصلة الفروق في «حسبة» يوسف أفندي وصافي القيمة الحالية الناتجة عن نموذج صافي القيمة الحالية (من ١٧٠٠٠ إلى ٥٢٤٢). وهذا يشير إلى أنه كلما قلت محصلة الفروق الموجبة بطريقة الوفورات المضافة «حسبة يوسف أفندي» كلما كان هناك خطورة في الاعتماد عليها في اتخاذ القرار. فقد تكون الوفورات المضافة موجبة بينما صافي القيمة الحالية للتدفقات على أساس معدل العائد المرغوب سالباً. فإذا افترضنا في المثال بعالية أو وفورات التكلفة السنوية سوف تبلغ ١٦٢٥٠ جنيه مثلاً بدلاً من ١٨٧٥٠ جنيه، لأنتجت «حسبة يوسف أفندي» إضافة إلى أرباح السنوات الأربع بشراء الآلة الجديدة تبلغ ٧٠٠٠ جنيه (محصلة الفروق، حيث تصبح وفورات التكلفة ٦٥٠٠٠

جنيه وتظل القيمة البيعية للآلة الموجودة وقيمة الآلة الجديدة كما هي عليه). غير أن نموذج صافي القيمة الحالية للتدفقات النقدية يُنتج الآتي:

القيمة الحالية لوفورات التكلفة	١٦٢٥٠ × ٣,١٧٠ =	٥١٥١٣	جنيه (تقريباً)
الخردة المفقودة (كما هي)	١٢٠٠٠ × ٠,٦٨٣ =	(٨١٩٦)	جنيه (تقريباً)
الاستثمار المبدئي (كما هو)	٤٦,٠٠٠ × ١,٠٠٠ =	(٤٦٠٠٠)	جنيه (تقريباً)
صافي القيمة الحالية	=	(٢٦٨٣)	جنيه (تقريباً)

ومن الواضح أن قرار الإحلال في هذه الحالة يعتبر قراراً غير سليماً إذا كانت الرغبة فعلاً هي تحقيق معدل عائد على الموارد الرأسمالية يبلغ ١٠٪ سنوياً[1].

٧ ـ النماذج الأخرى للمفاضلة بين بدائل الاستثمار:

يعتبر نموذج صافي القيمة الحالية، وحالته الخاصة بنموذج معدل العائد الداخلي، أفضل النماذج المتاحة لقياس الجدوى الاقتصادية للمشروعات والمفاضلة بينها، وخاصة إذا ما أخذت عوامل عدم التأكد في الاعتبار باشتقاق التدفقات الدورية من التوزيعات الاحتمالية لها، غير أنه في الحياة العملية كثيراً ما نجد أنه يتم الالتجاء الى نماذج أخرى أكثر بساطة ولو أنها أقل دقة وكفاءة ويمكن أن تؤدي إلى اتخاذ قرارات خاطئة. وسوف نعرض لأهمها في هذا البند.

٧ ـ ١ ـ نموذج أو معيار فترة الاسترداد:

ويقوم هذا النموذج على أساس أن المفاضلة بين البدائل الاستثمارة المتاحة يتم على أساس طول الفترة الزمنية اللازمة لاسترداد الاستثمار المبدئي في كل منها من صافي التدفقات النقدية للبديل دون ايجاد قيمة حالية لها. فالبديل الذي يمكن من استرداد احتياجاته من الاستثمار المبدئي في فترة أقصر من البدائل

(١) للتوسع في أسباب وتفاصيل ذلك انظر المرجع السابق للمؤلف ص ٤١٢ ـ ٤١٤.

الأخرى يعتبر مفضلاً عنها، ما دامت صافي التـدفقات النقـدية الـدورية النـاتجة عنه تمتد إلى ما يفوق تلك الفترة.

ولنفترض مثلاً لتـوضيح ذلـك أنه يـوجد بـديلين فنيين للقيـام بمشروع معين هما:

$ل_1$ ويدر تدفقاً نقدياً سنوياً صافياً قدره ١٠٠٠٠ جنيه لمدة عشر سنوات (التدفقات الواردة ـ التدفقات الصادرة بخلاف الاستثمار المبدئي) ويتطلب استثماراً مبدئياً يبلغ ٢٠٠٠٠ جنيه.

$ل_2$ ويـدر تدفقاً نقدياً سنوياً صافياً قدره ٢٠٠٠٠ جنيه لمدة خمس سنوات ويتطلب استثماراً مبدئياً يبلغ ٥٠٠٠٠ جنيه.

وتكون فترة الاسترداد لكل من البديلين كالآتي:

$$\text{ـ فترة الاسترداد} = \frac{\text{الاستثمار المبدئي}}{\text{صافي التدفقات النقدية السنوية}}$$

$$\text{ـ فترة استرداد } ل_1 = \frac{٢٠٠٠٠}{١٠٠٠٠} = ٢ \text{ سنة.}$$

$$\text{ـ فترة إسترداد } ل_2 = \frac{٥٠٠٠٠}{٢٠٠٠٠} = ٢\frac{١}{٢} \text{ سنة.}$$

وبالتالي يعتبر البديـل الأول مفضلاً عن البـديل الثـاني، حيث يمكن استرداد الاستثـمار المبدئي من صـافي تدفقـات البديـل السنويـة في خـلال سنتـين، بينـما يتطلب الأمر في البديل الثاني سنتين ونصف.

لاحظ أن فترة الاسترداد هي معامل القيمة الحالية الذي سبق التعرض له في البند ٤ ـ ٢ ـ ١ الخاص بمعدل العائد الداخلي للتدفقات المنتظمة. ولا شك أنه كلما صغر المعامل مع بقاء العـوامل الأخـرى على حـالها كلما زاد معـدل العائـد

الداخلي (معامل التدفقات الدورية المنتظمة) الذي يساوي معدل الخصم المقابل له. ففي مثالنا بعالية يدر البديل الأول معدل عائد داخلي يقع بين ٤٥ و٥٠٪ بينما يدر البديل الثاني معدل عائد داخلي يقع بين ٢٥ و٣٠٪. غير أننا افترضنا أن محصلة صافي التدفقات النقدية على مدار حياة البديلين دون خصم متساوية (تبلغ ١٠٠٠٠٠ جنيه) وتقع الاختلافات في طول الحياة الانتاجية والاستثمار المبدئي. فالبديل الأول حياته الانتاجية ضعف البديل الثاني واستثماره المبدئي يمثل ٤٠٪ من احتياجات البديل الثاني. ورغم ذلك فالزيادة في معدل العائد لا تتناسب والزيادة في طول الحياة الانتاجية ولا مع النقص في الاستثمار المبدئي. ولذلك لزم ضرورة تأكيد أن معامل القيمة الحالية الذي كنا نحاول ايجاده هو ذلك الذي يفيدنا في ايجاد معدل العائد الذي يجعل القيمة الحالية مساوية للصفر لمشروع معين، ومن ثم تكون المفاضلة بين المشروعات على أساس هذا المعدل. ولم نعتمد على معامل القيمة الحالية في حد ذاته للمفاضلة بين المشروعات.

ولعله يلزم لتوضيح مغزى ما تقدم أن نعدل في بيانات المثال بعالية في اتجاهين: وليكن التعديل في الاتجاه الأول بحيث يصبح العمر الانتاجي للبديل ل٢ ١٠ سنوات مع بقاء العوامل الأخرى على حالها. فتظل فترة الاسترداد كما هي عليه وتؤدي إلى ارتفاع معدل العائد إلى ما يقل قليلاً عن ٤٠٪ وهو معدل ما يزال أقل من ذلك على البديل الأول رغم تضاعف حصيلة صافي التدفقات دون خصم لهذا البديل على مدار السنوات العشر. غير أننا نلاحظ أنه رغم تضاعف حصيلة تدفقات البديل ل٢ وتساوي حياته الانتاجية مع البديل ل١ فإن الاستثمار المبدئي للبديل ل٢ ما زال يعادل ٢٥٠٪ من ذلك المطلوب للبديل ل١.

ولنجعل التعديل في الاتجاه الثاني يخص البديل الأول ل١. ولنفرض أن مدة حياة المشروع المقدرة انخفضت إلى ٤ سنوات بدلاً من عشر سنوات مع بقاء العوامل الأخرى على حالها، أي التدفقات الصافية للبديل ل١ = ١٠٠٠٠ جنيه سنوياً وللبديل ل٢ ٢٠٠٠٠ جنيه سنوياً، والاستثمار المبدئي كما هو لكل من

البديلين والحياة الانتاجية للبديل الثاني $ل_٢$ تبلغ ٥ سنوات. فسوف نلاحظ أولا أن فترة الاسترداد سوف تظل على ما هي عليه. ولو بحثنا عن معدل العائد الداخلي لكلا البديلين لوجدناه يقع بين ٣٠ و٣٥٪ للبديل الأول وما زال يقع بين ٢٥ و٣٠٪ للبديل الثاني. وهذا ربما يعد منطقياً لأن حصيلة تدفقات البديل $ل_١$ في ظل هذا التعديل ٤٠٠٠٠ جنيه يتم الحصول عليها بالكامل خلال ٤ سنوات (١٠٠٠٠ جنيه سنوياً) والقيمة الرأسمالية ٢٠٠٠٠ جنيه تدفع حالاً بينما البديل الثاني فرغم أن حصيلة التدفقات تبلغ ١٠٠٠٠٠ جنيه فإنه يتم الحصول عليها على مدار ٥ سنوات بمعدل ٢٠٠٠٠ سنوياً بينما القيمة الرأسمالية تبلغ ٥٠٠٠٠ جنيه تدفع حالاً. وبالتالي فما زالت فترة الاسترداد مهمة لأن معدل حصيلة العائد إلى القيمة الرأسمالية لكل من البديلين يساوي ٢٠٠٪ [(٤٠٠٠٠ ÷ ٢٠٠٠٠) × ١٠٠ للبديل الأول، (١٠٠٠٠٠ ÷ ٥٠٠٠٠) × ١٠٠ للبديل الثاني]. وحصيلة البديل الثاني يتم الحصول عليها في مدة أطول. غير أننا إذا تمادينا في هذا الاتجاه قليلاً وافترضنا أن حياة البديل الأول تقدر بثلاث سنوات مع بقاء العوامل الأخرى على حالها، فإن فترة الاسترداد سوف تظل كما هي عليه بينما يقع معدل العائد بين ٢٠ و٢٥٪ وإذا تمادينا أكثر وجعلنا مدة حياة البديل الأول سنتين مع بقاء العوامل الأخرى على حالها فإن فترة الاسترداد تظل سنتين ولكن معامل القيمة الحالية لا يصبح مساوياً لفترة الاسترداد (لاحظ أنه لا يوجد معامل قيمة حالية يساوي ٢ في صف السنتين إلا بقمعدل عائد، وسعر خصم يساوي صفر٪). ومن هنا يمكن القول أن فترة الاسترداد هي مؤشر مبدئي لا يمكن الاعتماد عليه بصفة كلية للمفاضلة بين بدائل المشروعات، ولا شك في أفضلية معدل العائد الداخلي أو الرقم القياسي لصافي القيمة الحالية للتدفقات النقدية لهذه الأغراض.

٧ ـ ١ ـ ١ ـ فترة الاسترداد والتدفقات غير المنتظمة:

إذا كانت صافي التدفقات النقدية للبدائل المتاحة للاختيار غير منتظمة، بمعنى اختلاف مقاديرها من سنة إلى أخرى فإن معيار فترة الاسترداد في هذه الحالة

يستلزم مراكمة التدفقات السنوية حتى نصل إلى النقطة الزمنية التي يصبح فيها المجموع التراكمي لهذه التدفقات مساوياً للاستثمار المبدئي. وتكون هذه النقطة الزمنية هي فترة الاسترداد.

ولنفرض على سبيل المثال المعلومات التالية عن البديلين ل$_{١}$ ول$_{٢}$ (بالجنيه)

البديل	التكلفة الرأسمالية	صافي تدفقات السنة				
		١	٢	٣	٤	٥
ل$_{١}$	٢٥٠٠٠	١٠٠٠٠	١٥٠٠٠	٣٠٠٠٠	١٥٠٠٠	٥٠٠٠
ل$_{٢}$	٣٠٠٠٠	٢٠٠٠٠	٢٠٠٠٠	١٥٠٠٠	١٥٠٠٠	—

فتكون فترة استرداد البديل الأول ممكنة من تراكم تدفقات السنة الأولى على السنة الثانية، وتكون فترة استرداد البديل الثاني ممكنة من تراكم تدفقات السنة الأولى ونصف السنة الثانية. وبالتالي تكون:

فترة استرداد ل$_{١}$ = ٢ سنة وفترة استرداد ل$_{٢}$ = ١,٥ سنة.

وإذا ما قارنا ذلك بصافي القيمة الحالية لوجدنا (بالجنيه):

البديل	السنة	صفر	١	٢	٣	٤	٥	صافي القيمة الحالية للتدفقات
الأول ل$_{١}$	صافي التدفق	(٢٥٠٠٠)	١٠٠٠٠	١٥٠٠٠	٣٠٠٠٠	١٥٠٠٠	٥٠٠٠	
	معامل القيمة الحالية	١,٠٠٠	,٨٧٠	,٧٥٦	,٦٥٨	,٥٧٢	,٤٩٧	
	القيمة الحالية	(٢٥٠٠٠)	٨٧٠٠	١١٣٤٠	١٩٧٤٠	٨٥٨٠	٢٤٨٥	٢٥٨٤٥
البديل الثاني ل$_{٢}$	صافي التدفق	(٣٠٠٠٠)	٢٠٠٠٠	٢٠٠٠٠	١٥٠٠٠	١٥٠٠٠	—	
	القيمة الحالية	(٣٠٠٠٠)	١٧٤٠٠	١٥١٢٠	٩٨٧٠	٨٥٨٠	—	٢٠٩٧٠

لاحظ أن صافي القيمة الحالية للبديل ل$_{١}$ تبلغ ٢٥٨٤٥ بينما الاستثمار المبدئي

٢٥٠٠٠ جميه، وهذا يعني أن الرقم القياسي لصافي القيمة الحالية لهذا البديل يبلغ ١٠٣,٣٨٪ بينما يبلغ للبديل ل$_{٢}$ ٦٩,٩٪ [للبديل ل$_{١}$ = (٢٥٨٤٥ ÷ ٢٥٠٠٠) × ١٠٠، وللبديل ل$_{٢}$ يبلغ (٢٠٩٨٠ ÷ ٣٠٠٠٠) × ١٠٠]، وذلك رغم أن فترة استرداد ل$_{٢}$ تبلغ سنة ونصف بينما فترة استرداد ل$_{١}$ تبلغ سنتين. لاحظ أنه لا علاقة لفترة الاسترداد في حالة التدفقات غير المنتظمة بمعامل القيمة الحالية.

٧ ـ ٢ ـ فترة الاسترداد المعدلة بقيمة التصفية:

يصبح معيار فترة الاسترداد من المعايير المساعدة المفيدة بالاضافة إلى معيار معدل العائد الداخلي أو الرقم القياسي لصافي القيمة الحالية إذا انطوت تقديرات تدفقات السنوات المقبلة على درجة عالية من المخاطرة. وإذا كانت المخاطرة تتضمن إمكانية التصفية في أجل يقل عن الحياة الانتاجية المقدرة لمشروع معين عند اتخاذ قرار تخصيص الموارد الرأسمالية الحقيقية له، فإنه يمكن تعديل معيار فترة الاسترداد لتتخذ ذلك في الاعتبار. ويسمى معيار فترة الاسترداد في هذه الحالة معيار فترة الاسترداد المعدلة بقيمة التصفية.

ولنفرض لتوضيح ذلك أننا تعرضنا للاختيار بين بديلين: الأول ل$_{١}$ وفيه يتم استثمار مبلغ ٤٠٠٠٠٠ لشراء تجهيز آلي يمكن من انتاج مزيج من المنتجات بنسب متفاوتة، ويتحقق عنه تدفقات سنوية صافية قدرها ٨٠٠٠٠ جنيه لمدة عشر سنوات، والبديل الثاني ل$_{٢}$ وفيه يتم استثمار مبلغ ٦٠٠٠٠٠ جنيه لانتاج مزيج ثابت من المنتجات، ويتحقق عنه تدفقات سنوية صافية تقدر بمبلغ ١٦٠٠٠٠ جنيه سنوياً لمدة عشر سنوات أيضاً. إلا أن القيمة البيعية للتجهيز الآلي للبديل ل$_{١}$ تبلغ ٢٨٠٠٠٠ جنيه بعد السنة الأولى ويقدر أن تنخفض هذه القيم بعد ذلك بمعدل ٤٠٠٠٠ جنيه سنوياً حتى تصبح قيمتها مساوية للصفر بعد ذلك. أما التجهيز الآلي للبديل ل$_{٢}$ فيقدر أن تصبح قيمته البيعية بعد انقضاء السنة الأولى مبلغ ٣٢٠٠٠٠ جنيه، ويقدر أن تنخفض سنوياً بعد ذلك بمعدل ٨٠٠٠٠ جنيه حتى تصبح قيمتها مساوية للصفر بعد انقضاء السنوات الخمس الأولى من تاريخ الاقتناء.

وفي ظل هذه الافتراضات ولكون التدفقات الصافية منتظمة، فإن فترة استرداد كل من البديلين تكون كالآتي:

١ ـ فترة استرداد ل$_{١}$ = $\frac{٤٠٠٠٠٠}{٨٠٠٠٠}$ = ٥ سنوات

٢ ـ فترة استرداد ل$_{٢}$ = $\frac{٦٠٠٠٠٠}{١٦٠٠٠٠}$ = $\frac{٣}{٤}$ ٣ سنة

أما فترة الاسترداد المعدلة بقيمة التصفية فيتم حسابها لكل بديل كالآتي (القيم بالجنيه):

	نهاية السنة	صافي التدفقات المتراكمة		قيمة التصفية		المجموع
١ ـ **البديل الأول:**						
(الاستثمار المبدئي ٤٠٠٠٠٠)	١	٨٠٠٠٠	+	٢٨٠٠٠	=	٣٦٠٠٠٠
يتم استرداد الاستثمار	٢	١٦٠٠٠٠	+	٢٤٠٠٠٠	=	٤٠٠٠٠٠
المبدئي بعد سنتين	٣	٢٤٠٠٠٠	+	٢٠٠٠٠٠	=	
	⋮	....		....		....
٢ ـ **البديل الثاني:**	١	١٦٠٠٠٠	+	٣٢٠٠٠٠	=	٤٨٠٠٠٠
(الاستثمار المبدئي ٦٠٠٠٠٠)	٢	٣٢٠٠٠٠	+	٢٤٠٠٠٠	=	٥٦٠٠٠٠ →
يتم استرداد الاستثمار المبدئي	٣	٤٨٠٠٠٠	+	١٦٠٠٠٠	=	٦٤٠٠٠٠
بين العام الثاني والثالث	٤	....		....		....
	⋮					

ومن الواضح أن هذا المعيار يفترض ما يمكن أن يحدث إذا لم تتحقق التوقعات بالاستمرار، ولكنه يفترض أيضاً أن التوقعات الخاصة بالقيمة البيعية وصافي التدفقات خلال الفترة اللازمة لاسترداد الاستثمار المبدئي سوف تتحقق. ولكن رغم ذلك فإن المفاضلة بين معيار فترة الاسترداد ومعيار فترة الاسترداد

المعدل بقيمة التصفية في ظل ظروف المخاطرة وعدم التأكد تفضل المعيار المعدل عن معيار فترة الاسترداد. [لاحظ أن البديل الأول يحقق معدل عائد داخلي يقع بين ١٥٪ و١٦٪ في ظل التأكد التام، أي إذا تحققت التوقعات بالكامل، بينما ل٢ يحقق معدل عائد داخلي يقع بين ٢٣٪ و٢٤٪ (٢٣,٥٦٪ تقريباً) في ظل نفس الظروف، أي إذا تحققت التوقعات بالكامل].

مسألة: عليك بإيجاد معدل العائد الداخلي لكل من البديلين، والقيمة الحالية لصافي التدفقات، والرقم القياسي لصافي القيمة الحالية، وقارن كل ذلك بمعيار فترة الاسترداد وفترة الاسترداد المعدلة بقيمة التصفية إذا كانت تدفقات السنوات الخمس الأولى مؤكدة وتدفقات السنوات الخمس الأخيرة احتمالية تبلغ القيمة المتوقعة لها ٥٠٪ من قيمة مقدارها المعطى لمدة ثلاث سنوات حتى الثامنة و٢٠٪ من قيم مقدارها المعطى للسنتين الأخيرتين.

٧ ـ ٣ ـ معدل العائد المحاسبي:

إذا كنت ما زلت تتذكر مثال آلة يوسف أفندي و«الحسبة» التي على أساسها تم اتخاذ القرار فهي تفيد في حساب معدل العائد المحاسبي. ذلك أنه المعدل الذي ينتج عن قسمة الاضافة إلى الدخل الصافي على الاضافة المطلوبة على الاستثمارات القائمة.

وإذا كنت ما زلت تتذكر أن الآلة الجديدة سوف تضيف ١٧٠٠٠ جنيه على مدار أربع سنوات للأرباح أي بواقع ٤٢٥٠ جنيه سنوياً في المتوسط، وتتطلب استثماراً مضافاً يبلغ ٤٦٠٠٠ جنيه (٧٠٠٠٠ قيمة الآلة الجديدة ـ ٢٤٠٠٠ القيمة البيعية للآلة الموجودة)، فإن معدل العائد المضاف على الاستثمار المضاف يبلغ ($\frac{٤٢٥٠}{٤٦٠٠٠}$ × ١٠٠) ٩,٢٤٪ تقريباً. لاحظ أنه للوصول إلى مبلغ الـ ١٧٠٠٠ جنيه تم الآتي.

١ ـ تحددت الوفورات في التكلفة الناتجة عن الآلة الجديدة بمبلغ ٧٥٠٠٠ جنيه لمدة السنوات الأربع، أي بواقع ١٨٧٥٠ جنيه سنوياً.

٢ ـ خصمت قيمة الآلة الجديدة من هـذه الوفـورات بالكـامل (٧٠٠٠٠) أي بمعدل ١٧٥٠٠ جنيه سنوياً.

٣ ـ أضيفت الوفورات الناتجة عن بيع الآلة الموجودة الآن بمبلغ ٢٤٠٠٠ جنيه بدلاً من بيعها خردة بعد أربع سنوات بمبلغ ١٢٠٠٠ جنيه، أي بوفورات ١٢٠٠٠ جنيه لمدة السنوات الأربع، بمتوسط ٣٠٠٠ جنيه سنوياً.

٤ ـ تكـون محصـلة (١)، (٢)، (٣) هي:

١٨٧٥٠ − ١٧٥٠٠ + ٣٠٠٠ = ٤٢٥٠ جنيه.

٥ ـ يمكن إجراء الحسبة بطريقة أخرى كالآتي:

	جنيه	جنيه
ـ وفورات التكلفة	٧٥٠٠٠	
ـ وفورات بيع الآلة الموجودة حالاً	١٢٠٠٠	
ـ المجموع لمدة ٤ سنوات [١]		٨٧٠٠٠
ـ متوسط الوفورات في السنة [١] ÷ ٤		٢١٧٥٠
ـ اهلاك الآلة الجديدة (يطرح) $\frac{٧٠٠٠٠}{٤}$		١٧٥٠٠
ـ صافي الوفورات، أو الاضافة إلى الأرباح [٢]		٤٢٥٠
ـ متوسط الاستثمار في الآلة $\frac{٧٠٠٠٠}{٢}$ [٣]		٣٥٠٠٠

ـ معدل العائد المحاسبي على متوسط الاستثمار[٢]÷[٣]=١٢,١٤٣٪ تقريباً

٦ ـ ليست هـاتين الـطريقتين الـوحيدتـين لحساب معـدل العائـد المحـاسبي. والطريقة الأكثر شيوعاً لحسابه هي طبقاً للمعادلة التالية:

$$\text{ر} = \frac{\text{ع}_{\text{م}} - \text{د}_{\text{م}} - \text{ض}_{\text{م}}}{\text{ث}_{\text{م}} \left(\text{أو } \frac{\text{ث}_{\text{م}}}{٢}\right)} \text{، حيث}$$

ر = معدل العائد المحاسبي

$ع_م$ = الاضافة إلى الدخل السنوي المتوقع من المشروع م

$د_م$ = الاهلاك السنوي للأصول الرأسمالية اللازمة للمشروع م

$ض_م$ = الضرائب السنوية على اضافات الدخل الخاصة بالمشروع م

$ث_م$ = الاستثمار في الأصول الرأسمالية اللازمة للمشروع م.

لاحظ أن ر تتضاعف عند إحلال $\frac{ث_م}{٢}$ محل ث في المقام.

وتواجه هذه الطريقة ببدائلها العديد من أوجه النقد والقصور التي لا داعي لتفاصيلها في هذا المقام المحدود.

٨ ـ بعض المشاكل ذات الصلة الوثيقة باتخاذ القرارات الرأسمالية:

سبق أن ذكرنا أن القرارات الرأسمالية تعتبر قرارات طويلة الأجل تنتج آثارها على مدى عدة فترات مستقبلية طويلة نسبياً. كما أن المعلومات التي يتم اتخاذ هذه القرارات على أساسها هي في جلها مستقبلية وبما ينطوي عليه ذلك من مخاطره وعدم تأكد، قد يؤديان إلى انخفاض درجة الثقة في هذه المعلومات. هذا وقد سبق القول أن المعلومات غير المؤكدة يصبح من المفضل الاعتماد على القيمة المتوقعة لها من واقع توزيعاتها الاحتمالية بدلاً من قيمة فريدة أخرى بخلاف القيمة المتوقعة.

ولتوضيح ذلك نفرض مثلاً المعلومات التالية بالنسبة لبديلين المرغوب الاختيار من بينهما:

١ ـ الحياة الإنتاجية المقدرة لكل من البديلين هي سنتين.

٢ ـ التكلفة الرأسمالية المطلوبة لكل من البديلين $ل_١$، $ل_٢$

البديل ١:		البديل ٢:	
التكلفة الرأسمالية	الاحتمال	التكلفة الرأسمالية	الاحتمال
٣٠٠٠٠	ـ,٥	٤٠٠٠٠	,٤
٤٠٠٠٠	ـ,٣	٥٠٠٠٠	,٥
٥٠٠٠٠	ـ,٢	٦٠٠٠٠	,١

٣ ـ صافي الوفورات المتوقعة من تدفقات كل من البديلين على مدار السنتين كانت كالآتي:

السنة الأولى				السنة الثانية			
ل$_1$		ل$_2$		ل$_1$		ل$_2$	
الوفورات	الإحتمال	الوفورات	الإحتمال	الوفورات	الإحتمال	الوفورات	الإحتمال
١٠٠٠٠	–,٣	١٥٠٠٠	–,٤	١٥٠٠٠	,٤	٢٠٠٠٠	–,٤
١٥٠٠٠	–,٣	٢٠٠٠٠	–,٤	٢٠٠٠٠	–,٣	٢٥٠٠٠	–,٤
٢٠٠٠٠	–,٢	٢٥٠٠٠	–,٢	٢٥٠٠٠	–,٢	٣٠٠٠٠	–,٢
٣٠٠٠٠	–,٢	–	–	٣٠٠٠	–,١		
	١		١		١		١

فإنه من واقع هذه البيانات يمكن ايجاد الآتي:

١ ـ التكلفة الرأسمالية المتوقعة للبديل ل$_1$ =

[٣٠٠٠٠ × (٠,٥) + ٤٠٠٠٠ × (٠,٣) + ٥٠٠٠٠ × (٠,٢)]

= ٣٧٠٠٠ جنيه

٢ ـ التكلفة الرأسمالية المتوقعة للبديل ل$_2$ =

[٤٠٠٠٠ × (٠,٤) + ٥٠٠٠٠ × (٠,٥) + ٦٠٠٠٠ × (٠,١)]

= ٤٧٠٠٠ جنيه

٣ ـ القيمة المتوقعة لصافي تدفقات البديل:

ل$_1$:
- السنة الأولى = [١٠٠٠٠ × (٠,٣) + ١٥٠٠٠ × (٠,٣) + ٢٠٠٠٠ × (٠,٢) + ٣٠٠٠٠ × (٠,٢)] = ١٧٥٠٠ جنيه
- السنة الثانية = [٦٠٠٠ + ٦٠٠٠ + ٥٠٠٠ + ٣٠٠٠] = ٢٠٠٠٠ جنيه

ل$_2$:
- السنة الأولى = [٦٠٠٠ + ٨٠٠٠ + ٥٠٠٠] = ١٩٠٠٠ جنيه
- السنة الثانية = [٨٠٠٠ + ١٠٠٠٠ + ٦٠٠٠] = ٢٤٠٠٠ جنيه

٤ - من الـواضح أن: البـديل الأول تبلغ صـافي وفوراتـه بعد خصم الاستثمار المبدئي ٥٠٠ جنيه.

البديل الثاني يحقق خسائر متوقعة تبلغ ٤٠٠٠ جنيه.

٥ - ولعله من الواضح أن المتوسط البسيط للتـدفقات السنـوية، وهي للبـديل ل١ ١٨٧٥٠ للسنـة الأولى، ٢٢٥٠٠ عن السنة الثـانية، وللبـديل الثـاني تبلغ ٢٠٠٠٠ عن السنة الأولى، ٢٥٠٠٠ عن السنـة الثـانيـة، وكـذلـك المتوسط البسيط للتكلفة الرأسمالية لا تصلح في هذه الحالة.

وفي مثـل هذه الـظروف لا بد من الالتجـاء إلى النماذج الاحتـمالية وكـذا مـا يـرتبط بها من تحليـل حساسيـة ومعرفـة قيمة المعلومـات، وما إلى ذلـك، ولعل أفضـل النـماذج في ظـل هـذه الـظروف هي التي تقـوم عـلى قـانـون بيـز Bays Theorem ونماذج شجرة القرارات Decision Tree Models. ولا يتسع المجال هنا لعرض هذه النماذج بصورة مفيدة.

٨ - ١ - قيد الموارد الاستثمارية المتاحة في ظل البدائل المجزية المتعددة:

تعتبر ندرة رأس المال الحقيقي من العوامل المحددة للقدرة على الاستفادة من كل المشروعات المجزية اقتصادياً، وخاصة في الدول النامية. ويواجه المخطط في هذه الحالة العديد من المشروعات المجزية التي يصبح لا خيار له إلا الانتقاء من بينها في حدود ما تسمح به الموارد الرأسمالية المتاحة. وما لم تكن بدائل الاختيـار متداخلة، وما لم تلعب عوامل أخـرى بخلاف الـربحية دوراً في المفـاضلة، فإن ترتيب البدائل على حسب معدل العائد الداخلي لها أو على حسب الرقم القياسي للقيمة الحالية لصافي الوفورات الناتجة عن كل منها يسهـلان على المخـطط القيام بهذه المهمة[١].

(١) لمثال رقمي عن هذا الموضوع انظر المرجع السابق ذكره للمؤلف، ص ٤١٨ - ٤١٩.

٨ ـ ٢ ـ عدم قابلية الموارد للتجزئة وتداخل بدائل الاستثمار:

افترضنا في النماذج السابق عرضها، بالإضافة إلى التأكد التام، أحد فروض إضافية ثلاثة أو مزيج من بينها هي:

١ ـ عدم وجود قيود على الموارد الرأسمالية المتاحة للتخصيص.

٢ ـ الاستقلال التام لبدائل الاستثمار وعدم اعتماد دوال العائد الخاصة بكل منها على دوال العائد الخاصة بمشروعات أخرى.

٣ ـ قابلية الموارد الرأسمالية المتاحة للاستثمار للتجزئة بالقدر اللازم للتوافق مع احتياجات بدائل الاستثمار المتاحة.

وغالباً ما لا تتوافر أي من هذه الفروض بصورة أو بأخرى في الحياة العملية. وبالتالي يلزم تعديل المعلومات التي ينبني عليها اتخاذ القرار بما تتفق والواقع العملي. وقد يستدعي الأمر في الغالب ضرورة الالتجاء إلى نماذج رياضية وإحصائية أكثر تعقيداً مما سبق عرضه حتى تتوافق مع طبيعة المشكلة موضوع اتخاذ القرار. فتداخل بدائل الاستثمار فيما يختص بدوال العائد في ظل قيود معينة على الموارد المتاحة وعدم قابليتها للتجزئة يمكن التغلب عليها بنموذج البرمجة الديناميكية مثلاً، كما سوف يرد تفصيله في القسم الثاني من هذا الكتاب.

أسئلة وتمارين الفصل

أولاً: الأسئلة:

السؤال الأول: اختار أفضل اجابة صحيحة من بين الإجابات المعطاة لكل من الحالات التالية:

١ ـ تختلف قرارات التخصيص وإعادة التخصيص اختلافاً جوهرياً في شأن:

أ ـ تتميز الأولى أنها طويلة الأجل والثانية قصيرة الأجل.

ب ـ يترتب على قرارات التخصص إغراق موارد حقيقية في فرص استخدام معينة ومن ثم عدم إتاحتها للفرص الأخرى لمدى زمني طويل نسبياً.

جـ ـ تكون الآثار المتداخلة والتراكمة لقرارات التخصيص أكثر أهمية من تلك التي تتعلق بقرارات الاستغلال.

٢ ـ تختلف جدوى تخصيص الموارد للمشروعات الجديدة عن جدوى التوسع في مشروعات قائمة في أن:

أ ـ تتطلب الأولى موارداً رأسمالية عادة ما تكون أكبر من الثانية.

ب ـ تتطلب الأولى إعداداً خاصاً لإمكانية دراسة الجدوى بتوفير المعلومات الاقتصادية والفنية اللازمة.

جـ ـ تعتبر المعلومات التي يتم اتخاذ القرارات الخاصة بالأولى على أساسها احتمالية بينما تكون المعلومات اللازمة للثانية مؤكدة.

٣ - يعتبر نموذج صافي القيمة الحالية، وحالته الخاصة بمعدل العائد الداخلي أفضل نماذج قياس جدوى المشروعات لأنه:

أ - يفترض معلومات مؤكدة.

ب - يتضمن إمكانية استرداد رأس المال المستثمر وتحقيق معدل العائد المرغوب عليه إذا ما تحققت التوقعات.

جـ - يأخذ كل العوامل التي يلزم وضعها في عين الاعتبار عند دراسة الجدوى.

٤ - يعاب على نموذج فترة الاسترداد، بالرغم من أن فترة الاسترداد تقابل معامل القيمة الحالية في نموذج صافي القيمة الحالية، أنه:

أ - يهمل إظهار معدل العائد صراحة.

ب - لا يأخذ في الاعتبار قيمة الخردة.

جـ - قد تكون فترة الاسترداد لبديل معين هي أقصر الفترات ورغم ذلك فقد يكون أقل البدائل جدوى.

٥ - يترتب على استخدام نموذج صافي القيمة الحالية للتدفقات النقدية تجاهل إهلاك الأصول الرأسمالية الجديدة وذلك:

أ - لأن الأهلاك لا يترتب عليه تدفقات نقدية أو وفورات في التدفقات النقدية.

ب - لأن القيمة الرأسمالية للأصول الجديدة تعتبر بكامل مقدارها من التدفقات النقدية الصادرة عند إتخاذ القرار ومن ثم فخصم الاهلاك مرة أخرى سوف يترتب عليه إزدواج في الحساب.

جـ - يعتبر الأهلاك من التكاليف الثابتة التي لا تؤثر أو تتأثر باتخاذ القرار.

٦ - يؤدي إعفاء مشروع معين من الضرائب لمدى حياته الإنتاجية:

أ - عدم الاستفادة بوفورات الضرائب التي تترتب على حساب الأهلاك.

ب - زيادة في معدل العائد المنتظر من المشروع نتيجة الإعفاء من الضرائب.

جـ - قيام مشروعات جديدة بأعداد أكبر مما لو أخضعت هذه المشروعات للاهلاك.

٧ - تختلف الموارد الرأسمالية عن الانفاق الرأسمالي في آن:

أ - الأولى تنصب على مجموعة الموارد الرأسمالية المتاحة لمشروع معين بينما الثاني يرتبط بالموارد الرأسمالية المنتظر تخصيصها.

ب - الأولى تمثل أصولاً حقيقية بينما الثاني يرتبط بطرق تمويل الحصول على هذه الأصول.

جـ - الأولى تمثل أصولاً حقيقية بينما الثاني يمثل الموارد المالية اللازم انفاقها للحصول على هذه الأصول بصرف النظر عن مصدرها.

٨ - إذا كان الاستثمار المبدئي لمشروع معين ٢٩٩١٠ جنيه وينتظر أن يدر تدفقات نقدية صافية تبلغ ١٠٠٠٠ سنوياً لمدة ٥ سنوات فإن:

أ - معدل العائد المحاسبي يبلغ ٣٣,٤٣٪.

ب - معدل العائد الداخلي يبلغ ٢٠٪.

جـ - يتوقف ذلك على انتظام أو عدم انتظام التدفقات.

٩ - إذا كان معدل العائد الداخلي المرغوب تحقيقه هو ٣٠٪، والتدفقات النقدية السنوية الصافية المنتظرة هي ٢٠٠٠٠ جنيه سنوياً لمدة ٥ سنوات، فإن الاستثمار المبدئي يجب أن لا يزيد عن:

أ - ٥٠٠٠٠ جنيه.
ب - ٤٤٤٠٠ جنيه.
جـ - ٤٨٧٢٠ جنيه.

١٠ - إذا تساوى بديلان في مجموع صافي التدفقات النقدية على مدار حياتهما فإن البديل الذي تكون حياته الانتاجية أقصر يفضل على ذلك الذي تكون حياته الإنتاجية أطول ما دام:

أ - الاستثمار المبدئي للبديلين متساوي.
ب - يتناسب الاستثمار المبدئي عكسياً مع الحياة الإنتاجية بنفس المعدل للبديلين.
جـ - معدل العائد الداخلي على البديل الأقصر عمراً يزيد عن معدل العائد الداخلي على البديل الأطول عمراً.

السؤال الثاني:

برر خطأ أو صواب كل من العبارات التالية فيما لا يزيد عن ثلاثة سطور لكل. وضح العمليات الحسابية التي قد تبرز التبرير.

١ - تفضل سلسلة التدفقات النقدية الصافية المتزايدة بمعدل ثابت عن تلك المتزايدة بمعدل متناقص ما دام مجموعيهما واحداً.

٢ - تفضل سلسلة التدفقات النقدية المتناقصة بمعدل ثابت عن تلك المتناقصة بمعدل متزايد ما دام مجموعيهما واحداً.

٣ - يتناسب سعر الخصم تناسباً عكسياً وصافي القيمة الحالية وطردياً ومعامل القيمة الحالية وطردياً وطول الفترة الزمنية!

٤ - تعتبر الطريقة المحاسبية للمفاضلة بين بدائل المشروعات أفضل الطرق وخاصة في ظل توافر الحاسب الآلي.

٥ - إذا بلغت تكلفة آلة جديدة معينة ٢٨٢٥٠ جنيه وينتظر أن تدر تدفقات

صافية سنوية تبلغ ٥٠٠٠ جنيه لمدة ١٥ سنة فإن معـدل العائـد الداخـلي عليها يبلغ حوالي ٣٥٪.

٦ ـ إذا كانت فترة استرداد بديل معين هي مـا يزيـد قليلاً عن ٥ سنـوات فإن معدل العائد الداخلي على هذا البديل يبلغ حوالي ١٨٪ بصرف النظر عن الحياة الانتاجية لهذاا البديل.

٧ ـ إذا كـان الرقم القيـاسي للقيمة الحالية لبديـل معين ١٥٪ ومعـدل العائـد الداخلي الخاص به ٢١٪ وكان الرقم القياسي للقيمة الحـالية لبـديل آخـر ١٤٪ ومعدل العائد الداخلي ٢٢٪، فلا شك في أفضلية البديل الأول.

٨ ـ إذا زاد الرقم القياسي للمستوى العام للأسعار سنوياً بمعدل ١٠٪ وزادت مقـادير التـدفقات الـداخلة والصادرة بنفس المعـدل، فإن العـائـد الـذي يتحقق على المشروع يعادل معدل العائد الذي تقرر قيام المشروع لتحقيقـه مضافاً إليه ١٠٪.

ثانياً: التمارين

التمرين الأول:

يعتقد عبدالسلام أفندي أنه يستطيع إنشاء مصنع متواضع للقمصان الجـاهزة بتجهيـز آلي تبلغ تكلفته في حـالة معـدة للاستعـمال ٤٨٣٣٠ جنيه. وينتـظر أن يعمل هذا التجهيز بكفاءة لمدة ١٠ سنوات ينتـج ١٠٠٠ قميص سنويـاً. يعتقد عبدالسلام أفندي أنه يستطيع أن يحقق على كل قميص منهـا في المتوسط أربـاحاً مباشرة تبلغ ١٠ جنيه. كـما يعتقد أن إهـلاك التجهيز الآلي عـلى أساس القسط الثـابت بقيمة متـوقعة كخـردة تبلغ ٨٣٣٠ جنيه يعتبر مناسباً. ولا يخضـع مثـل مشروع عبـدالسـلام أفنـدي للضرائب لمـدة السنـوات الخمس الأولى، وتبلغ الضرائب بعد ذلك ٤٠٪ من صافي الربح. وقد كان عبدالسلام أفندي يستثمـر المبلغ في إحـدى شركات الاستثـمار حيث كان يـدر عليه عـائداً سنـويـاً يبلغ في

متوسط ١٥٪. ولكن بعد دراسة معينة قرر القيام بتنفيذ المشروع وسحب المبلغ من شركة الاستثمار لتمويله.

المطلوب: هل تعتقد أن قرار عبدالسلام أفندي كان صائباً؟ قم بحساب صافي القيمة الحالية للتدفقات النقدية، ثم قم بحساب معدل العائد الداخلي، قبل الإجابة على هذا السؤال.

التمرين الثاني:

بعد نجاح المشروع الأول للشركة العربية المساهمة قررت القيام بمشروعها الثاني المكمل للأول. فقد حقق المشروع الأول معدل عائد يقارب ١٨٪ فعلاً، وقامت بالدراسات اللازمة لاقرار المشروع الثاني، والذي منها توفرت المعلومات التالية:

١ - الحياة الانتاجية للمشروع ١٠ سنوات، الإنتاج السنوي ١٠٠٠٠٠ طن في وسع السوق استنفاذها منذ السنة الأولى بواقع الطن ٤٠٠ جنيه، غير أنه ينتظر أن يبدأ المشروع بطاقة ٨٠٠٠٠ طن لمدة سنتين ثم يصل بعد ذلك لطاقته القصوى.

٢ - تقدر التكلفة المتغيرة للطن بمبلغ ٢٠٠ جنيه تزداد سنوياً بواقع ١٠٪ نظراً لندرة مادة أولية معينة ينتظر أن تؤدي زيادة ندرتها في السنوات القادمة إلى ارتفاع سعرها.

٣ - لا يخضع المشروع للضرائب على مدار السنوات الخمس الأولى، ثم يخضع بعد ذلك لضريبة على صافي الربح تبلغ في معدلها ٤٠٪.

٤ - ينتظر أن تبلغ تكلفة المشروع تسليم المفتاح مبلغ ٩٦,٦٦ مليون جنيه بما في ذلك رأس المال العامل الدائم الذي يقدر بمبلغ ٦٦٠ ألف جنيه وينتظر أن يباع التجهيز الآلي كخردة بمبلغ ٦ مليون جنيه. وتتبع الشركة طريقة القسط الثابت في إهلاك آلاتها.

٥ - يقع المشروع على أراضي مملوكة للدولة وممنوحة مجاناً للمشروع تشجيعاً للاستثمار في المشروعات المماثلة.

المطلوب:

(١) من واقع المعلومات بعالية قم بحساب القيمة الحالية لصافي التدفقات النقدية المنتظرة من المشروع على أساس معدل خصم يبلغ ١٥٪.

(٢) قم بتحديد معدل العائد الداخلي للمشروع بالتقريب.

التمرين الثالث[١]:

بدأ مصنع علي أفندي أعماله أمس في انتاج مشابك الغسيل المصنوعة من البلاستيك على الآلة التي اشتراها جديدة لهذا الغرض في الأسبوع الماضي. وفيما يلي المعلومات الخاصة بالآلة وحجم المبيعات والتكلفة المتعلقة بها خلال فترة حياة الآلة الانتاجية.

١ - ثمن شراء الآلة وإعدادها للاستخدام ٥٠٠٠٠٠ جنيه، وحياتها الانتاجية المقدرة ٤ سنوات، وقيمتها خردة ٦٠٠٠٠ جم.

٢ - الطاقة الانتاجية المقدرة للآلة ١٠٠٠٠٠ صندوق مشابك سنوياً، احتياجات السوق لفترة السنوات الأربع ٤٠٠٠٠٠ صندوق.

٣ - سعر البيع المقدر للصندوق ٩ جنيه والتكلفة المتغيرة له كالآتي: مواد مباشرة جنيه واحد، أجور مباشرة، ٢ جنيه، معدل المصاريف الصناعية المتغيرة ١٥٠٪ من المواد المباشرة، المصاريف البيعية المتغيرة ٤,ـ جنيه للصندوق.

---

(١) هذا التمرين مثال في المرجع السابق للمؤلف، ص ٤٠٦ - ٤٠٧، ومستوحى فكرته أصلاً من (الأرقام تم تعديلها للتلاءم مع مستويات الأسعار الحالية).

Charles T. Horngren, Cast Accounting: A Managerial Emphasis (Prentice Hall, 2nd. ed. 1967), PP.421-422.

٤ - المصاريف الصناعية الثانية فيما عدا الإهلاك تبلغ ٧٥٠٠٠ سنوياً، الأهلاك على أساس القسط الثابت ١١٠٠٠٠ جنيه، والمصاريف البيعية الثابتة ٨٠٠٠٠ جنيه سنوياً.

هذا وبعد تجربة الآلة في انتاج الصندوق الأول فوجىء علي أفندي بزيارة أحد أصدقائه المتخصص فنياً، وبعد أن تفحص الآلة جيداً وسأل علي أفندي عن خصائصها وتكاليفها ومميزاتها قال الآتي:

إن لدينا آلة أكثر تطوراً من آلتك هذه، حياتها الانتاجية ٤ سنوات، وطاقتها الانتاجية ١٠٠٠٠٠ صندوق في السنة وتكلفتها معدة للاستعمال ٤٥٠٠٠٠ جنيه وتوفر لك ١٠٪ من تكلفة المواد المباشرة وتنتج لك ضعف الوحدات التي تنتجها هذه الآلة في ساعة عمل مباشر. ولكنك إذا حاولت بيع آلتك هذه الآن فلن تساوي أكثر من ١٢٠٠٠٠ جنيه. امتعض علي أفندي طبعاً عندما عرف مقدار الوفورات التي كان من الممكن تحقيقها، ولكنه قال: لا مفر من الانتظار ٤ سنوات حتى تهلك هذه الآلة واسترد رأسمالي المستثمر فيها.

المطلوب:

١ - ما رأيك في كلام علي أفندي تأسيساً على نموذج صافي القيمة الحالية لكل من البديلين بصفة مستقلة. افترض معدل خصم ٨٪.

٢ - قم بحساب القيمة الحالية لصافي الوفورات المضافة والاستثمار المضاف بفرض أن الآلة الجديدة سوف يتم شرائها بنفس معدل الخصم.

٣ - قم بحساب معدل العائد الداخلي على الآلة الجديدة.

٤ - قم بحساب معدل العائد المحاسبي على رأس المال المستثمر وعلى متوسط رأس المال المستثمر.

٥ - ما هي فترة استرداد الآلة الموجودة، وما هي فترة استرداد الآلة الجديدة، كل بصفة مستقلة.

التمرين الرابع :

تعمل شركة الأمير في انتاج الملابس الجاهزة منذ ٢٥ سنة بخبرة فرنسية. وقد قام الجانب الفرنسي بتوفير التجهيز الآلي مقابل استرداد القيمة على مدى السنوات الخمس والعشرون مضافاً إليها عائداً سنوياً على متوسط الاستثمار في التجهيز الآلي بواقع ١٠٪. وقد قام الأمير بتوفير المباني اللازمة للمشروع بقيمة ايجارية سنوية تبلغ ١٢ مليون جنيه في الوقت الذي بلغت فيه متوسط القيمة الاقتصادية للأراضي والمباني ١٢٠ مليون جنيه، كما التزم بإدارة المشروع وتوفير العمالة اللازمة وتصريف الانتاج مقابل الحصول على فائض حصيلة الأرباح الصافية بعد استيفاء حقوق الشريك الفرنسي. وقد انقضت المدة المتفق عليها للمشروع اليوم، وينظر الأمير في أحد بديلين: إما الاستمرار مع الشريك الفرنسي وإحلال التجهيز الآلي بآخر جديد على نفقتهم وبنفس الشروط، وعلى أن يقوم هو باجراء التعديلات والاصلاحات والصيانة اللازمة للمباني لتتلاءم مع التجهيز الآلي الجديد، أو أن يتفق مع شريك ألماني لتجديد المشروع. وفيما يلي بعض المعلومات التي أمكن الحصول عليها بالنسبة لكل من البديلين.

١ - الحياة الإنتاجية المتوقعة ١٠ سنوات (بدلاً من ٢٥ سنة) وتبلغ التدفقات النقدية الصافية بخلاف التكلفة الرأسمالية للتجهيز الآلي وبخلاف رأس المال العامل الدائم ٤,٥ مليون جنيه سنوياً للبديل الفرنسي، ٥,٥ مليون جنيه سنوياً للبديل الألماني.

٢ - تقدر التكلفة الرأسمالية للتجهيز الآلي للبديل الفرنسي بمبلغ ١٠ مليون جنيه ويشترط العقد استردادها على مدار السنوات العشر على دفعات متساوية مع معدل عائد يبلغ ١٢٪ على الرصيد غير المسترد. بينما تبلغ التكلفة الرأسمالية للتجهيز الآلي للبديل الألماني ١٢ مليون جنيه يلزم استردادها على مدار السنوات العشر على دفعات متساوية مع معدل عائد على الرصيد يبلغ ١٠٪ سنوياً.

٣ - تقدر تكلفة التعديلات والاصلاحات والصيانة بمبلغ ٥ مليون جنيه يلزم استردادها على مدار حياة المشروع بمعدل عائد لا يقل عن ١٢٪، وتبلغ القيمة الايجارية السنوية للأراضي والمباني والتي تم إضافتها للتدفقات الصادرة لأغراض حساب صافي التدفقات ١٥ مليون جنيه.

٤ - يشترط الشريك الفرنسي الحصول على ٢٥٪ من الأرباح الصافية بالاضافة إلى ما يسترد من استثمارات في التجهيز الآلي والعائد المربوط عليه، ويترك الباقي كمقابل لأتعاب الأمير، أما الشريك الألماني فيكتفي من ذلك بما يعادل ١٠٪ من الأرباح الصافية على أن يحصل على علاوة تصفية عند انتهاء حياة المشروع تبلغ ١٢ مليون جنيه.

٥ - تخضع أرباح المشروع لضريبة أرباح تجارية وصناعية تبلغ ٤٠٪ من معدلها كما أن التجهيز الآلي يتم إهلاكه على أساس القسط الثابت دون قيمة كخردة.

٦ - تضاف القيمة الايجارية للأراضي والمباني للايرادات لأغراض حساب الضريبة ويسمح بخصم إهلاك المباني بمعدل ٥٪ سنوياً على قيمة تقديرية تبلغ ١٠٠ مليون جنيه.

المطلوب: مقارنة جدوى البديلين بكل الطرق الممكنة.

جدول (١)

جدول القيمة الحالية لدفعة دورية لمدة ن من الفترات (ق ح د) = $\frac{١}{ر}\left[١ - \frac{١}{(١ + ر)^{ن}}\right]$ ، حيث

ن = عدد الفترات (Periods)، و (ر) معدل الخصم

ن	٪٤	٪٦	٪٨	٪١٠	٪١٢	٪١٤	٪١٦	٪١٨	٪٢٠	٪٢٢	٪٢٤	٪٢٥	٪٢٦	٪٢٨	٪٣٠	٪٤٠
١	٠.٩٦٢	٠.٩٤٣	٠.٩٢٦	٠.٩٠٩	٠.٨٩٣	٠.٨٧٧	٠.٨٦٢	٠.٨٤٧	٠.٨٣٣	٠.٨٢٠	٠.٨٠٦	٠.٨٠٠	٠.٧٩٤	٠.٧٨١	٠.٧٦٩	٠.٧١٤
٢	١.٨٨٦	١.٨٣٣	١.٧٨٣	١.٧٣٦	١.٦٩٠	١.٦٤٧	١.٦٠٥	١.٥٦٦	١.٥٢٨	١.٤٩٢	١.٤٥٧	١.٤٤٠	١.٤٢٤	١.٣٩٢	١.٣٦١	١.٢٢٤
٣	٢.٧٧٥	٢.٦٧٣	٢.٥٧٧	٢.٤٨٧	٢.٤٠٢	٢.٣٢٢	٢.٢٤٦	٢.١٧٤	٢.١٠٦	٢.٠٤٢	١.٩٨١	١.٩٥٢	١.٩٢٣	١.٨٦٨	١.٨١٦	١.٥٨٩
٤	٣.٦٣٠	٣.٤٦٥	٣.٣١٢	٣.١٧٠	٣.٠٣٧	٢.٩١٤	٢.٧٩٨	٢.٦٩٠	٢.٥٨٩	٢.٤٩٤	٢.٤٠٤	٢.٣٦٢	٢.٣٢٠	٢.٢٤١	٢.١٦٦	١.٨٤٩
٥	٤.٤٥٢	٤.٢١٢	٣.٩٩٣	٣.٧٩١	٣.٦٠٥	٣.٤٣٣	٣.٢٧٤	٣.١٢٧	٢.٩٩١	٢.٨٦٤	٢.٧٤٥	٢.٦٨٩	٢.٦٣٥	٢.٥٣٢	٢.٤٣٦	٢.٠٣٥
٦	٥.٢٤٢	٤.٩١٧	٤.٦٢٣	٤.٣٥٥	٤.١١١	٣.٨٨٩	٣.٦٨٥	٣.٤٩٨	٣.٣٢٦	٣.١٦٧	٣.٠٢٠	٢.٩٥١	٢.٨٨٥	٢.٧٥٩	٢.٦٤٣	٢.١٦٨
٧	٦.٠٠٢	٥.٥٨٢	٥.٢٠٦	٤.٨٦٨	٤.٥٦٤	٤.٢٨٨	٤.٠٣٩	٣.٨١٢	٣.٦٠٥	٣.٤١٦	٣.٢٤٢	٣.١٦١	٣.٠٨٣	٢.٩٣٧	٢.٨٠٢	٢.٢٦٣
٨	٦.٧٣٣	٦.٢١٠	٥.٧٤٧	٥.٣٣٥	٤.٩٦٨	٤.٦٣٩	٤.٣٤٤	٤.٠٧٨	٣.٨٣٧	٣.٦١٩	٣.٤٢١	٣.٣٢٩	٣.٢٤١	٣.٠٧٦	٢.٩٢٥	٢.٣٣١
٩	٧.٤٣٥	٦.٨٠٢	٦.٢٤٧	٥.٧٥٩	٥.٣٢٨	٤.٩٤٦	٤.٦٠٧	٤.٣٠٣	٤.٠٣١	٣.٧٨٦	٣.٥٦٦	٣.٤٦٣	٣.٣٦٦	٣.١٨٤	٣.٠١٩	٢.٣٧٩
١٠	٨.١١١	٧.٣٦٠	٦.٧١٠	٦.١٤٥	٥.٦٥٠	٥.٢١٦	٤.٨٣٣	٤.٤٩٤	٤.١٩٢	٣.٩٢٣	٣.٦٨٢	٣.٥٧١	٣.٤٦٥	٣.٢٦٩	٣.٠٩٢	٢.٤١٤
١١	٨.٧٦٠	٧.٨٨٧	٧.١٣٩	٦.٤٩٥	٥.٩٣٨	٥.٤٥٣	٥.٠٢٩	٤.٦٥٦	٤.٣٢٧	٤.٠٣٥	٣.٧٧٦	٣.٦٥٦	٣.٥٤٤	٣.٣٣٥	٣.١٤٧	٢.٤٣٨
١٢	٩.٣٨٥	٨.٣٨٤	٧.٥٣٦	٦.٨١٤	٦.١٩٤	٥.٦٦٠	٥.١٩٧	٤.٧٩٣	٤.٤٣٩	٤.١٢٧	٣.٨٥١	٣.٧٢٥	٣.٦٠٦	٣.٣٨٧	٣.١٩٠	٢.٤٥٦
١٣	٩.٩٨٦	٨.٨٥٣	٧.٩٠٤	٧.١٠٣	٦.٤٢٤	٥.٨٤٢	٥.٣٤٢	٤.٩١٠	٤.٥٣٣	٤.٢٠٣	٣.٩١٢	٣.٧٨٠	٣.٦٥٦	٣.٤٢٧	٣.٢٢٣	٢.٤٦٨
١٤	١٠.٥٦٣	٩.٢٩٥	٨.٢٤٤	٧.٣٦٧	٦.٦٢٨	٦.٠٠٢	٥.٤٦٨	٥.٠٠٨	٤.٦١١	٤.٢٦٥	٣.٩٦٢	٣.٨٢٤	٣.٦٩٥	٣.٤٥٩	٣.٢٤٩	٢.٤٧٧
١٥	١١.١١٨	٩.٧١٢	٨.٥٥٩	٧.٦٠٦	٦.٨١١	٦.١٤٢	٥.٥٧٥	٥.٠٩٢	٤.٦٧٥	٤.٣١٥	٤.٠٠١	٣.٨٥٩	٣.٧٢٦	٣.٤٨٣	٣.٢٦٨	٢.٤٨٤
١٦	١١.٦٥٢	١٠.١٠٦	٨.٨٥١	٧.٨٢٤	٦.٩٧٤	٦.٢٦٥	٥.٦٦٩	٥.١٦٢	٤.٧٣٠	٤.٣٥٧	٤.٠٣٣	٣.٨٨٧	٣.٧٥١	٣.٥٠٣	٣.٢٨٣	٢.٤٨٩
١٧	١٢.١٦٦	١٠.٤٧٧	٩.١٢٢	٨.٠٢٢	٧.١٢٠	٦.٣٧٣	٥.٧٤٩	٥.٢٢٢	٤.٧٧٥	٤.٣٩١	٤.٠٥٩	٣.٩١٠	٣.٧٧١	٣.٥١٨	٣.٢٩٥	٢.٤٩٢
١٨	١٢.٦٥٩	١٠.٨٢٨	٩.٣٧٢	٨.٢٠١	٧.٢٥٠	٦.٤٦٧	٥.٨١٨	٥.٢٧٣	٤.٨١٢	٤.٤١٩	٤.٠٨٠	٣.٩٢٨	٣.٧٨٦	٣.٥٢٩	٣.٣٠٤	٢.٤٩٤
١٩	١٣.١٣٤	١١.١٥٨	٩.٦٠٤	٨.٣٦٥	٧.٣٦٦	٦.٥٥٠	٥.٨٧٧	٥.٣١٦	٤.٨٤٤	٤.٤٤٢	٤.٠٩٧	٣.٩٤٢	٣.٧٩٩	٣.٥٣٩	٣.٣١١	٢.٤٩٦
٢٠	١٣.٥٩٠	١١.٤٧٠	٩.٨١٨	٨.٥١٤	٧.٤٦٩	٦.٦٢٣	٥.٩٢٩	٥.٣٥٣	٤.٨٧٠	٤.٤٦٠	٤.١١٠	٣.٩٥٤	٣.٨٠٨	٣.٥٤٦	٣.٣١٦	٢.٤٩٧
٢١	١٤.٠٢٩	١١.٧٦٤	١٠.٠١٧	٨.٦٤٩	٧.٥٦٢	٦.٦٨٧	٥.٩٧٣	٥.٣٨٤	٤.٨٩١	٤.٤٧٦	٤.١٢١	٣.٩٦٣	٣.٨١٦	٣.٥٥١	٣.٣٢٠	٢.٤٩٨
٢٢	١٤.٤٥١	١٢.٠٤٢	١٠.٢٠١	٨.٧٧٢	٧.٦٤٥	٦.٧٤٣	٦.٠١١	٥.٤١٠	٤.٩٠٩	٤.٤٨٨	٤.١٣٠	٣.٩٧٠	٣.٨٢٢	٣.٥٥٦	٣.٣٢٣	٢.٤٩٨
٢٣	١٤.٨٥٧	١٢.٣٠٣	١٠.٣٧١	٨.٨٨٣	٧.٧١٨	٦.٧٩٢	٦.٠٤٤	٥.٤٣٢	٤.٩٢٥	٤.٤٩٩	٤.١٣٧	٣.٩٧٦	٣.٨٢٧	٣.٥٥٩	٣.٣٢٥	٢.٤٩٩
٢٤	١٥.٢٤٧	١٢.٥٥٠	١٠.٥٢٩	٨.٩٨٥	٧.٧٨٤	٦.٨٣٥	٦.٠٧٣	٥.٤٥١	٤.٩٣٧	٤.٥٠٧	٤.١٤٣	٣.٩٨١	٣.٨٣١	٣.٥٦٢	٣.٣٢٧	٢.٤٩٩
٢٥	١٥.٦٢٢	١٢.٧٨٣	١٠.٦٧٥	٩.٠٧٧	٧.٨٤٣	٦.٨٧٣	٦.٠٩٧	٥.٤٦٧	٤.٩٤٨	٤.٥١٤	٤.١٤٧	٣.٩٨٥	٣.٨٣٤	٣.٥٦٤	٣.٣٢٩	٢.٤٩٩
٢٦	١٥.٩٨٣	١٣.٠٠٣	١٠.٨١٠	٩.١٦١	٧.٨٩٦	٦.٩٠٦	٦.١١٨	٥.٤٨٠	٤.٩٥٦	٤.٥٢٠	٤.١٥١	٣.٩٨٨	٣.٨٣٧	٣.٥٦٦	٣.٣٣٠	٢.٥٠٠
٢٧	١٦.٣٣٠	١٣.٢١١	١٠.٩٣٥	٩.٢٣٧	٧.٩٤٣	٦.٩٣٥	٦.١٣٦	٥.٤٩٢	٤.٩٦٤	٤.٥٢٤	٤.١٥٤	٣.٩٩٠	٣.٨٣٩	٣.٥٦٧	٣.٣٣١	٢.٥٠٠
٢٨	١٦.٦٦٣	١٣.٤٠٦	١١.٠٥١	٩.٣٠٧	٧.٩٨٤	٦.٩٦١	٦.١٥٢	٥.٥٠٢	٤.٩٧٠	٤.٥٢٨	٤.١٥٧	٣.٩٩٢	٣.٨٤٠	٣.٥٦٨	٣.٣٣١	٢.٥٠٠
٢٩	١٦.٩٨٤	١٣.٥٩١	١١.١٥٨	٩.٣٧٠	٨.٠٢٢	٦.٩٨٣	٦.١٦٦	٥.٥١٠	٤.٩٧٥	٤.٥٣١	٤.١٥٩	٣.٩٩٤	٣.٨٤١	٣.٥٦٩	٣.٣٣٢	٢.٥٠٠
٣٠	١٧.٢٩٢	١٣.٧٦٥	١١.٢٥٨	٩.٤٢٧	٨.٠٥٥	٧.٠٠٣	٦.١٧٧	٥.٥١٧	٤.٩٧٩	٤.٥٣٤	٤.١٦٠	٣.٩٩٥	٣.٨٤٢	٣.٥٦٩	٣.٣٣٢	٢.٥٠٠
٤٠	١٩.٧٩٣	١٥.٠٤٦	١١.٩٢٥	٩.٧٧٩	٨.٢٤٤	٧.١٠٥	٦.٢٣٤	٥.٥٤٨	٤.٩٩٧	٤.٥٤٤	٤.١٦٦	٣.٩٩٩	٣.٨٤٦	٣.٥٧١	٣.٣٣٣	٢.٥٠٠

جدول (٢)

جدول القيمة الحالية لدفعة منفردة يتم الحصول عليها بعد انقضاء ن من الفترات (ق ح ف) = $\left[\frac{1}{(1 + ر)^{ن}} \right]$

ن = عدد الفترات (Periods)، و (ر) معدل الخصم

ن ر	٤٪	٦٪	٨٪	١٠٪	١٢٪	١٤٪	١٦٪	١٨٪	٢٠٪	٢٢٪	٢٤٪	٢٦٪	٢٨٪	٣٠٪	٤٠٪
١	٠.٩٦٢	٠.٩٤٣	٠.٩٢٦	٠.٩٠٩	٠.٨٩٣	٠.٨٧٧	٠.٨٦٢	٠.٨٤٧	٠.٨٣٣	٠.٨٢٠	٠.٨٠٦	٠.٧٩٤	٠.٧٨١	٠.٧٦٩	٠.٧١٤
٢	٠.٩٢٥	٠.٨٩٠	٠.٨٥٧	٠.٨٢٦	٠.٧٩٧	٠.٧٦٩	٠.٧٤٣	٠.٧١٨	٠.٦٩٤	٠.٦٧٢	٠.٦٥٠	٠.٦٣٠	٠.٦١٠	٠.٥٩٢	٠.٥١٠
٣	٠.٨٨٩	٠.٨٤٠	٠.٧٩٤	٠.٧٥١	٠.٧١٢	٠.٦٧٥	٠.٦٤١	٠.٦٠٩	٠.٥٧٩	٠.٥٥١	٠.٥٢٤	٠.٥٠٠	٠.٤٧٧	٠.٤٥٥	٠.٣٦٤
٤	٠.٨٥٥	٠.٧٩٢	٠.٧٣٥	٠.٦٨٣	٠.٦٣٦	٠.٥٩٢	٠.٥٥٢	٠.٥١٦	٠.٤٨٢	٠.٤٥١	٠.٤٢٣	٠.٣٩٧	٠.٣٧٣	٠.٣٥٠	٠.٢٦٠
٥	٠.٨٢٢	٠.٧٤٧	٠.٦٨١	٠.٦٢١	٠.٥٦٧	٠.٥١٩	٠.٤٧٦	٠.٤٣٧	٠.٤٠٢	٠.٣٧٠	٠.٣٤١	٠.٣١٥	٠.٢٩١	٠.٢٦٩	٠.١٨٦
٦	٠.٧٩٠	٠.٧٠٥	٠.٦٣٠	٠.٥٦٤	٠.٥٠٧	٠.٤٥٦	٠.٤١٠	٠.٣٧٠	٠.٣٣٥	٠.٣٠٣	٠.٢٧٥	٠.٢٥٠	٠.٢٢٧	٠.٢٠٧	٠.١٣٣
٧	٠.٧٦٠	٠.٦٦٥	٠.٥٨٣	٠.٥١٣	٠.٤٥٢	٠.٤٠٠	٠.٣٥٤	٠.٣١٤	٠.٢٧٩	٠.٢٤٩	٠.٢٢٢	٠.١٩٨	٠.١٧٨	٠.١٥٩	٠.٠٩٥
٨	٠.٧٣١	٠.٦٢٧	٠.٥٤٠	٠.٤٦٧	٠.٤٠٤	٠.٣٥١	٠.٣٠٥	٠.٢٦٦	٠.٢٣٣	٠.٢٠٤	٠.١٧٩	٠.١٥٧	٠.١٣٩	٠.١٢٣	٠.٠٦٨
٩	٠.٧٠٣	٠.٥٩٢	٠.٥٠٠	٠.٤٢٤	٠.٣٦١	٠.٣٠٨	٠.٢٦٣	٠.٢٢٥	٠.١٩٤	٠.١٦٧	٠.١٤٤	٠.١٢٥	٠.١٠٨	٠.٠٩٤	٠.٠٤٨
١٠	٠.٦٧٦	٠.٥٥٨	٠.٤٦٣	٠.٣٨٦	٠.٣٢٢	٠.٢٧٠	٠.٢٢٧	٠.١٩١	٠.١٦٢	٠.١٣٧	٠.١١٦	٠.٠٩٩	٠.٠٨٥	٠.٠٧٣	٠.٠٣٥
١١	٠.٦٥٠	٠.٥٢٧	٠.٤٢٩	٠.٣٥٠	٠.٢٨٧	٠.٢٣٧	٠.١٩٥	٠.١٦٢	٠.١٣٥	٠.١١٢	٠.٠٩٤	٠.٠٧٩	٠.٠٦٦	٠.٠٥٦	٠.٠٢٥
١٢	٠.٦٢٥	٠.٤٩٧	٠.٣٩٧	٠.٣١٩	٠.٢٥٧	٠.٢٠٨	٠.١٦٨	٠.١٣٧	٠.١١٢	٠.٠٩٢	٠.٠٧٦	٠.٠٦٢	٠.٠٥٢	٠.٠٤٣	٠.٠١٨
١٣	٠.٦٠١	٠.٤٦٩	٠.٣٦٨	٠.٢٩٠	٠.٢٢٩	٠.١٨٢	٠.١٤٥	٠.١١٦	٠.٠٩٣	٠.٠٧٥	٠.٠٦١	٠.٠٥٠	٠.٠٤٠	٠.٠٣٣	٠.٠١٣
١٤	٠.٥٧٧	٠.٤٤٢	٠.٣٤٠	٠.٢٦٣	٠.٢٠٥	٠.١٦٠	٠.١٢٥	٠.٠٩٩	٠.٠٧٨	٠.٠٦٢	٠.٠٤٩	٠.٠٣٩	٠.٠٣٢	٠.٠٢٥	٠.٠٠٩
١٥	٠.٥٥٥	٠.٤١٧	٠.٣١٥	٠.٢٣٩	٠.١٨٣	٠.١٤٠	٠.١٠٨	٠.٠٨٤	٠.٠٦٥	٠.٠٥١	٠.٠٤٠	٠.٠٣١	٠.٠٢٥	٠.٠٢٠	٠.٠٠٦
١٦	٠.٥٣٤	٠.٣٩٤	٠.٢٩٢	٠.٢١٨	٠.١٦٣	٠.١٢٣	٠.٠٩٣	٠.٠٧١	٠.٠٥٤	٠.٠٤٢	٠.٠٣٢	٠.٠٢٥	٠.٠١٩	٠.٠١٥	٠.٠٠٥
١٧	٠.٥١٣	٠.٣٧١	٠.٢٧٠	٠.١٩٨	٠.١٤٦	٠.١٠٨	٠.٠٨٠	٠.٠٦٠	٠.٠٤٥	٠.٠٣٤	٠.٠٢٦	٠.٠٢٠	٠.٠١٥	٠.٠١٢	٠.٠٠٣
١٨	٠.٤٩٤	٠.٣٥٠	٠.٢٥٠	٠.١٨٠	٠.١٣٠	٠.٠٩٥	٠.٠٦٩	٠.٠٥١	٠.٠٣٨	٠.٠٢٨	٠.٠٢١	٠.٠١٦	٠.٠١٢	٠.٠٠٩	٠.٠٠٢
١٩	٠.٤٧٥	٠.٣٣١	٠.٢٣٢	٠.١٦٤	٠.١١٦	٠.٠٨٣	٠.٠٦٠	٠.٠٤٣	٠.٠٣١	٠.٠٢٣	٠.٠١٧	٠.٠١٢	٠.٠٠٩	٠.٠٠٧	٠.٠٠٢
٢٠	٠.٤٥٦	٠.٣١٢	٠.٢١٥	٠.١٤٩	٠.١٠٤	٠.٠٧٣	٠.٠٥١	٠.٠٣٧	٠.٠٢٦	٠.٠١٩	٠.٠١٤	٠.٠١٠	٠.٠٠٧	٠.٠٠٥	٠.٠٠١
٢١	٠.٤٣٩	٠.٢٩٤	٠.١٩٩	٠.١٣٥	٠.٠٩٣	٠.٠٦٤	٠.٠٤٤	٠.٠٣١	٠.٠٢٢	٠.٠١٥	٠.٠١١	٠.٠٠٨	٠.٠٠٦	٠.٠٠٤	٠.٠٠١
٢٢	٠.٤٢٢	٠.٢٧٨	٠.١٨٤	٠.١٢٣	٠.٠٨٣	٠.٠٥٦	٠.٠٣٨	٠.٠٢٦	٠.٠١٨	٠.٠١٣	٠.٠٠٩	٠.٠٠٦	٠.٠٠٤	٠.٠٠٣	٠.٠٠١
٢٣	٠.٤٠٦	٠.٢٦٢	٠.١٧٠	٠.١١٢	٠.٠٧٤	٠.٠٤٩	٠.٠٣٣	٠.٠٢٢	٠.٠١٥	٠.٠١٠	٠.٠٠٧	٠.٠٠٥	٠.٠٠٣	٠.٠٠٢	
٢٤	٠.٣٩٠	٠.٢٤٧	٠.١٥٨	٠.١٠٢	٠.٠٦٦	٠.٠٤٣	٠.٠٢٨	٠.٠١٩	٠.٠١٣	٠.٠٠٨	٠.٠٠٦	٠.٠٠٤	٠.٠٠٣	٠.٠٠٢	
٢٥	٠.٣٧٥	٠.٢٣٣	٠.١٤٦	٠.٠٩٢	٠.٠٥٩	٠.٠٣٨	٠.٠٢٤	٠.٠١٦	٠.٠١٠	٠.٠٠٧	٠.٠٠٥	٠.٠٠٣	٠.٠٠٢	٠.٠٠١	
٢٦	٠.٣٦١	٠.٢٢٠	٠.١٣٥	٠.٠٨٤	٠.٠٥٣	٠.٠٣٣	٠.٠٢١	٠.٠١٤	٠.٠٠٩	٠.٠٠٦	٠.٠٠٤	٠.٠٠٢	٠.٠٠٢	٠.٠٠١	
٢٧	٠.٣٤٧	٠.٢٠٧	٠.١٢٥	٠.٠٧٦	٠.٠٤٧	٠.٠٢٩	٠.٠١٨	٠.٠١١	٠.٠٠٧	٠.٠٠٥	٠.٠٠٣	٠.٠٠٢	٠.٠٠١	٠.٠٠١	
٢٨	٠.٣٣٣	٠.١٩٦	٠.١١٦	٠.٠٦٩	٠.٠٤٢	٠.٠٢٦	٠.٠١٦	٠.٠١٠	٠.٠٠٦	٠.٠٠٤	٠.٠٠٢	٠.٠٠٢	٠.٠٠١	٠.٠٠١	
٢٩	٠.٣٢١	٠.١٨٥	٠.١٠٧	٠.٠٦٣	٠.٠٣٧	٠.٠٢٢	٠.٠١٤	٠.٠٠٨	٠.٠٠٥	٠.٠٠٣	٠.٠٠٢	٠.٠٠١	٠.٠٠١	٠.٠٠١	
٣٠	٠.٣٠٨	٠.١٧٤	٠.٠٩٩	٠.٠٥٧	٠.٠٣٣	٠.٠٢٠	٠.٠١٢	٠.٠٠٧	٠.٠٠٤	٠.٠٠٣	٠.٠٠٢	٠.٠٠١	٠.٠٠١		
٤٠	٠.٢٠٨	٠.٠٩٧	٠.٠٤٦	٠.٠٢٢	٠.٠١١	٠.٠٠٥	٠.٠٠٣	٠.٠٠١	٠.٠٠١						

الجزء الثاني

بحوث العمليات والنماذج الكمية

الفصل العاشر

في

البرمجة الخطية :
بعض المفاهيم الأساسية

١ - مقدمة :

البرمجة الخطية هي طريقة رياضية تمكن من التوصل لأفضل الحلول الممكنة لمجموعة من المشاكل التي تتوافر فيها شروط رياضية معينة. والواقع أن لفظة « برمجة » تشير إلى الطريقة المنتظمة التي يتم على أساسها التوصل إلى الحل الأمثل للمشكلة موضوع التطبيق من بين كل الحلول المتاحة والممكنة. كما أن لفظة « خطية » تشير إلى الشروط الواجب توافرها في المشكلة موضوع التطبيق حتى يتسنى حلها بالبرمجة الخطية. وسوف تكون الطريقة المنتظمة وشروط التطبيق موضوعاً للتفصيل فيما بعد.

ويرجع الفضل لجورج دانتزج George B. Dantzig في إكتشاف « الطريقة المنتظمة » لحل مجموعة المشاكل التي تتوافر فيها شروط الخطية، فقد نشر أول بحث عنها في الولايات المتحدة سنة ١٩٤٧. وعرفت هذه الطريقة المنتظمة منذ ذلك

الحين بطريقة السمبلكس Simplex Method . وحيث تقوم طريقة السمبلكس على تكرار تطبيق مجموعة محددة من القواعد حتى يتم التوصل إلى حل المشكلة موضوع التطبيق، فقد أصبحت سهلة التطبيق على الحاسبات الآلية. وقد أدى ذلك إلى إمكان تطبيقها على عدد كبير من المشاكل التي تنطوي على عدد كبير جداً من المتغيرات. وأصبحت البرمجة الخطية من الأساليب رائجة التطبيق في مجالات البحث العلمي النظري ولحل المشاكل العملية في مجالات الصناعة والزراعة والنقل والمواصلات، وفي حل المشاكل الاقتصادية والهندسية وغيرها. وتطبق البرمجة الخطية بنجاح في مجالات تخطيط وجدولة الإنتاج الصناعي واختيار نسبة مزج المدخلات، وفي تخطيط وجدولة الإنتاج الزراعي وتحديد المواصفات المثالية للأعلاف، وفي الإقلال من الفاقد والعادم، وفي تخطيط وجدولة النقل بشتى الطرق، وذلك بالاضافة إلى العديد من التطبيقات العسكرية والتخطيط الاقتصادي على المستوى القومي بصفة عامة.

٢ - متطلبات تطبيق البرمجة الخطية:

يجب أن تتوافر في المشكلة موضوع تطبيق البرمجة الخطية وفي الظروف البيئية المحيطة بها مجموعة من الشروط الأساسية. فالبرمجة الخطية، مثلها في ذلك مثل أي من أساليب ونماذج التحليل الكمي الأخرى، لا تصلح للاستخدام في كل المشاكل، وإنما هي محددة بتوافر شروط تطبيقها. وبصفة عامة يجب أن يتوافر في المشكلة موضوع التطبيق الشروط والخصائص التالية:

١ - يجب أن يكون الهدف المرغوب التوصل إليه من حل المشكلة واضحاً ومحدداً تحديداً دقيقاً ويمكن صياغته في صيغة رياضية صريحة. فهدف تحقيق أقصى قدر ممكن من الأرباح من إنتاج وبيع تشكيلة معينة من المنتجات مثلاً يختلف عن هدف جدولة الإنتاج بصرف النظر عن الربحية. فيمكن جدولة الإنتاج لإستغلال الطاقة بالكامل في الوقت الذي يؤدي فيه هذا الاستغلال الكامل

للطاقة إلى إنخفاض الأرباح. كما أنه لن يمكن تطبيق البرمجة الخطية لتعظيم الأرباح ما لم تتوافر بيانات دقيقة عن أسعار البيع والتكاليف الخاصة بكل من المنتجات المرغوب دراستها في التشكيلة. فبدون هذه البيانات لا يمكن وضع الهدف في صيغة رياضية صريحة.

٢ - يجب أن تعكس الصيغة الرياضية للهدف المراد تحقيقه علاقة خطية متجانسة من الدرجة الأولى [1]. ويعني ذلك أن مضاعفة حجم تشكيلة المنتجات مثلاً مع بقاء نسبة المزج على حالها يؤدي إلى مضاعفة الأرباح المباشرة (والتي تتمثل في سعر البيع مخصوماً منه التكلفة المتغيرة). ومؤدى ذلك من وجهة النظر الاقتصادية هو ثبات غلة الحجم بالنسبة للموارد المتغيرة، والتنافس التام في سوق هذه العوامل وفي سوق المنتجات.

٣ - يجب أن تكون الموارد موضوع الاستغلال في المشكلة محدودة المقدار المتاح منها ومحددة في صورة كمية. وتمثل هذه الموارد القيود أو الحدود التي في ظل المتوافر أو القائم منها يتم الوصول إلى أفضل الحلول الممكنة. والواقع أن أفضل المشاكل حلاً عن طريق البرمجة الخطية هي تلك التي يتوافر فيها عددا معروفاً من الموارد النادرة أو المحددة المقدار أو القدرة ويرجى استغلالها لتحقيق أقصى قدر ممكن من الإشباع الذي يحدده الهدف.

٤ - يجب أن يتوافر للمشكلة عدداً من بدائل الحل تكون من الكثرة بحيث لا يمكن إختيار أفضلها بالطرق التقليدية. فإذا كانت المشكلة ذات حل أوحد فلا داعي لاستخدام أي أسلوب لحلها حيث لا يوجد بدائل للمفاضلة والاختيار من بينها.

---

(١) تسمى العلاقة ع = د(س،ص) متجانسة من الدرجة ن إذا كان لأي مقدار ثابت ب تكون العلاقة د = (ب س، ب ص) = بن د(س، ص)، وتكون العلاقة خطية من الدرجة الأولى إذا كانت ن = ١، حيث ن تمثل أكبر الأسس في حدود العلاقة.

٥ - يجب أن تكون العلاقات بين الموارد المحدودة ومتغيرات الهدف المراد تحقيقه علاقات خطية متجانسة من الدرجة الأولى، وقابلة للصياغة في صورة رياضية صريحة. وبمعنى آخر فيجب أن تكون متغيرات المشكلة في علاقات خطية متجانسة مع بعضها البعض. وعندما يكون متغيران في علاقة خطية مع بعضهما البعض فإن أي تغير في إحداهما يؤدي إلى إحداث تغير بنفس النسبة في الآخر إيجاباً أو سلباً على حسب نوع العلاقة الخطية.

٦ - يجب أن تتوافر البيانات الكمية الدقيقة والمؤكدة عن نسق سلوك كل من متغيرات الهدف بالنسبة للحجم، وبالنسبة لبعضها البعض. ومن حيث علاقة كل منها بكل من الموارد النادرة محدودة المقدار أو القدرة، وعن الكميات المتاحة من كل من الموارد النادرة، وعن البيئة المحيطة بحل المشكلة ومتغيراتها المؤثرة في إمكانيات الحل أو في كفاءته.

هذا ولا يعد نموذج البرمجة الخطية بديلاً للإدارة الجيدة الرشيدة في مجالات الأعمال. فالواقع أن استخدام البرمجة الخطية يقتضي توافر إدارة جيدة واعية وتواقة لتحقيق أهدافها على أسس علمية موضوعية. فالبيانات التكاليفية الدقيقة اللازمة لإستخدام البرمجة الخطية لا يمكن توفيرها دون وجود نظام جيد لمحاسبة التكاليف، كما أن البيانات السعرية والتسويقية اللازمة لا يمكن توفيرها دون توافر إدارة مبيعات واعية ومشجعة لبحوث السوق، كما لا يمكن الحصول على البيانات اللازمة عن معاملات استخدام الموارد المحدودة المقدار والقدرة دون وجود إدارة هندسية متطورة تعمل على أسس علمية حديثة. وإذا كان الهدف المراد بلوغه من الأهمية بمكان من حيث التحديد الدقيق والصيغة الملائمة، فإن كفاءة الإدارة العليا ولا شك تعد المحدد الأساسي في هذا المضمار. ومتى توافرت هذه العوامل والشروط في الادارة والأنظمة المساعدة لها في أداء وظائفها فإن البرمجة الخطية تصبح من الأساليب الهامة والأكثر فعالية في توجيه ومساعدة الإدارة في إنجاز أهدافها وأداء وظائفها الأساسية.

٣ ـ أركان النموذج النمطي للبرمجة الخطية:

نعرض لأركان النموذج النمطي للبرمجة الخطية عن طريق مشكلة مبسطة نقوم بحلها بيانياً، بغية التعرف على بعض الخصائص الهامة للنموذج وتحديد أركانه.

٣ ـ ١ ـ مشكلة مبسطة:

لنفرض إحدى المنشآت التي تقوم بإنتاج نوعين نمطيين من المنتجات، ويتم إنتاج كل من المنتجين على مرحلتين إنتاجيتين: الأولى آلية حيث يتم تصنيع الأجزاء الرئيسية لكل من المنتجين، والثانية يدوية حيث يتم تجهيز وضبط وتشطيب وتعبئة كل من المنتجين. وتبلغ الطاقة المحدودة والمتاحة في المرحلة الأولى ٣٢٠ ساعة / عمل آلة في الفترة التكاليفية، بينما تبلغ طاقة المرحلة الثانية المحدودة والمتاحة ٣٤٠ ساعة / عمل عامل في الفترة. وتباع الوحدة من المنتج الأول بمبلغ ١٨ جنيه، بينما تباع الوحدة من المنتج الثاني بمبلغ ٢٥ جنيه. وتبلغ التكلفة المتغيرة للوحدة من المنتج الأول من مواد وأجور ومصاريف صناعية متغيرة ١٣ جنيه، بينما تبلغ للمنتج الثاني ١٩ جنيه. وتحتاج الوحدة من المنتج الأول إلى ثلاث ساعات من طاقة المرحلة الأولى وساعة واحدة من طاقة المرحلة الثانية، بينما تحتاج الوحدة من المنتج الثاني إلى ساعتين من طاقة المرحلة الأولى وأربع ساعات من طاقة المرحلة الثانية. هذا وترغب إدارة المنشأة في التعرف على أفضل تشكيلة إنتاجية تؤدي إلى تعظيم أرباح الفترة التكاليفية.

وتنحصر العوامل المؤثرة في حل هذه المشكلة البسيطة فيما يلي:

أ ـ سعر بيع كل من المنتجين وتكلفة كل المتغيرة،

ب ـ الطاقة المحدودة والمتاحة في كل من المرحلتين،

جـ ـ احتياجات كل من المنتجين من طاقة كل من المرحلتين.

ونتناول كل هذه العوامل بقليل من التفصيل.

٣ ـ ١ ـ أ : سعر البيع والتكلفة المتغيرة ودالة الربحية:

من المعروف أن التكلفة تنقسم محاسبياً واقتصادياً إلى عناصر متغيرة وعناصر ثابتة. والعناصر المتغيرة في هذا المضمار هي تلك التي ترتبط بحجم إنتاج منتج معين وتتأثر بالتغيرات التي تطرأ عليه إيجاباً وسلباً تأثراً طردياً. بمعنى أنه عندما يزداد حجم الإنتاج تزداد التكاليف المتغيرة وعندما ينخفض حجم الإنتاج تنخفض التكاليف المتغيرة للحجم الجديد عن الحجم السابق. وسوف نفترض هنا أن هذه العلاقة الطردية بين التكلفة المتغيرة وحجم إنتاج المنتج المعين ذات نسب ثابتة، أي خطية متجانسة من الدرجة الأولى. وهذا يعني أن التكلفة المتغيرة للوحدة من المنتج تظل مقداراً ثابتاً بصرف النظر عن التغيرات في حجم الإنتاج. فإذا زاد حجم إنتاج المنتج الأول في مثالنا بعاليه من وحدة إلى عشر وحدات فإن التكلفة المتغيرة لحجم الإنتاج تزيد من ١٣ جنيه إلى ١٣٠ جنيه، ومع ذلك تظل التكلفة المتغيرة للوحدة ١٣ جنيه. أما إذا أدى زيادة حجم إنتاج المنتج الأول إلى ١٠ وحدات إلى زيادة التكلفة المتغيرة للحجم إلى ١٣٧ جنيه مثلاً أو إلى ١٢٢ جنيه مثلاً فإن العلاقة في هذه الحالة لا تكون خطية. ويجب أن يكون واضحاً في ذهن القارىء أنه يلزم لتطبيق البرمجة الخطية أن تكون كل العلاقات خطية.

أما التكاليف الثابتة فهي لا ترتبط بحجم الإنتاج في الفترة القصيرة، وإنما ترتبط بالزمن. ويطلق عليها محاسبياً الأعباء الثابتة، أو تكاليف الإستمرار في العملية الإنتاجية في المدى الطويل[١]. هذا ولا يعتد بالتكاليف الثابتة لأغراض تخطيط الإنتاج والأرباح في الفترة القصيرة عن طريق البرمجة الخطية. ولذلك يصبح من الضروري لأغراض تطبيق النموذج توافر نظام محاسبي جيد يؤدي إلى توفير معلومات دقيقة عن التكلفة المتغيرة لكل من المنتجات التي تقوم المنشأة بإنتاجها أو تزمع إنتاجها.

---

(١) أنظر: د. عبد الحي مرعي، محاسبة التكاليف لأغراض التخطيط والرقابة (مؤسسة شباب الجامعة، ١٩٧٩).

والمقصود بسعر البيع هو السعر الذي تقوم المنشأة موضوع البحث بتصريف المنتج على أساسه سواء للوسطاء أو للمستهلكين. ونفترض في هذا الصدد أن سعر بيع المنتج الواحد موحد وثابت ولا يتأثر بحجم المبيعات. وسوف نعالج إمكانية اختلاف سعر البيع بإختلاف منافذ التوزيع فيما بعد، غير أننا سنظل نفترض أن سعر البيع لا يتأثر بحجم المبيعات.

ويمثل الفرق بين سعر البيع والتكلفة المتغيرة ما يسمى محاسبياً بالربح المباشر، وهو الفائض من سعر البيع بعد تغطية التكاليف المتغيرة للمنتج، والمتاح للمشاركة في تغطية التكاليف الثابتة وتحقيق الأرباح الصافية. فمن حصيلة الربح المباشر يتم تغطية التكاليف الثابتة، والزيادة في الحصيلة تمثل أرباحاً صافية، كما أن العجز فيها يمثل خسائراً صافية. وفي ظل إفتراضاتنا السابقة يكون الربح المباشر لوحدة المنتج مقداراً ثابتاً، وتكون علاقة حصيلة الربح المباشر للمنتج المعين (أو لتشكيلة ثابتة من المنتجات) علاقة خطية.

وطبقاً لما تقدم يكون الربح المباشر للوحدة من كل من المنتجين في المثال بعاليه كالآتي:

سعر بيع الوحدة	–	التكلفة المتغيرة للوحدة	=	الربح المباشر للوحدة	من المنتج
١٨	–	١٣	=	٥ جنيـه	الأول
٢٥	–	١٩	=	٦ جنيـه	الثاني

وإذا رمزنا لحجم إنتاج المنتج الأول بالرمز $س_١$ ولحجم إنتاج المنتج الثاني بالرمز $س_٢$ فإن دالة الربح المباشر، أو دالة الربحية، للمنتجين معاً تكون كالآتي:

$$\text{دالة الربحية} = ٥\,س_١ + ٦\,س_٢ \qquad [١]$$

وهي تعني أن حصيلة الربح المباشر من إنتاج وبيع المنتجين تتكون من ٥ جنيه مضروبة في عدد الوحدات ($س_١$) التي يتم إنتاجها وبيعها من المنتج الأول مضافاً إليها ٦ جنيه مضروبة في عدد الوحدات ($س_٢$) التي يتم إنتاجها وبيعها من المنتج الثاني.

وحيث أن المنشأة التي افترضناها تهدف إلى تعظيم الأرباح، وحيث أن تعظيم حصيلة الأرباح المباشرة يؤدي إلى تعظيم الأرباح الصافية ما دامت التكاليف الثابتة لا تتأثر بحجم الإنتاج والمبيعات، فإن دالة الربحية يطلق عليها دالة الهدف، وهي الركن الأول من أركان نموذج البرمجة الخطية. وتعتبر دالة الهدف دالة التفضيل والاختيار بين البدائل للتوصل إلى أفضلها على الإطلاق.

٣ ـ ١ ـ ب: الطاقة المحدودة والمتاحة ومنطقة الإمكانيات:

تمثل الطاقة المحدودة والمتاحة الموارد النادرة المراد استغلالها أفضل استغلال ممكن لتحقيق الهدف المرغوب على أفضل صورة ممكنة. ويمثل المقدار المحدود والمتاح منها الحد الأقصى لما يمكن استخدامه خلال الفترة، وبالتالي فهي تمثل مجموعة القيود المحددة لإمكانيات تحقيق الأهداف. فكل مستوى من الأهداف يتطلب لأغراض تحقيقه قدراً يقل عن ما هو متاح من الموارد الثابتة أو يساويه يصبح مستوى ممكن التحقيق من الأهداف. أما أية مستوى يتطلب قدراً يزيد عما هو متاح من هذه الموارد فهو غير قابل للتحقيق ويخرج عن حدود الإمكانيات المتاحة. فأي حجم إنتاج في مثالنا السابق يتطلب ما يزيد عن ٣٢٠ ساعة / عمل آلة أو ما يزيد عن ٣٤٠ ساعة / عمل عامل في الفترة التكاليفية يعتبر خارج على حدود إمكانيات الموارد المتاحة ولا يمكن تحقيقه. وتحدد الطاقة المحدودة والمتاحة لمجموعة الموارد الثابتة بصفة مجتمعة منطقة الإمكانيات التي في حدودها يمكن تحقيق الأهداف المرغوبة. ففي مثالنا السابق، بينما يمكن إنتاج ١٦٠ وحدة من المنتج الثاني (٣٢٠ ساعة / عمل ÷ ٢) في المرحلة الأولى فإنه لا يمكن إنتاج ما يزيد عن ٨٥ وحدة من نفس المنتج (٣٤٠ ساعة / عمل عامل ÷ ٤) في المرحلة الثانية. وبالتالي يكون هدف إنتاج ما يزيد عن ٨٥ وحدة من المنتج الثاني خارج إمكانيات الموارد المتاحة بصفة مجتمعة (المرحلة الأولى والمرحلة الثانية) بينما إنتاج ٨٥ وحدة أو أقل من نفس المنتج يقع في حدود إمكانيات هذه الموارد.

ولعله من الواضح أنه ما لم توجد موارد محددة المقدار أو القدرة تلزم لتحقيق الأهداف المرغوبة فإنه لن يكون هناك قيوداً أو عوائقاً في سبيل تحقيق أية مستوى من هذه الأهداف. وفي ظل هذه الظروف لن يكون هناك مشكلة يرجى التوصل إلى حل لها. وبمعنى آخر فإنه يلزم أن تتواجد مشكلة ندرة حتى يمكن تطبيق البرمجة الخطية.

وحيث أن المقدار المحدد من الموارد المحدودة يضع قيوداً على إمكانيات تحقيق الأهداف، فإن تحديد هذا المقدار على وجه الدقة وبدرجة عالية من التأكد يصبح من مستلزمات التوصل لأفضل الحلول الممكنة للمشكلة قيد البحث والدراسة. فأي خطأ في تحديد المقدار المتاح من الموارد بالزيادة قد يؤدي إلى التوصل إلى حل لا يمكن تحقيقه للمشكلة. كما أن أي خطأ في تحديد هذا المقدار بالنقص قد يؤدي إلى حل غير مثالي للمشكلة الحقيقية.

٣ ـ ١ ـ جـ : إحتياجات المنتجات من طاقة الموارد وقيود النموذج:

تمثل احتياجات المنتجات من الموارد علاقات المستخدم من الموارد الثابتة والمنتج. ويلزم في نموذج البرمجة الخطية أن تكون هذه العلاقات خطية متجانسة من الدرجة الأولى، بمعنى أنه إذا كانت الوحدة من المنتج الأول تحتاج إلى ثلاث ساعات من طاقة المورد الأول فإن وحدتين من المنتج نفسه يجب أن تستنفد ٦ ساعات من المورد نفسه و ١٠ وحدات من المنتج نفسه تستلزم استنفاد ٣٠ ساعة من المورد نفسه وهكذا. ويعبر عن ذلك اقتصادياً بأن دالة الإنتاج تكون خطية متجانسة من الدرجة الأولى، أو بثبات غلة الموارد الثابتة من حجم الإنتاج.

وإذا ما رجعنا للمثال بعاليه، ومتذكرين أننا رمزنا للمنتج الأول بالرمز $س_١$ وللمنتج الثاني بالرمز $س_٢$. فإننا نستطيع التعبير عن علاقات المنتجات بالموارد في هذا المثال بالصورة الجبرية المبسطة التالية:

المرحلة الأولى ٣ س١ + ٢ س٢ ≥ ٣٢٠ ساعة عمل / آلة (٢/١) } [٢]
المرحلة الثانية س١ + ٤ س٢ ≥ ٣٤٠ ساعة عمل/عامل (٢/٢). }

وتعني المتباينة (٢/١) أن عدد الوحدات التي يتم إنتاجها من المنتج الأول (س١) مضروبة في احتياجات كل وحدة من طاقة المرحلة الأولى (٣ ساعات) مضافاً إليها عدد الوحدات التي يتم إنتاجها من المنتج الثاني (س٢) مضروبة في احتياجات كل وحدة من طاقة المرحلة الأولى (ساعتين) يجب أن لا يزيد مجموع حاصل هذا الضرب عن الطاقة المتاحة في هذه المرحلة (٣٢٠ ساعة / عمل آلة)، أو يجب أن يقل عنه أو يساويه (≤). كذلك الأمر بالنسبة للمتباينة (٢/٢) بالنسبة للمرحلة الثانية.

ويطلق على المتباينتين [٢] القيود الموضوعية لمشكلة البرمجة الخطية، وهي الركن الثاني من أركان النموذج. كما يطلق على إحتياجات المنتجات من الموارد معاملات الاستخدام أو المعاملات الفنية. فمعامل استخدام المنتج الأول من المرحلة الأولى ٣. ومعامل استخدام نفس المنتج من المرحلة الثانية ١، بينما معامل استخدام المنتج الثاني من المرحلة الأولى ٢ ومعامل استخدام هذا المنتج من المرحلة الثانية ٤. ويلزم أن تكون هذه المعاملات ثابتة بصرف النظر عن التقلبات في حجم الإنتاج. كما يلزم أن يتم تحديد هذه المعاملات بدقة متناهية وبدرجة عالية من التأكد حتى يؤدي نموذج البرمجة إلى التوصل إلى الحل الأمثل الحقيقي للمشكلة.

هذا ويمكن وضع [٢] في صورة جبر المصفوفات لتبرز مصفوفة معاملات الاستخدام كالآتي:

$$\begin{bmatrix} ٣ & ٢ \\ ١ & ٤ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} س_١ \\ س_٢ \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} ٣٢٠ \\ ٣٤٠ \end{bmatrix} \quad [٢]$$

ويطلق على المصفوفة الأولى مصفوفة معاملات الاستخدام أو المعاملات الفنية ويرمز لها بالرمز [أ]، كما يطلق على المصفوفة الثانية [$\begin{smallmatrix} س_١ \\ س_٢ \end{smallmatrix}$] متجه عمود

الإنتاج [س]، ويطلق على المصفوفة الثالثة [$\frac{٣٢٠}{٣٤٠}$] متجه عمود الكميات [ب]. أي أن [٢] يمكن التعبير عنها رمزياً بجبر المصفوفات كالآتي:

[أ] [س] ≥ [ب]

ويلاحظ في مثالنا الجاري أنه من غير المنطقي أن يكون حجم إنتاج أي من المنتجين أقل من الصفر، ذلك لأنه لا يمكن إنتاج حجم إنتاج سالب. ويعني ذلك أن الحد الأدنى لحجم الإنتاج من المنتج الأول هو الصفر، وكذلك بالنسبة للحد الأدنى لحجم إنتاج المنتج الثاني. ويتم التعبير عن ذلك رمزياً كالآتي:

$س_١$ ≤ صفر [٣]

$س_٢$ ≤ صفر

وبجبر المصفوفات يكون:

[س] ≤ صفر.

ويطلق على المتباينتين [٣] قيود عدم السالبية أو القيود التلقائية في نموذج البرمجة الخطية، وهي الركن الثالث من أركان النموذج.

٣ ـ ٢ ـ الصياغة الرياضية للمشكلة ـ النموذج النمطي للبرمجة الخطية:

يتحدد الهدف المراد تحقيقه بحل المشكلة بالمعادلة رقم [١]، ويتحقق هذا الهدف في ظل القيود الموضوعية المفروضة بالمتباينتين [٢]، والقيود التلقائية الظاهرة في المتباينتين [٣]. وحيث أن الهدف المراد تحقيقه هو تقصية (تعظيم) حصيلة الأرباح المباشرة التي نرمز لها بالرمز (ع) فإن الصيغة الرياضية للمشكلة تتخذ الشكل الآتي:

تقصيه ع = ٥ $س_١$ + ٦ $س_٢$ [١] دالة الهدف

في ظل:

٣ $س_١$ + ٢ $س_٢$ ≥ ٣٢٠ (١/٢)

[٢] القيود الموضوعية

س$_1$ + ٤س$_2$ ≤ ٣٤٠ (٢/٢)

س$_1$ ≥ صفر

[٣] القيود التلقـائية

س$_2$ ≥ صفر

والمشكلة بهذه الصيغة هي في صورة نموذج تقصية أرباح نمطي للبرمجة الخطية.

٣ ـ ٣ ـ الطريقة البيانية ودلالات أركان النموذج:

يلاحظ أن المشكلة موضوع المثال في متغيرين هما س$_1$ و س$_2$، وبالتالي يصبح من السهل توضيح حلها بيانياً على رسم بياني عادي ذا محورين. ولنبدأ بالقيود التلقائية [٣]، والتي تنص على أن س$_1$ يجب أن لا يقل عن الصفر، وكذلك بالنسبة للمتغير س$_2$. ويعني ذلك أن أي نقطة على الرسم البياني يكون فيها س$_1$ أو س$_2$ أقل من الصفر (أي بإشارة سالبة) تصبح خارج نطاق المشكلة ولا تعتبر مقبولة. ويترتب على ذلك أن موضوع اهتمامنا يجب أن يتركز على الربع الأول الموجب من الرسم البياني، حيث يكون فيه كل من س$_1$، س$_2$ أكبر من الصفر أو يساويه (≥ صفر). ولننظر إلى الرسم البياني الموضح في الشكل رقم (١/١) لنجد أن معادلة الخط المستقيم الممثل لمحور س$_1$ (المحور الأفقي) هي س$_2$ = صفر، كما أن أي نقطة فوق هذا الخط تكون فيها س$_2$ > صفر. كذلك بالنسبة لمعادلة الخط المستقيم الممثل لمحور س$_2$ (المحور الرأسي) فهي س$_1$ = صفر، كما أن أي نقطة على يمين هذا الخط تكون فيها س$_1$ > صفر، ومن ثم تكون منطقة اهتمامنا هي الربع الأول من الرسم، وتنتهي مهمة القيود التلقائية. ويعني ذلك أن القيود التلقائية تحدد منطقة الإمكانيات بما لا يجيز إنتاج أحجام إنتاج سالبة، وهو أمر منطقي.

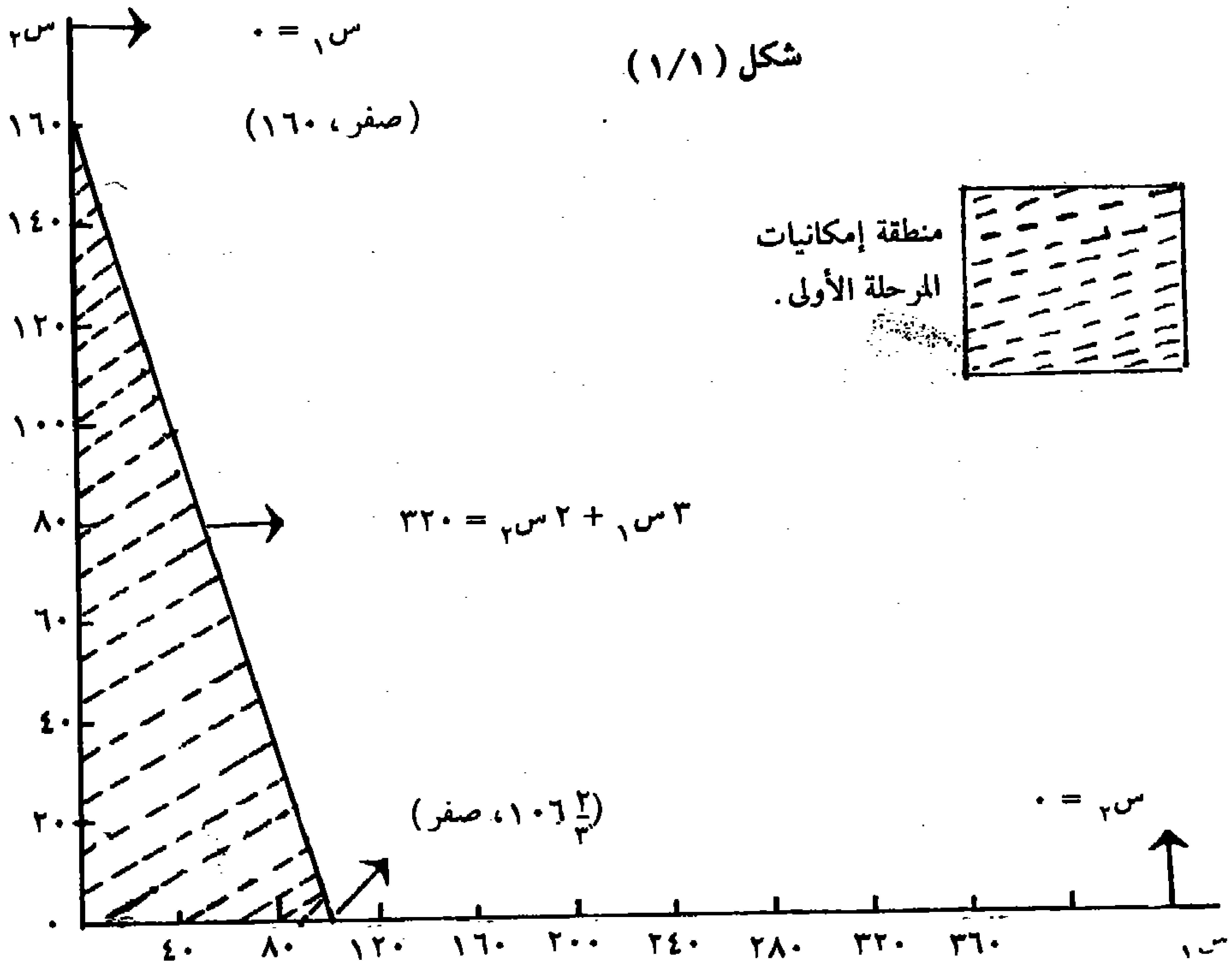
وإذا ما إنتقلنا إلى القيود الموضوعية [٢] لوجدنا أن كل منها يمكن تقسيمه إلى شقين. فالقيد الأول (٢/١) الخاص بالمرحلة الأولى مثلاً يمكن فيه تقسيم

علاقة التباين (≥ أقل من أو يساوي) إلى عنصرين، الأول هو أقل من (>) والثاني هو يساوي (=)، وبذلك يكون شقي هذا القيد كالآتي:

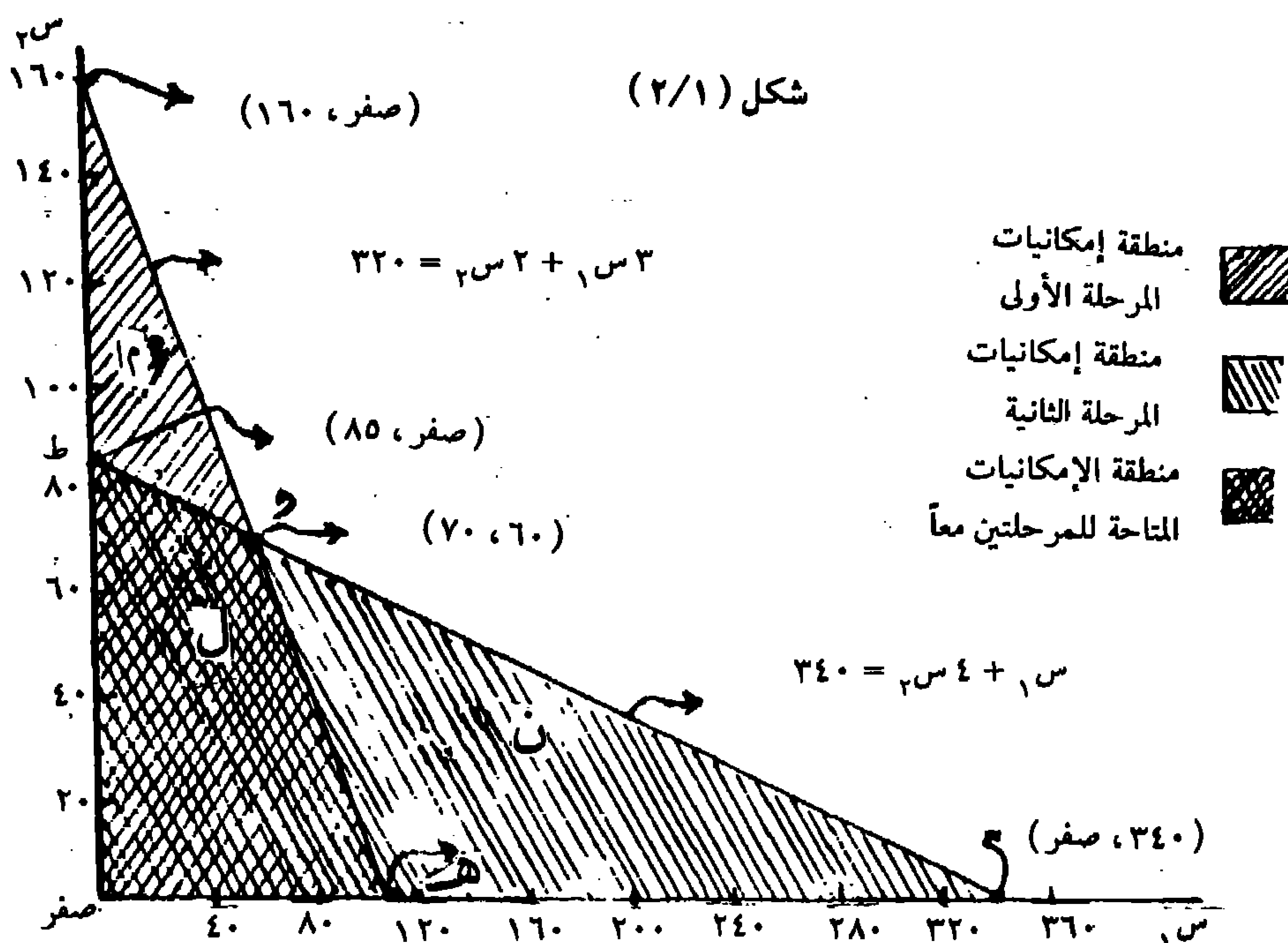
الشق الأول: ٣ س$_١$ + ٢ س$_٢$ > ٣٢٠

الشق الثاني : ٣ س$_١$ + ٢ س$_٢$ = ٣٢٠

ويمثل الشق الثاني معادلة خط مستقيم يمكن رسمه على رسم بياني عادي، كما أن الشق الأول يمثل المساحة التي تقع على يسار الخط المستقيم وإلى أسفله، حيث كل نقطة في هذه المساحة يكون فيها المجموع الجبري لاحتياجات المنتجين أقل من الطاقة المتاحة في المرحلة الأولى. ويظهر الشكل رقم (١/١) ما تقدم، حيث نجد أن القيود التلقائية تحدد موضوع الإهتمام بالربع الأول، ونجد أن القيد الموضوعي (٢/١) يحدد منطقة الإمكانيات المتاحة في المرحلة الأولى بالمساحة المظللة في الشكل.



وينطبق نفس المنطق على القيد الموضوعي (٢/٢) الخاص بالمرحلة الثانية. ويظهر الشكل رقم (٢/١) القيدين معاً في ظل القيود التلقائية التي تحدد منطقة الإهتمام بالربع الأول.



ويلاحظ من الشكل أن المساحة المظللة الواقعة إلى يسار الخط المستقيم $٣ س_١ + ٢ س_٢ = ٣٢٠$ تمثل الإمكانيات المتاحة بطاقة المرحلة الأولى (القيد الموضوعي لأول ١/٢) وذلك بصفة مستقلة عن المرحلة الثانية، ولذلك فإن أية نقطة واقعة في هذه المساحة أو على حدودها تكون قابلة للتحقيق بالطاقة المتاحة في المرحلة الأولى. فالنقطة م مثلاً فيها $س_١ = ٢٠$، $س_٢ = ١١٠$ يمكن تحقيقها بطاقة المرحلة الأولى حيث الوحدة من $س_١$ تتطلب ٣ ساعات والوحدة من $س_٢$ تتطلب ساعتين، وبالتالي تكون الطاقة المطلوبة من المرحلة الأولى لتحقيق النقط م هي:

$٣ \times ٢٠ + ٢ \times ١١٠ = ٢٨٠$ ساعة، بينما الطاقة المتاحة ٣٢٠ ساعة.

كذلك الأمر بالنسبة للمرحلة الثانية، فالمساحة المظللة الواقعة تحت الخط المستقيم $س_1 + ٤ س_2 = ٣٤٠$ تمثل الإمكانيات المتاحة بطاقة المرحلة الثانية بصفة مستقلة عن المرحلة الأولى. ولذلك فإن أية نقطة واقعة في هذه المساحة أو على حدودها تتحقق بالطاقة المتاحة في هذه المرحلة. فالنقطة ك مثلاً حيث $س_1 = ١٦٠$، $س_2 = ٤٠$ تتطلب ١٦٠ × ١ + ٤٠ × ٤ = ٣٢٠ ساعة من طاقة المرحلة بينما الطاقة المتاحة للمرحلة ٣٤٠ ساعة.

غير أن أي من هاتين النقطتين لا يمكن تحقيقه بكلا المرحلتين معاً. فرغم أن النقطة م قابلة التحقيق في حدود طاقة المرحلة الأولى فهي خارج حدود طاقة المرحلة الثانية. فتحقيق هذه النقطة يتطلب توافر: ٢٠ × ١ + ١١٠ × ٤ = ٤٦٠ ساعة من طاقة المرحلة الثانية بينما المتاح فيها هو ٣٤٠ ساعة فقط. كذلك الأمر بالنسبة للنقطة ك فهي تقع خارج إمكانيات المرحلة الأولى، حيث يتطلب تحقيقها: ١٦٠ × ٣ + ٤٠ × ٢ = ٥٦٠ ساعة بينما طاقة المرحلة ٣٢٠ ساعة فقط.

أما النقطة ل فهي تقع داخل إمكانيات كل من المرحلتين معاً وبالتالي فيمكن للمنشأة تحقيقها. فحيث $س_1 = ٤٠$ و $س_2 = ٦٠$ عند النقطة ل، فإن احتياجاتها من طاقة المرحلتين تكون كالآتي:

من المرحلة الأولى: ٤٠ × ٣ + ٦٠ × ٢ = ٢٤٠ ساعة

من المرحلة الثانية: ٤٠ × ١ + ٦٠ × ٤ = ٢٨٠ ساعة

وهي إحتياجات تقل عن الطاقات المتاحة في كل من المرحلتين.

وتتحدد منطقة الإمكانيات المتاحة للمرحلتين معاً كما هو واضح من الشكل (٢/١) بالمساحة المظللة تظليلاً مزدوجاً، وهي محصورة بين نقطة الصفر والنقاط هـ و ط. وأي نقطة تقع داخل هذه المنطقة أو على حدودها يكون من الممكن تحقيقها، وتمثل حلاً ممكناً للمشكلة قيد البحث. ومن الواضح أن عدد النقاط الممكنة في هذه المنطقة ـ منطقة الإمكانيات المشتركة ـ هو عدد لا نهائي، ومن ثم يصبح للمشكلة عدداً لا نهائياً من الحلول الممكنة. والمقصود بالحل الممكن في هذه

الحالة هو الحل القابل للتحقيق في ظل قيود الإمكانيات المتاحة بصفة مجتمعة. وفي مثالنا قيد البحث يكون الحل الممكن هو أي تشكيلة إنتاجية من المنتجين الأول والثاني لا يقل فيها حجم إنتاج أي من المنتجين عن الصفر، ويمكن إنتاجها بالطاقات المتاحة في المرحلتين الانتاجيتين معاً.

ولعلنا نتذكر من معلوماتنا في مبادىء علم الاقتصاد أنه لا يكون في صالح المنشأة أن تنتج عند أية نقطة تقع داخل منطقة الإمكانيات وليست على حدودها الخارجية ما دامت تستطيع تصريف إنتاجها دون تخفيض السعر. والواقع أنه يكون في صالح المنشأة دائماً، في ظل هذه الظروف، أن يكون إنتاجها عند نقطة واقعة على الحدود الخارجية لمنطقة الإمكانيات. ففي مثالنا الجاري يكون في صالح المنشأة أن تنتج عند نقطة تقع على الخط المنكسر هـ و ط في الشكل رقم (١/٢). غير أن عدد النقاط الواقعة على الحدود الخارجية لمنطقة الإمكانيات يكون هو الآخر لا نهائياً، ومن ثم يلزم توافر معيار أو أداة للتفضيل فيما بينها يمكن من اختيار الأفضل دون حاجة إلى فحص كل النقاط الممكنة، ذلك أن فحص كل النقاط الممكنة يعتبر أمراً شاقاً ومستحيلاً.

ويقوم نموذج البرمجة الخطية على مبدأ عام مؤداه أن أفضل الحلول الممكنة لمشكلة البرمجة الخطية يقع عند أحد أركان منطقة الإمكانيات، إذا كان للمشكلة حلاً فريداً مفضلاً. ويؤدي هذا المبدأ إلى عدم ضرورة فحص كل الحلول الممكنة على حدود منطقة الإمكانيات، وهي لا نهائية العدد كما ذكرنا، وإنما يكتفي بفحص الحلول الركنية، أي التي تقع عند أركان منطقة الإمكانيات، واختيار الأفضل من بينها، من حيث القدرة على تحقيق الهدف المرغوب.

وإذا نظرنا للشكل رقم (١/٢) لوجدنا أننا لدينا، بخلاف نقطة الصفر، ثلاثة أركان تقع على الحدود الخارجية لمنطقة الإمكانيات عند النقاط هـ، و، ط. وحيث أن النقطة صفر تعني عدم إنتاج أي شيء ومن ثم عدم تحقيق أرباح، فهي لا تعدو أن تكون نقطة إنطلاق ولا تحتاج لفحص إضافي، ويتطلب الأمر

لفحص النقاط الثلاث الأخرى في مثالنا الجاري تحديد احداثيي كل منها حيث تمثل الإحداثيات حجم إنتاج كل من المنتجين والممكن تحقيقه عند النقطة المعينة.

ويتحدد احداثيي النقطة (هـ) بحل المعادلة:

$$٣ س_{١} + ٢ س_{٢} = ٣٢٠$$

للمتغير $س_{١}$، حيث $س_{٢}$ = صفر

ويتحدد احداثيي النقطة (و) بحل المعادلتين التاليتين معاً:

$$٣ س_{١} + ٢ س_{٢} = ٣٢٠ \qquad (أ)$$

$$س_{١} + ٤ س_{٢} = ٣٤٠ \qquad (ب)$$

وبضرب المعادلة (أ) في − ٢ واضافتها جبرياً للمعادلة (ب) ينتج:

$$- ٦ س_{١} - ٤ س_{٢} = - ٦٤٠$$

$$س_{١} + ٤ س_{٢} = ٣٤٠$$

$$- ٥ س_{١} = - ٣٠٠$$

ومنها $س_{١}$ = ٦٠ وحدة، وبالتعويض لقيمة $س_{١}$ في أي من (أ) أو (ب) نحصل على قيمة $س_{٢}$ = ٧٠ وحدة.

ويتحدد احداثيي النقطة (ط) بحل المعادلة:

$$س_{١} + ٤ س_{٢} = ٣٤٠$$

للمتغير $س_{٢}$، حيث $س_{١}$ = صفر بالتعريف عند هذه النقطة.

وتكون أحجام الإنتاج الممكنة عند كل من النقاط الثلاث، على هذا الأساس كالآتي:

النقطة	$س_{١}$	$س_{٢}$	
هـ	$١٠٦\frac{٢}{٣}$	صفر	($١٠٦\frac{٢}{٣}$، صفر)
و	٦٠	٧٠	(٦٠، ٧٠)
ط	صفر	٨٥	(صفر، ٨٥)

وتصبح المشكلة محصورة في المفاضلة بين هذه النقاط الثلاث:

ويكون معيار المفاضلة هو دالة الربحية التي تمثل دالة الهدف في مثالنا الجاري (المعادلة [١]). فبالتعويض عن قيم $س_{١}$ ، $س_{٢}$ في هذه الدالة لكل من النقاط الثلاث يتم حساب حصيلة الأرباح المباشرة التي تتحقق عند كل منها. وحيث أن الهدف هو تقصية الأرباح المباشرة، فإن الحل الأمثل للمشكلة يقع عند النقطة التي تحقق أكبر حصيلة من هذه الأرباح المباشرة. ويكون ذلك للمثال تحت البحث كالآتي:

دالة الهدف: $ع = ٥ س_{١} + ٦ س_{٢}$

عند النقطة هـ: $ع_{هـ} = ٥ (١٠٦\frac{٢}{٣}) + ٦ (صفر) = ٥٣٣\frac{١}{٣}$ جنيه.

عند النقطة و: $ع_{و} = ٥ (٦٠) + ٦ (٧٠) = ٧٢٠$ جنيه

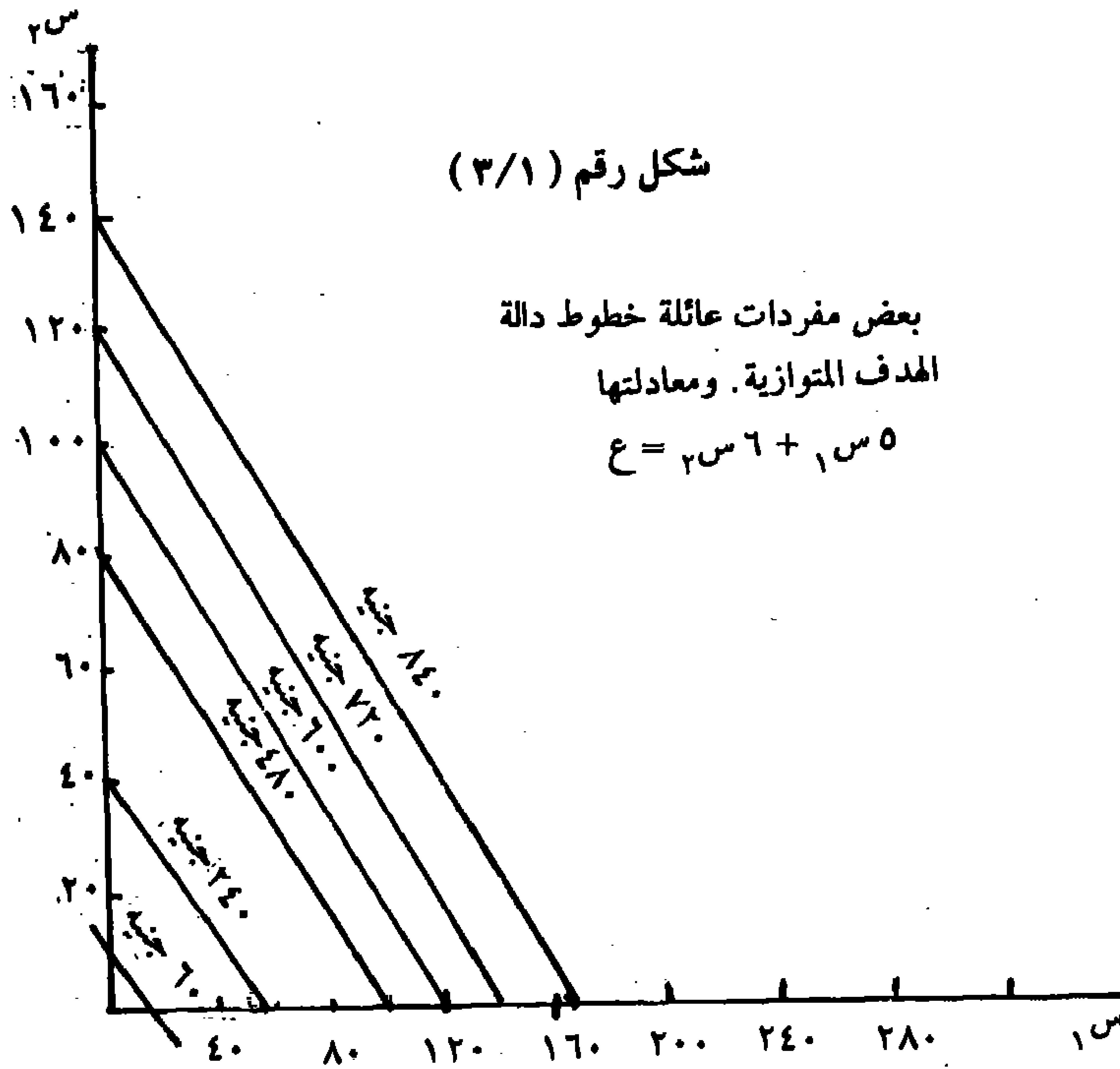
عند النقطة ط، $ع_{ط} = ٥ (صفر) + ٦ (٨٥) = ٥١٠$ جنيه

ومن الواضح أن أقصى أرباح ممكنة تتحقق عند النقطة و حيث:

ع = ٧٢٠ جنيه، $س_{١} = ٦٠$ ، $س_{٢} = ٧٠$ ، وبالتالي فهي تمثل الحل الأمثل للمشكلة.

والواقع أن دالة الهدف (في حالة تقصية الأرباح) في نموذج البرمجة الخطية تقوم بدور منحنيات الناتج المتساوي في شأن تحديد توازن المنتج أو بدور منحنيات السواء في شأن تحديد توازن المستهلك. ففي الحالة الأولى يرغب المنتج في التوصل إلى أعلى منحنى للناتج المتساوي يماس حدود الإمكانيات الإنتاجية، وفي الحالة الثانية يرغب المستهلك التوصل إلى أعلى منحنى سواء يماس حدود إمكانيات ميزانيته. وفي كلتا الحالتين فإن أفضل النقاط الممكنة هي نقطة التماس.

وكما أن خريطة منحنيات السواء تتكون من عائلة لا نهائية العدد من هذه المنحنيات المتوازية وغير المتقاطعة فإن دالة الهدف تتكون من عائلة من الخطوط المستقيمة (في مثالنا الذي يتكون من متغيرين) المتوازية وغير المتقاطعة كما يتضح من الشكل (٣/١).



ويتضح من الشكل على سبيل المثال أن:

(١) خط ٦٠ جنيه يتحقق بإنتاج ١٢ وحدة من $س_١$ ، أو بإنتاج ١٠ وحدات من $س_٢$ ومعادلته هي: $٥ س_١ + ٦ س_٢ = ٦٠$

(٣) خط ٤٨٠ جنيه يتحقق بإنتاج ٩٦ وحدة من $س_١$ ، أو بإنتاج ٨٠ وحدة من $س_٢$ أو أي مزيج بينهما طبقاً للمعادلة: $٥ س_١ + س_٢ = ٤٨٠$

(٥) خط ٧٢٠ جنيه يتحقق بإنتاج ١٤٤ وحدة من $س_١$ ، أو بإنتاج ١٢٠ وحدة من $س_٢$ أو أي مزيج بينهما طبقاً للمعادلة: $٥ س_١ + ٦ س_٢ = ٧٢٠$

ويوضح الشكل أن كل خط من الخطوط المتوازية يعطي مقداراً ثابتاً من حصيلة الأرباح المباشرة للمنتجين معاً. فالخط رقم (٢) مثلاً يحقق حصيلة قدرها ٢٤٠ جنيه عند أي نقطة من نقاطه. فعند تقاطعه مع محور $س_١$ يكون احداثيي هذه النقطة (٤٨ ، صفر) أي أن $س_١ = ٤٨$ وحدة و $س_٢ =$ صفر، وتكون

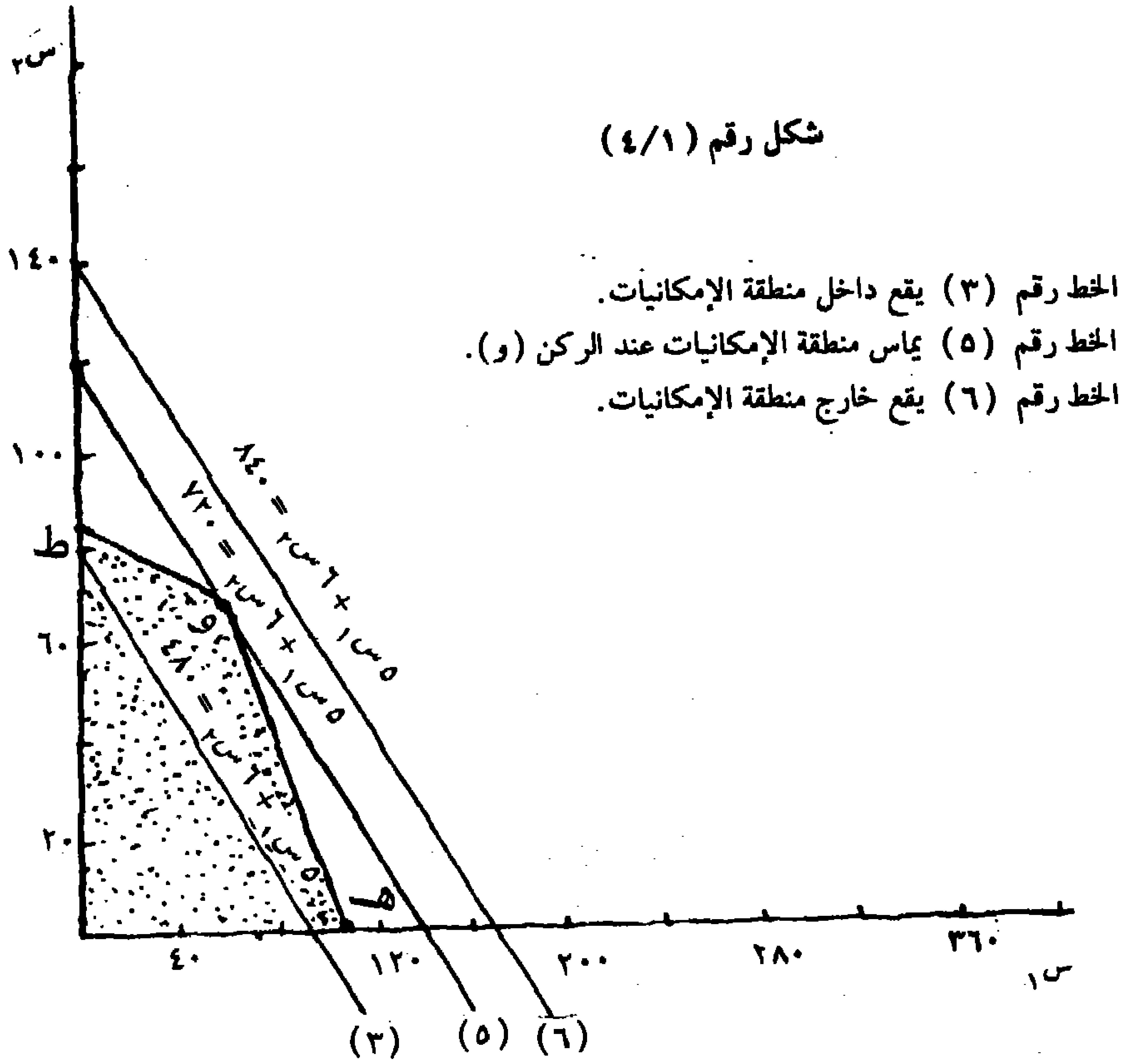
حصيلة الأرباح المباشرة ع = ٥ (٤٨) + ٦ (صفر) = ٢٤٠ جنيه. وعند تقاطعه مع محور $س_٢$ يكون احداثيي النقطة (صفر، ٤٠)، أي أن $س_١$ = صفر، $س_٢$ = ٤٠ وحدة، وتكون حصيلة الأرباح المباشرة ع = ٥ (صفر) + ٦ (٤٠) = ٢٤٠ جنيه.

وحيث أن معادلة هذا الخط هي:

$$٥ س_١ + ٦ س_٢ = ٢٤٠ \qquad (٤)$$

فإن أي تشكيلة من $س_١$ أو $س_٢$ تقع على هذا الخط تؤدي تلقائياً إلى تحقيق نفس الحصيلة فإذا كانت $س_١$ = ٢٤ وحدة فإن $س_٢$ لا بد وأن تساوي ٢٠ وحدة لتتحقق الحصيلة ٢٤٠ جنيه. كذلك الأمر بالنسبة لباقي الخطوط كما يتضح من الشكل.

وإذا ما أدمجنا الشكل رقم (١/٢) مع الشكل رقم (١/٣) لظهر لنا الحل البياني للمشكلة بالكامل. ويتضح ذلك من الشكل رقم (١/٤) مع مراعاة أننا اكتفينا من الشكل رقم (١/٢) بمنطقة الإمكانيات المشتركة ومن الشكل رقم (١/٣) بالخطوط أرقام (٣) و (٥) و (٦).



ويتضح من الشكل أن الحل الأمثل للمشكلة يقع عند النقطة و، حيث يتم إنتاج $س_١$ = ٦٠ وحدة و $س_٢$ = ٧٠ وحدة، وتتحقق حصيلة أرباح مباشرة قدرها ٧٢٠ جنيه كما يظهرها أعلى خط لحصيلة الأرباح المتساوية يماس منطقة الإمكانيات الإنتاجية.

٣ - ٤ - معاملات الإحلال أو معدلات الإحلال:

بالرغم من أن النقطة (و) هي نقطة الحل الأمثل للمشكلة قيد البحث، فإن تأكيد هذه الحقيقة عن طريق الإنتقال من نقطة ركنية إلى أخرى على حدود منطقية الإمكانيات يعتبر من الأمور الجوهرية لتوضيح ميكانيكية الطريقة المنتظمة

للبرمجة الخطية. ولنعود للشكل رقم (٢/١) لتوضيح ذلك. وبالعودة للشكل نجد أن نقاطه الركنية الأربع هي كالآتي:

النقطة	الاحداثين	حجم الإنتاج $س_1$	$س_2$
الصفر	(صفر، صفر)	صفر	صفر
هـ	($١٠٦\frac{٢}{٣}$، صفر)	$١٠٦\frac{٢}{٣}$	صفر
و	(٦٠، ٧٠)	٦٠	٧٠
ط	(صفر، ٨٥)	صفر	٨٥

ولنفرض أن المنشأة تنتج حالياً عند النقطة هـ حيث تتخصص في إنتاج المنتج الأول وتنتج $س_1 = ١٠٦\frac{٢}{٣}$ وحدة في الفترة التكاليفية. وهذا يؤدي، كما سبق أن أوضحنا إلى استغلال طاقة المرحلة الأولى بالكامل ($١٠٦\frac{٢}{٣}$ وحدة × ٣ ساعات للوحدة = ٣٢٠ ساعة)، بينما يؤدي إلى إستغلال $١٠٦\frac{٢}{٣}$ ساعة من طاقة المرحلة الثانية ويبقى $٢٣٣\frac{١}{٣}$ ساعة فيها طاقة عاطلة. ويؤدي إنتاج $١٠٦\frac{٢}{٣}$ وحدة $س_1$ إلى تحقيق حصيلة أرباح مباشرة قدرها:

$ع_{هـ} = ٥\ (١٠٦\frac{٢}{٣}) + ٦\ (صفر) = ٥٣٣\frac{١}{٣}$ جنيه.

كما سبق وأوضحنا.

ولنفترض الآن أن المنشأة ترغب في تخفيض إنتاج $س_1$ في سبيل توفير طاقة من المرحلة الأولى لمحاولة إنتاج $س_2$. ولنفترض أيضاً أن المنشأة لا تعرف تأثير ذلك على حصيلة الأرباح المباشرة، ولذلك فهي ترغب في تنفيذ تجربة تخفيض $س_1$ وحدة بوحدة. فإذا خفضت إنتاج $س_1$ بمقدار وحدة واحدة ليصبح $س_1 = ١٠٥\frac{٢}{٣}$ بدلا من $١٠٦\frac{٢}{٣}$ وحدة فسوف نجد أن إحتياجات الـ $١٠٥\frac{٢}{٣}$ وحدة من طاقة المرحلة الأولى = $١٠٥\frac{٢}{٣}$ × ٣ ساعة = ٣١٧ ساعة بما يتيح طاقة عاطلة في المرحلة الأولى = ٣ ساعات، بينما تصبح الطاقة العاطلة في المرحلة الثانية $٢٣٤\frac{١}{٣}$ ساعة بدلا من $٢٣٣\frac{١}{٣}$ ساعة. وحيث أن الوحدة من المنتج الثاني $س_2$

تحتاج لساعتين من طاقة المرحلة الأولى، فإن الثلاث ساعات المتوفرة من تخفيض إنتاج $س_1$ بوحدة واحدة سوف تمكن من إنتاج $١\frac{١}{٢}$ وحدة من $س_2$. ويؤدي إنتاج هذا الحجم من $س_2$ ($١\frac{١}{٢}$ وحدة) بالإضافة إلى إنتاج $١٠٥\frac{٢}{٣}$ وحدة من $س_1$ إلى انخفاض الطاقة العاطلة بالمرحلة الثانية بمقدار ٦ ساعات لتصبح $٢٢٨\frac{١}{٣}$ ساعة (لأن الوحدة من $س_2$ تحتاج لأربع ساعات من المرحلة الثانية). وتظل الطاقة مستغلة بالكامل في المرحلة الأولى.

وتقع نقطة الإنتاج الجديدة على الخط هـ و (والممثل لحدود طاقة المرحلة الأولى) ولنرمز لها بالرمز $هـ_1$، وتكون حصيلة الأرباح المباشرة عند $هـ_1$ كالآتي:

$$ع_{هـ_1} = ٥ (١٠٥\frac{٢}{٣}) + ٦ (١\frac{١}{٢}) = ٥٣٧\frac{١}{٣} \text{ جنيه}$$

أي أن حصيلة الأرباح تزيد بواقع ٤ جنيه نتيجة إحلال وحدة ونصف من $س_2$ بدلاً من وحدة واحدة من $س_1$ كالآتي:

حصيلة الأرباح عند هـ حيث $س_1 = ١٠٦\frac{٢}{٣}$ وحدة هي	$٥٣٣\frac{١}{٣}$ جنيه
– الأرباح المفقودة بتخفيض وحدة من $س_1$	(٥ جنيه).
+ الأرباح المضافة بإنتاج $١\frac{١}{٢}$ وحدة من $س_2$ ($\frac{١}{٢}$ × ٦)	= ٩ جنيه
حصيلة الأرباح عند $هـ_1$	= $٥٣٧\frac{١}{٣}$ جنيه

ونستنتج من ذلك أن تخفيض إنتاج $س_1$ وإضافة $س_2$ يؤدي إلى زيادة الأرباح وخفض الطاقة العاطلة في المرحلة الثانية، ولكن هل يستمر هذا الوضع إلى أن يصبح إنتاج $س_1$ = صفر، وإلى أن تتخصص المنشأة في إنتاج $س_2$؟ هذا غير صحيح بالتأكيد في المشكلة قيد البحث. ولتوضيح ذلك نفترض أن المنشأة استمرت في تخفيض $س_1$ وحده وحدة مقابل زيادة إنتاج $س_2$ إلى أن وصلت إلى النقطة هـ ٤٦ التي فيها $س_1 = ٦٠\frac{٢}{٣}$ وحدة وبالتالي $س_2$ = ٦٩ وحدة، كما يتضح من الجدول (١/١) وتكون حصيلة الأرباح المباشرة عند هذه النقطة كالآتي:

ع هـ$_{٤٦}$ = ٥ (٦٠ $\frac{٢}{٣}$) + ٦ (٦٩) = ٧١٧ $\frac{١}{٣}$ جنيه

فإذا قامت المنشأة بعد ذلك بتخفيض س$_{١}$ بمقدار $\frac{٢}{٣}$ وحدة ليصبح س$_{١}$ = ٦٠ وحدة لأصبح من الممكن إنتاج ٧٠ وحدة من س$_{٢}$ كما يتضح من الجدول لتتحقق حصيلة أرباح ٧٢٠ جنيه، وهي النقطة (و) على الشكل رقم (١/٢) والشكل رقم (١/٤).

جدول رقم (١/١)

معاملات الاحلال بين س$_{١}$، س$_{٢}$ على الخط الجزئي هـ و الخاص بحدود طاقة المرحلة الأولى وتأثيرها على الربحية

النقطة	س$_{١}$	النقص في س$_{١}$	س$_{٢}$	الزيادة في س$_{٢}$	حصيلة الأرباح المباشرة	بالجنيه
هـ	١٠٦ $\frac{٢}{٣}$		صفر		٥ (١٠٦ $\frac{٢}{٣}$) + ٦ (صفر)	= ٥٣٣ $\frac{١}{٣}$
هـ$_{١}$	١٠٥ $\frac{٢}{٣}$	-١	١ $\frac{١}{٢}$	١ $\frac{١}{٢}$	٥ (١٠٥ $\frac{٢}{٣}$) + ٦ (١ $\frac{١}{٢}$)	= ٥٣٧ $\frac{١}{٣}$
هـ$_{٢}$	١٠٤ $\frac{٢}{٣}$	-١	٣	١ $\frac{١}{٢}$	٥ (١٠٤ $\frac{٢}{٣}$) + ٦ (٣)	= ٥٤١ $\frac{١}{٣}$
هـ$_{٣}$	١٠٣ $\frac{٢}{٣}$	-١	٤ $\frac{١}{٢}$	١ $\frac{١}{٢}$	٥ (١٠٣ $\frac{٢}{٣}$) + ٦ (٤ $\frac{١}{٢}$)	= ٥٤٥ $\frac{١}{٣}$
..	..	..	..	..	...	..
هـ$_{١٠}$	٩٦ $\frac{٢}{٣}$	-١	١٥	١ $\frac{١}{٢}$	٥ (٩٦ $\frac{٢}{٣}$) + ٦ (١٥)	= ٥٧٣ $\frac{١}{٣}$
..	..	..	..	..	..	..
هـ$_{٤٠}$	٦٦ $\frac{٢}{٣}$	-١	٦٠	١ $\frac{١}{٢}$	٥ (٦٦ $\frac{٢}{٣}$) + ٦ (٦٠)	= ٦٩٣ $\frac{١}{٣}$
..	..	..	...	..	..	..
هـ$_{٤٦}$	٦٠ $\frac{٢}{٣}$	-١	٦٩	١ $\frac{١}{٢}$	٥ (٦٠ $\frac{٢}{٣}$) + ٦ (٦٩)	= ٧١٧ $\frac{١}{٣}$
و	٦٠	-$\frac{٢}{٣}$	٧٠	١	٥ (٦٠) + ٦ (٧٠)	= ٧٢٠

ويلاحظ من الجدول أن معاملات إحلال س$_1$ بالمنتج س$_2$ ثابتة على طول الخط الجزئي (هـ و) المحدد لطاقة المرحلة الأولى ، كما أن الإتجاه من النقطة هـ إلى النقطة و ويؤدي إلى زيادة حصيلة الأرباح المباشرة . ويبلغ معامل احلال س$_1$ بالمنتج س$_2$ ، أي $\frac{\Delta س_1}{\Delta س_2} = -\frac{٢}{٣}$ [$\left(\frac{-١}{١\frac{١}{٢}}\right)$ أو $-\frac{٢}{٣} \div ١$] ، أي أن نقص س$_1$ بمقدار $\frac{٢}{٣}$ وحدة يؤدي إلى زيادة س$_2$ بمقدار وحدة واحدة. ومن الواضح أن $\frac{٢}{٣}$ وحدة من س$_1$ تحقق أرباح مباشرة = $٣\frac{١}{٣}$ جنيه بينما الوحدة من س$_2$ تحقق ٦ جنيه.

ولنفرض الآن أن المنشأة بعد الوصول إلى النقطة (و) أرادت تخفيض إنتاج س$_1$ بوحدة أخرى واحلالها بالمنتج س$_2$. ويؤدي ذلك إلى أن:

احتياجات س$_1$ من المرحلة الأولى = ٥٩ × ٣ = ١٧٧ ساعة

الباقي من طاقة المرحلة الأولى لإنتاج س$_2$ = ٣٢٠ − ١٧٧ = ١٤٣ ساعة

عدد الوحدات الممكن انتاجها من س$_2$:

في المرحلة الأولى = ١٤٣ ÷ ٢ = $٧١\frac{١}{٢}$ وحدة (أ)

احتياجات س$_1$ من المرحلة الثانية = ٥٩ × ١ = ٥٩ ساعة

الباقي من طاقة المرحلة الثانية لإنتاج س$_2$ = ٣٤٠ − ٥٩ = ٢٨١ ساعة

عدد الوحدات الممكن انتاجها من س$_2$

في المرحلة الثانية = ٢٨١ ÷ ٤ = $٧٠\frac{١}{٤}$ وحدة (ب)

ومن الواضح أن تخفيض إنتاج س$_1$ بمقدار وحدة واحدة في هذه الحالة سوف يؤدي إلى توفير ٣ ساعات من طاقة المرحلة الأولى التي تمكن من إنتاج $١\frac{١}{٢}$ وحدة من س$_2$ بحيث يمكن أن يزيد س$_2$ من ٧٠ إلى $٧١\frac{١}{٢}$ وحدة كما في (أ) بعاليه . غير أن هذا التخفيض في س$_1$ سوف يؤدي إلى توفير ساعة واحدة فقط من طاقة المرحلة الثانية التي أصبحت مستغلة بالكامل عند النقطة (و) ، ولا تمكن هذه الساعة من زيادة إنتاج س$_2$ إلا بمقدار $\frac{١}{٤}$ وحدة فقط. وسوف يؤدي تخفيض س$_1$ بوحدة إلى خفض حصيلة الأرباح المباشرة بمبلغ ٥ جنيه بينما تؤدي

زيادة $س_٢$ بمقدار $\frac{١}{٤}$ وحدة إلى زيادة الأرباح المباشرة بمبلغ $١\frac{١}{٢}$ جنيه ليتحقق نقص صافي في الحصيلة قدره $٣\frac{١}{٢}$ جنيه، وهو أمر ليس في صالح المنشأة. ويصبح من صالح المنشأة العودة ثانية للنقطة (و) حيث $س_١$ = ٦٠ وحدة و$س_٢$ = ٧٠ وحدة.

لاحظ أن النقطة $س_١$ = ٥٩ ، $س_٢$ = $٧٠\frac{١}{٤}$ تقع على الخط الجزئي و ط والذي يمثل حدود طاقة المرحلة الثانية. ويختلف معامل احلال $س_١$ بالمنتج $س_٢$ على هذا الخط عن ذلك على الخط هـ و. فبينما هذا المعامل كان $-\frac{٢}{٣}$ على الخط هـ و فنجد أنه − ٤ على الخط و ط. بمعنى أنه يلزم خفض إنتاج $س_١$ بمقدار أربع وحدات حتى يمكن إضافة وحدة واحدة من $س_١$.

ويمكن الحصول على معاملات الاحلال مباشرة من القيود الموضوعية للمشكلة. فمعامل احلال $س_١$ بالمنتج $س_٢$ بالنسبة للمرحلة الأولى يمكن الحصول عليه من القيد الموضوعي الأول بقسمه معامل $س_٢$ على معامل $س_١$ وضرب الناتج في (−١)، ذلك لأن نقص $س_١$ يؤدي إلى زيادة $س_٢$ ، كذلك بالنسبة لمعامل احلال $س_١$ بالمنتج $س_٢$ ، بالنسبة للمرحلة الثانية حيث يمكن الحصول عليه من القيد الموضوعي الثاني بنفس الطريقة.

وتلعب معاملات الاحلال بالتفاعل مع دالة الهدف دوراً هاماً في التوصل المرحلي للحل الأمثل للمشكلة بطريقة السمبلكس كما سيرد فيما بعد.

٣ ـ ٥ ـ الاستغلال الكامل للطاقة والاستغلال الأمثل للطاقة:

توصلنا إلى الحل الأمثل للمشكلة قيد البحث عند النقطة و حيث $س_١$ = ٦٠ ، $س_٢$ = ٧٠ وحصيلة الأرباح المباشرة أكبر ما يمكن عند ع = ٧٢٠ جنيه. والملاحظ في هذه المشكلة أن الحل الأمثل يؤدي إلى استغلال الطاقة الكاملة للمرحلتين. وليس معنى ذلك أن يؤدي الحل الأمثل دائماً إلى الاستغلال الكامل للطاقة، حيث أن هذا الهدف في حد ذاته، هدف الاستغلال الكامل للطاقة،

يتعارض مع هدف تحقيق أقصى قدر من الأرباح. وبمعنى آخر فإن الاستغلال الأمثل للطاقة المتاحة بهدف تحقيق أقصى قدر من الأرباح قد لا يؤدي في كثير من الأحيان إلى الاستغلال الكامل لتلك الطاقة. وبالتالي فليس من الضروري أن يكون الاستغلال الأمثل للطاقة استغلالاً كاملاً لها.

ولتوضيح ذلك دعنا نفترض أن الربحية المباشرة للوحدة من س$_١$ في مثالنا السابق تضاعفت إلى ١٠ جنيه مع بقاء ربحية س$_٢$ واحتياجات كل من المنتجين من كل من المرحلتين كما هي. وبذلك تصبح المشكلة الجديدة كما هو موضح في [١].

عظم ع = ١٠س$_١$ + ٦ س$_٢$

في ظل ٣ س$_١$ + ٢ س$_٢$ $\leqslant$ ٣٢٠ [١]

س$_١$ + ٤ س$_٢$ $\leqslant$ ٣٤٠

س$_١$ $\geqslant$ صفر

س$_٢$ $\geqslant$ صفر

ولا تختلف منطقة الإمكانيات في هذه المشكلة عن تلك الموضحة في الشكل (٢/١)، فلم يحدث تغير في أي من القيود، وإنما انحصر الاختلاف في معامل س$_١$ في دالة الهدف، وبالتالي فتظل الحلول واجبة الفحص والمفاضلة للاختيار من بينها تلك عند النقاط هـ، و، ط. وإذا ما قمنا بتقييم الربحية عند هذه النقاط بدالة الهدف الجديدة لوجدنا أن:

ع$_{هـ}$ = ١٠ (١٠٦ $\frac{٢}{٣}$) + ٦ (صفر) = ١٠٦٦ $\frac{٢}{٣}$ جنيه

ع$_{و}$ = ١٠ (٦٠) + ٦ (٧٠) = ١٠٢٠ جنيه

ع$_{ط}$ = ١٠ (صفر) + ٦ (٨٥) = ٥١٠ جنيه

وحيث أن الهدف هو تقصية الأرباح، فإن النقطة هـ في ظل هيكل الربحية الجديد تصبح هي نقطة الحل الأمثل. ويؤدي الإنتاج عند النقطة هـ (١٠٦ $\frac{٢}{٣}$،

صفر) إلى الآتي:

الاحتياجات من طاقة المرحلة الأولى: = ٣ ($١٠٦\frac{٢}{٣}$) + ٢ (صفر) = ٣٢٠ ساعة

الاحتياجات من طاقة المرحلة الثانية = ١ ($١٠٦\frac{٢}{٣}$) + ٤ (صفر) = $١٠٦\frac{٢}{٣}$ ساعة

الطاقة العاطلة في المرحلة الأولى = ٣٢٠ − ٣٢٠ = صفر

الطاقة العاطلة في المرحلة الثانية = ٣٤٠ − $١٠٦\frac{٢}{٣}$ = $٢٣٣\frac{١}{٣}$ ساعة

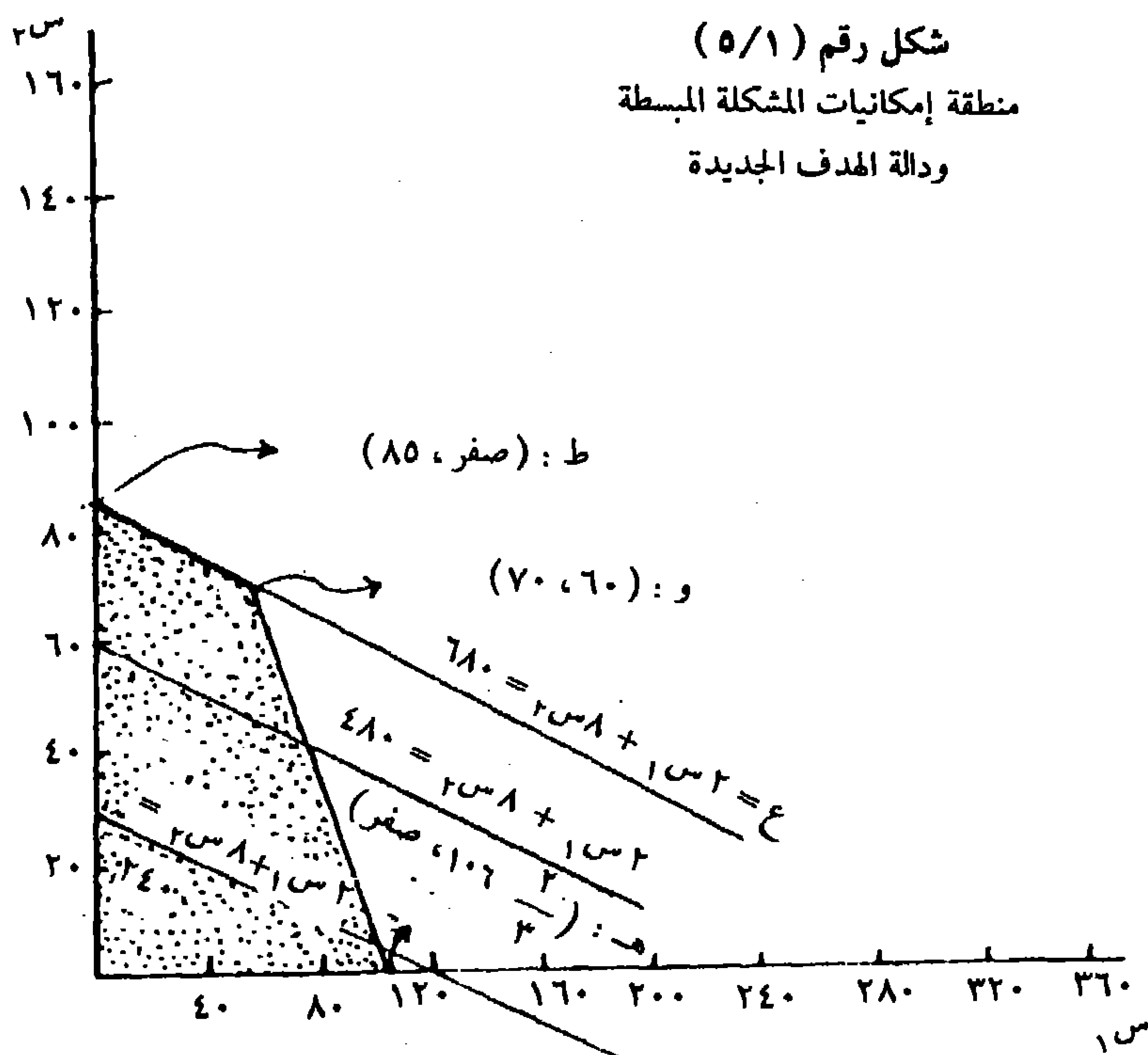
ورغم أن الطاقة العاطلة في المرحلة الثانية تزيد على ثلثي الطاقة المتاحة فيها فما زالت النقطة هـ هي نقطة الحل الأمثل لتحقيق هدف تقصية حصيلة الأرباح المباشرة.

٣ ـ ٦ ـ تعدد الحلول المثالية ـ عدم الإنفرادية:

قد يكون للمشكلة موضوع البحث أكثر من حل واحد يمكن من تحقيق نفس الهدف بنفس القدر أو الكفاءة. وفي هذه الحالة لا يكون الحل الأمثل حلاً فريداً يفوق كل الحلول الممكنة الأخرى من حيث القدرة أو الكفاءة في تحقيق الهدف، لتواجد حلول أخرى مثيلة له. وفي هذه الحالة يستوي اختيار أي من هذه الحلـول المثالية المتكافئة في تحقيق الهدف. ولنفترض تعديلاً للمثال السابق أن ربحية المنتج الأول انخفضت إلى ٢ جنيه للوحدة بينما ربحية المنتج الثاني ارتفعت إلى ٨ جنيه للوحدة، لتكون دالة الهدف كالآتي:

$$ع = ٢ س_{١} + ٨ س_{٢}$$

مع بقاء قيود الطاقة الخاصة بالمرحلتين على حالها. فسوف يؤدي ذلك إلى أن ميل دالة الهدف يتساوى مع ميل قيد الطاقة الخاص بالمرحلة الثانية. ويتضح ذلك من الشكل (٥/١).



شكل رقم (١/٥)
منطقة إمكانيات المشكلة المبسطة
ودالة الهدف الجديدة

ويتضح من الشكل أن دالة الهدف الجديدة (ع = ٢ س$_{١}$ + ٨ س$_{٢}$) تتطابق مع قيد طاقة المرحلة الثانية (وهو س$_{١}$ + ٤س$_{٢}$ = ٣٤٠) عندما تكون قيمة ع، أي حصيلة الأرباح المباشرة مبلغ ٦٨٠ جنيه. وينتج عن ذلك أن عدداً لا نهائياً من التشكيلات الإنتاجية الخاصة بالمنتجين تقع بين النقطة ط (صفر، ٨٥) والنقطة و (٦٠، ٧٠) كل منها يؤدي إلى تحقيق نفس الحصيلة من الأرباح المباشرة. ومع ذلك فإن أحد هذه النقاط على الأقل يمثل حلاً ركنياً مثالياً للمشكلة، بالرغم من أنه ليس حلاً فريداً. وسوف نرى فيما بعد أنه ليس من الضروري أن يكون الحل الأمثل لمشكلة البرمجة الخطية حلاً فريداً، بل يمكن أن تتعدد الحلول المثالية للمشكلة الواحدة شريطة أن يؤدي كل منها إلى تحقيق نفس القيمة لدالة الهدف.

٤ ـ مشكلة تدنية تكاليف أو تضحيات:

كان الهدف في مشكلتنا المبسطة بعاليه هو تقصية حصيلة الأرباح المباشرة، حيث أنصب هدف التقصية على أشياء مرغوبة ونافعة. وقد يكون الهدف في بعض المشاكل منصباً على تخفيض أو تدنية التكاليف أو التضحيات أو تحقيق أدنى قدر من الأشياء غير المرغوبة في ظل قيود معينة.

ولنفترض أن أحد خريجي الزراعة يريد التوصل إلى مزيج معين من مادتين غذائيتين للدواجن بحيث يتحقق في المزيج شروط التغذية المثالية بأقل تكاليف ممكنة. ولنفترض أن شروط التغذية المطلوب أن تتحقق كحد أدنى في وحدة التغذية كانت كالآتي: بروتينات ٣٦ وحدة، دهون وشحومات ٣٢ وحدة، نشويات وسكريات ٤٠ وحدة. ولنفرض أن وحدة الأذرة الهجين تحتوي على وحدة واحدة من البروتين ووحدتين من الدهون وخمس وحدات من النشويات والسكريات، وتبلغ تكلفتها جنيه واحد، كما أن وحدة الكسب تحتوي على ٣ وحدات بروتين ووحدة شحومات ووحدة نشويات وسكريات، وتبلغ تكلفتها ٦٠ قرشاً. ويرغب خريج الزراعة الشاب في تحديد المزيج الأمثل من الأذرة والكسب في وحدة التغذية التي يتحقق فيها الشروط المطلوبة بأقل تكلفة ممكنة.

٤ ـ ١ ـ الصياغة الرياضية للمشكلة:

دعنا نرمز للأذرة الهجين بالرمز $س_١$ وللكسب بالرمز $س_٢$، وبالتالي تكون دالة الهدف هي تخفيض التكلفة الإجمالية للمزيج من $س_١$، $س_٢$ واللازم لتحقيق شروط التغذية إلى أقل ما يمكن، وحيث الوحدة من $س_١$ تكلف جنيه واحد والوحدة من $س_٢$ تكلف ٦٠ قرشاً، فإن دالة الهدف تكون كالآتي (حيث ت = جملة التكاليف).

$$تدنية\ ت = س_١ + ٦ر\ س_٢ \qquad [١]$$

ويجب أن يتحقق هذا الهدف في ظل شروط تحقيق الحد الأدنى المطلوب في

وحدة التغذية من بروتينات ودهنيات ونشويات. وحيث أن الحد الأدنى المطلوب من البروتينات هو ٣٦ وحدة / وحدة التغذية، وحيث الوحدة من $س_{١}$ تحتوي على وحدة واحدة من البروتين والوحدة من الكسب تحتوي على ٣ وحدات بروتين فإن قيد البروتينات يكون كالآتي:

$$س_{١} + ٣ س_{٢} \geqslant ٣٦ \qquad (٢/١)$$

ويلاحظ أن إشارة التباين تتطلب أن لا تقل (أكبر من أو يساوي) كمية البروتينات في المزيج عن ٣٦ وحدة، حيث تمثل هذه الكمية الحد الأدنى المطلوب توافره. وبنفس المنطق نجد أن قيدي الدهنيات والنشويات كالآتي:

الدهنيات: $$٢ س_{١} + س_{٢} \geqslant ٣٢ \qquad (٢/٢)$$

النشويات: $$٥ س_{١} + س_{٢} \geqslant ٤٠ \qquad (٢/٣)$$

وبذلك تكون الصيغة الرياضية للمشكلة بالكامل كالآتي:

تدنية $$ت = س_{١} + ٦ ر - س_{٢} \qquad [١]$$

في ظل: القيود الموضوعية:

$$س_{١} + ٣ س_{٢} \geqslant ٣٦$$

$$٢ س_{١} + س_{٢} \geqslant ٣٢ \qquad [٢]$$

$$٥ س_{١} + س_{٢} \geqslant ٤٠$$

القيود التلقائية:

$$س_{١} \geqslant صفر$$

$$س_{٢} \geqslant صفر \qquad [٣]$$

لاحظ أن علامات التباين الخاصة بالقيود الموضوعية لمشكلة التدنية هي عكس علامات التباين في مشكلة التقصية السابقة. وهذه تعتبر قاعدة عامة في النموذج النمطي للبرمحة الخطية.

٤ - ٢ - الحل البياني للمشكلة:

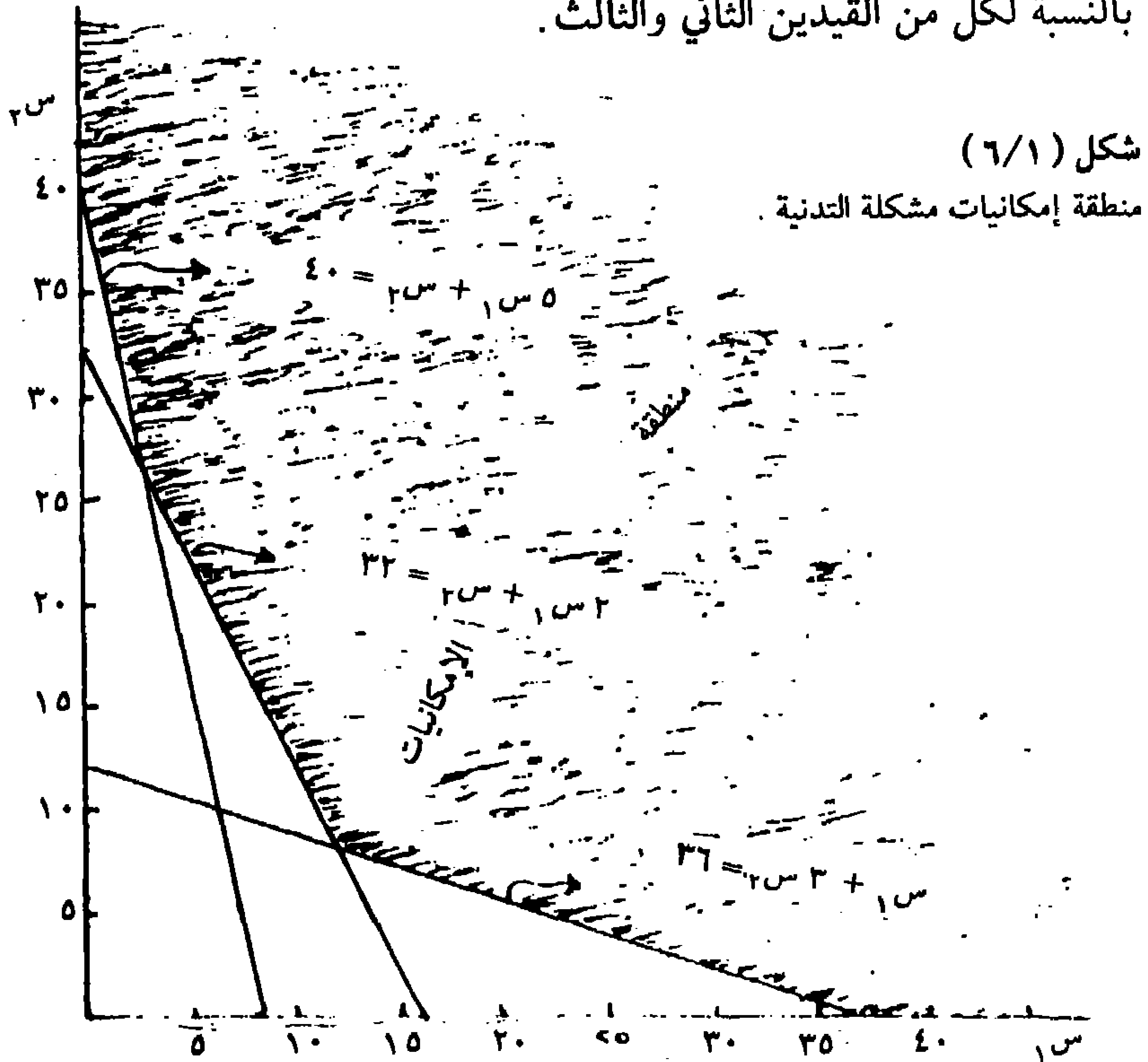
يمكن تقسيم كل من القيود الموضوعية إلى شقين على نفس نمط المشكلة السابقة

فالقيد الأول يمكن تقسيمه إلى:

$$س_1 + 3 س_2 > 36$$

$$س_1 + 3 س_2 = 36$$

وحيث أن المشكلة تقع في متغيرين فإنه يمكن إظهارها بياناً برسم المتساويات في القيود على رسم بياني كالموضح في الشكل رقم (٦/١). ويتضح من الشكل أن منطقة إمكانيات مشكلة التدنية تقع أعلى تقاطع متساويات القيود، ذلك لأن شق متباينات نفس القيود يتطلب أن تزيد محتويات المزيج عن الحد الأدنى المطلوب توافره. فالشق الأول من القيد الأول مثلاً يتطلب أن تزيد محتويات مزيج $س_1$ و $س_2$ من البروتينات عن ٣٦ وحدة بينما الخط المستقيم $س_1 + س_2 = 36$ وحدة، وبالتالي فالشق الأول يتحقق بأي نقطة تقع فوق هذا الخط، وهكذا بالنسبة لكل من القيدين الثاني والثالث.



شكل (٦/١)
منطقة إمكانيات مشكلة التدنية.

وإذا ما وضعنا دالة الهدف (التي تتمثل بعائلة من الخطوط المستقيمة المتوازية أيضاً في مشكلتنا الجارية ذات المتغيرين) على منطقة الإمكانيات كما يتضح من الشكل (٧/١) لأتضح لنا أن أقل تكلفة ممكنة تتحقق عند النقطة و حيث تبلغ تكلفة وحدة المزيج مبلغ ١٦,٨ جنيه. ولو اختبرنا النقاط الركنية الأربع هـ، و، ط، ى بدالة الهدف بنفس الطريقة التي اتبعناها في المثال السابق لوجدنا أن:

$ت_{هـ}$ = (١) ٣٦ + (٠,٦) صفر = ٣٦ جنيه

$ت_{و}$ = (١) ١٢ + (٠,٦) ٨ = ١٦,٨ جنيه

$ت_{ط}$ = (١) $٢\frac{٢}{٣}$ + (٠,٦) $٢٦\frac{٢}{٣}$ = $١٨\frac{٢}{٣}$ جنيه

$ت_{ى}$ = (١) صفر + (٠,٦) ٤٠ = ٢٤ جنيه

ومن الواضح أن أقل تكلفة هي عند النقطة و حيث:

$ت_{و}$ = ١٦,٨ جنيه

$س_{١}$ = ١٢ وحدة

$س_{٢}$ = ٨ وحدات

شكل (٧/١)
دالة الهدف ومنطقة الإمكانيات والحل الأمثل للمشكلة

٤ ـ ٣ ـ مشكلة تعظيم الأرباح في صورة مشكلة تدنية تكاليف:

لكل مشكلة تعظيم أو تقصية لهدف معين مشكلة مقابلة لتدنية هدف مضاد. وهذا ما يسمى بمبدأ الثنائية في البرمجة الخطية. ويؤدي حل أي من المشكلتين إلى تحقيق نفس النتائج لو كان لأحدهما حلاً فريداً. ولتوضيح ذلك دعنا نعود إلى مشكلتنا المبسطة الأولى حيث كان الهدف تقصية حصيلة الأرباح المباشرة لتشكيلة المنتجين في ظل الطاقات المحدودة والمتاحة لكل من المرحلتين. ولنفرض أن لوحدة الطاقة في كل من المرحلتين سعر محتسب رمزي، وليكن هذا السعر للوحدة من طاقة المرحلة الأولى هو ص$_{١}$ وللوحدة من طاقة المرحلة الثانية هو ص$_{٢}$. وحيث أن طاقة المرحلة الأولى هي ٣٢٠ ساعة فإن تكلفة هذه الطاقة بالسعر المحتسب الرمزي تصبح ٣٢٠ ص$_{١}$، كذلك الأمر تكون تكلفة طاقة المرحلة الثانية بالسعر المحتسب الرمزي ٣٤٠ ص . ويطلق على هذا السعر المحتسب الرمزي في البرمجة الخطية سعر الظل، وسوف يتم توضيح مغزاه تفصيلاً فيما بعد. وكل ما يلزم معرفته الآن هو أنه سعر يقوم نموذج البرمجة الخطية بحسابه بصدد التوصل إلى النتائج وليس سعراً ناتجاً عن معاملات اقتصادية تبادلية.

ولنفرض الآن أن هدف المنشأة هو تدنية تكلفة الطاقة الخاصة بالمرحلتين إلى أقل ما يمكن على أساس هذه الأسعار المحتسبة. وبالتالي يكون الهدف هو:

تدنية ت = ٣٢٠ ص$_{١}$ + ٣٤٠ ص$_{٢}$ (١) دالة الهدف.

وحيث أن الوحدة من المنتج الأول تحقق أرباحاً مباشرة قدرها ٥ جنيه، فإن تحقيق ذلك يستلزم ثلاث وحدات من طاقة المرحلة الأولى ووحدة واحدة من طاقة المرحلة الثانية. وتبلغ تكلفة هذه الطاقة بالأسعار المحتسبة ما يلي:

٣ ص$_{١}$ + ص$_{٢}$ (٢/١)

ومعنى ذلك أنه لكي تتحقق أقصى فائدة للمنشأة من استغلال الموارد المتاحة

لديها فيلزم أن يحقق هذا المزيج من طاقة المرحلتين ما لا يقل عن ٥ جنيه من الأرباح المباشرة.

أي أن: $٣ ص_١ + ص_٢ \geqslant ٥$ (١/٢)

وبالمثل بالنسبة للمنتج الثاني، حيث يلزم له وحدتين من طاقة المرحلة الأولى وأربع وحدات من طاقة المرحلة الثانية، أي أن:

$٢ ص_١ + ٤ ص_٢ \geqslant ٦$ (٢/٢)

وبالتأكيد فإنه لا يجوز أن يكون السعر المحتسب لأي من المرحلتين أقل من الصفر (بصفة مؤقتة). وبذلك يمكن صياغة الوجه الثاني لمشكلتنا المبسطة (البند ٣ - ٢ بعاليه). كالتالي:

تدنية ت $= ٣٢٠ ص_١ + ٣٤٠ ص_٢$ (١) دالة الهدف

في ظل: $٣ ص_١ + ص_٢ \geqslant ٥$
$٢ ص_١ + ٤ ص_٢ \geqslant ٦$ (٢) القيود الموضوعية

$ص_١ \geqslant$ صفر
$ص_٢ \geqslant$ صفر (٣) القيود التلقائية

وبما أن المشكلة ما زالت في متغيرين فإنه يمكن حلها بيانياً كما هو موضح في الشكل رقم (٨/١) الذي يظهر منطقة الإمكانيات ودالة الهدف، ومنه يتضح أن الحل الأمثل للمشكلة عند النقطة و، حيث:

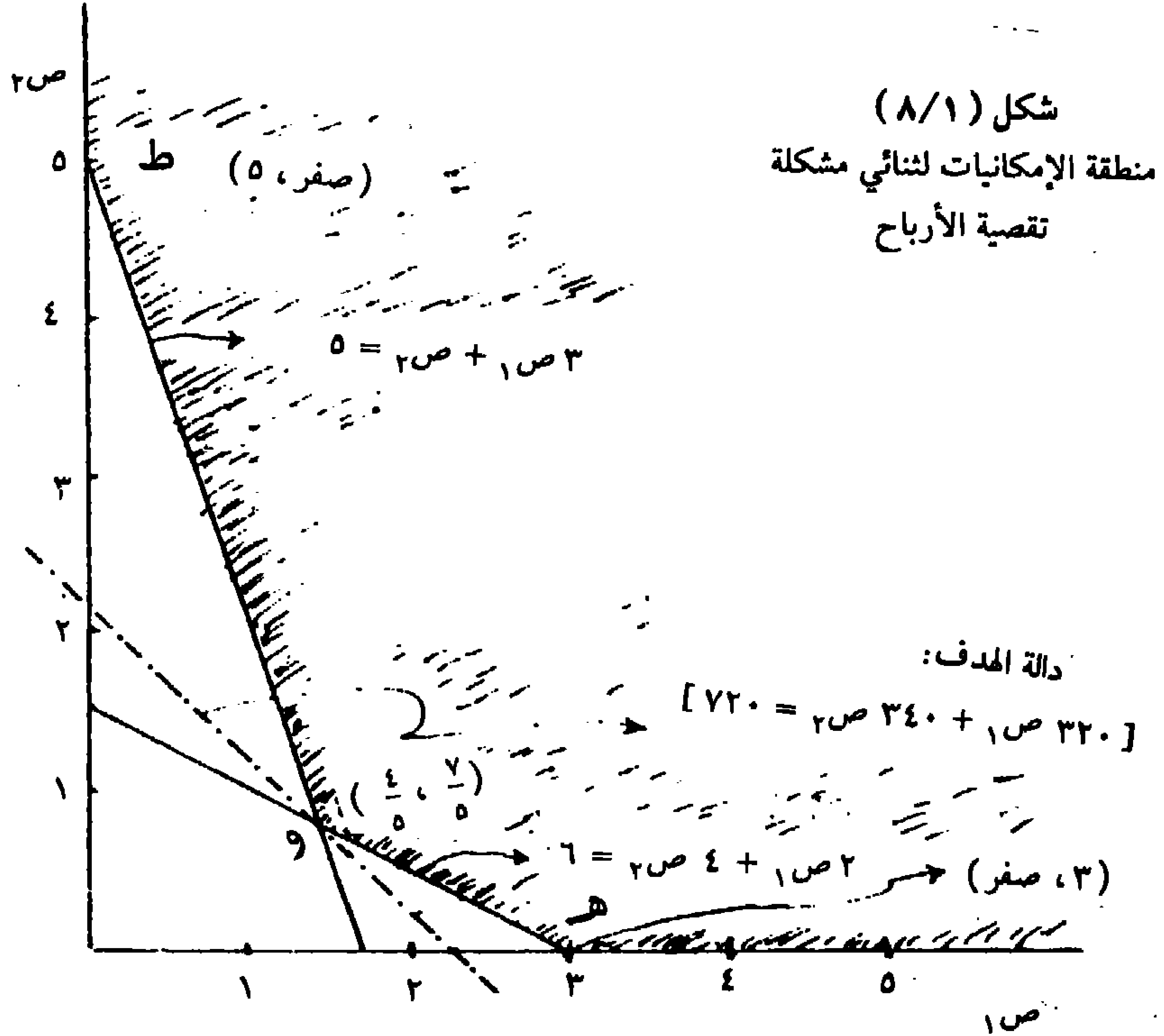
$ت = ٣٢٠ (\frac{٧}{٥}) + ٣٤٠ (\frac{٤}{٥}) = ٧٢٠$ جنيه

$ص_١ = \frac{٧}{٥}$ جنيه

$ص_٢ = \frac{٤}{٥}$ جنيه

ويلاحظ أن التكلفة ت = ٧٢٠ جنيه في هذه الحالة تعادل الأرباح ع في الحالة الواردة في البند ٣ حيث ع = ٧٢٠ جنيه أيضاً.

لاحظ أيضاً أن النقطة (و) التي عندها تتحقق أقل التكاليف الممكنة تترتب على إنتاج المنتجين معاً حيث تمثل تقاطع خطى ربحيتهما . ويتحدد حجم إنتاج كل منهما بحل القيدين (٢) في مشكلة تعظيم الأرباح آنياً .



شكل (١/٨)
منطقة الإمكانيات لثنائي مشكلة تقصية الأرباح

٥ ـ الحل الجبري للمشكلة المبسطة:

بالرغم من بساطة الحل البياني لمشاكل البرمجة الخطية، إلا أن هذا الأسلوب يصبح غير ممكناً في التطبيق بيانياً عندما تتعدد المتغيرات ويتضخم حجم المشكلة . ولذلك كان من الضروري البحث عن طريقة أخرى يمكن بها حل المشاكل التي تتوافر فيها شروط تطبيق البرمجة الخطية. وسوف نتناول الطريقة العامة للحل والمسماة بطريقة السمبلكس في الفصل المقبل، إلاّ أن هذه الطريقة تقوم على بعض القواعد والإجراءات الجبرية المعينة والتي سوف نحاول توضيح بعض منها في هذا

البند بالتطبيق على مشكلتنا المبسطة الواردة في البند الثالث فيما تقدم.

وقد كانت الصياغة الرياضية للمشكلة كما تقدم (بند ٣ – ٢) كالآتي:

عظم ع = ٥ س$_{١}$ + ٦ س$_{٢}$ (١)

في ظل: ٣ س$_{١}$ + ٢ س$_{٢}$ ⩾ ٣٢٠
س$_{١}$ + ٤ س$_{٢}$ ⩾ ٣٤٠ } (٢)

س$_{١}$ ⩽ صفر
س$_{٢}$ ⩽ صفر } (٣)

ويتطلب الحل الجبري لهذه المشكلة، بادىء ذي بدىء، ضرورة تحويل متباينات القيود الموضوعية (٢) إلى متساويات. ولننظر إلى القيد الأول من هذين القيدين مثلاً فنجد أنه يقرأ: ثلاث ساعات مضروبة في حجم إنتاج المنتج الأول زائداً ساعتين مضروبة في حجم إنتاج المنتج الثاني يجب أن تقل عن، أو تساوي على الأكثر، طاقة المرحلة الأولى التي هي ٣٢٠ ساعة. ولنفرض أن حاصل جمع هذا الضرب كان أقل من طاقة المرحلة فعلاً، فهذا يعني قطعاً أن المرحلة سوف يتواجد فيها طاقة عاطلة. أي أن الطاقة المتاحة في المرحلة في هذه الحالة سوف تساوي مجموع الاستخدامات في إنتاج المنتجين مضافاً إليها الطاقة العاطلة. وكذلك الأمر بالنسبة للمرحلة الثانية.

وإذا رمزنا للطاقة العاطلة في المرحلة الأولى بالرمز ل$_{١}$ وللطاقة العاطلة في المرحلة الثانية بالرمز ل$_{٢}$، فإنه يمكن إعادة صياغة القيدين الموضوعين (٢) كالآتي:

٣ س$_{١}$ + ٢ س$_{٢}$ + ل$_{١}$ = ٣٢٠ (٢/١)

س$_{١}$ + ٤ س$_{٢}$ + ل$_{٢}$ = ٣٤٠ (٢/٢)

ويطلق على ل$_{١}$ و ل$_{٢}$ المتغيرات العاطلة، أي متغيرات الطاقة العاطلة أو الزائدة

عن الاستخدام. فإذا كان حجم الإنتاج الفعلي مثلاً هو $س_١$ = ٤٠ و $س_٢$ = ٥٠ فإن الطاقة العاطلة في المرحلة الأولى $ل_١$ يمكن حسابها كالآتي:

$ل_١$ = ٣٢٠ − ٣ $س_١$ − ٢ $س_٢$

= ٣٢٠ − ٣ (٤٠) − ٢ (٥٠) = ١٠٠ ساعة

كذلك نجد أن:

$ل_٢$ = ٣٤٠ − $س_١$ − ٤ $س_٢$

= ٣٤٠ − ١ (٤٠) − ٤ (٥٠) = ١٠٠ ساعة

وسوف نفترض أن الطاقة ليس لها أي قيمة اقتصادية موجبة أو سالبة؛ بمعنى أنه لا ينتج عنها أرباحاً مباشرة كما لا يستدعي وجودها تكاليفا مضافة متغيرة. وبذلك تكون ربحية الوحدة من $ل_١$ = صفر والوحدة من $ل_٢$ = صفر. وإذا ما أضفنا هذين المتغيرين إلى الصيغة الأصلية للمشكلة، مع إهمال القيود التلقائية مؤقتاً لأصبحت المشكلة كالآتي:

عظم ع = ٥ $س_١$ + ٦ $س_٢$ + صفر $ل_١$ + صفر $ل_٢$ (١)

في ظل: ٣ $س_١$ + ٢ $س_٢$ + $ل_١$ + صفر $ل_٢$ = ٣٢٠ (٢/١)

$س_١$ + ٤ $س_٢$ + صفر $ل_١$ + $ل_٢$ = ٣٤٠ (٢/٢)

ولا شك أنه إذا لم تقم المنشأة بإنتاج أي شيء، أي بانتاج $س_١$ = صفر، $س_٢$ = صفر، فإن الطاقة العاطلة في المرحلة الأولى سوف تكون $ل_١$ = ٣٢٠ وفي الثانية $ل_٢$ = ٣٤٠. ونحصل على هذا الحل **الأساسي الأول** (حيث لا إنتاج والطاقات المتاحة عاطلة بالكامل) جبرياً بحل قيدي المرحلتين آنياً للطاقة العاطلة كالآتي:

$ل_١$ = ٣٢٠ − ٣ $س_١$ − ٢ $س_٢$ − صفر $ل_٢$ (٢/٢)′

$ل_٢$ = ٣٤٠ − $س_١$ − ٤ $س_٢$ − صفر $ل_١$ (٢/٢)′

وإذا ما عوضنا عن حجم إنتاج $س_١$، $س_٢$ = صفر في (١) وفي (٢/١)′، (٢/٢)′ لوجدنا:

س$_{١}$ = صفر

س$_{٢}$ = صفر

ع = ٥ (صفر) + ٦ (صفر) + صفر (ل$_{١}$) + صفر (ل$_{٢}$) = صفر

ل$_{١}$ = ٣٢٠ - ٣ (صفر) - ٢ (صفر) - صفر (ل$_{٢}$) = ٣٢٠ ساعة

ل$_{٢}$ = ٣٤٠ - ١ (صفر) - ٤ (صفر) - صفر (ل$_{١}$) = ٣٤٠ ساعة

وعادة ما يكون الحل الأساسي الأول الذي هو أحد سمات نموذج البرمجة الخطية متمثلا في نقطة الصفر في دالة الهدف، حيث لا أرباح، والطاقة المتاحة عاطلة بالكامل، وخاصة إذا كانت المشكلة هي مشكلة تقصية أرباح أو منافع نمطية.

وحيث بدأنا من الصفر، فإن الخطوة التالية تقتضي البحث في إنتاج أحد المنتجين، وليس كلاهما معاً. ولا يتم اختيار أي من المنتجين عشوائياً بالطبع بل نهتدي بصدد الاختيار بالهدف المراد تحقيقه كمعيار للاختيار. وفي سبيل تحقيق هذه الخطوة الثانية، والتي ينتج عنها ما يسمى بالحل **الأساسي الثاني**، يكون معيار الاختيار بين المنتجين هو ربحية كل منهما في دالة الهدف، حيث يتم اختيار المنتج الذي يساهم في دالة الهدف بأكبر ربحية، وهو في مثالنا الجاري س$_{٢}$. ويكون القرار إذن هو: لنبدأ بإنتاج س$_{٢}$. وتعترضنا بعد ذلك مشكلة تحديد عدد الوحدات التي نبدأ بانتاجها من هذا المنتج. وكقاعدة عامة فإننا عادة ما نبدأ بالتخطيط لانتاج أكبر عدد ممكن من الوحدات في ظل الطاقات المتاحة، لأن ذلك ولا شك سوف يؤدي إلى تحقيق أكبر حصيلة ممكنة من الأرباح المباشرة بانتاج هذا المنتج. لاحظ أننا نخطط للانتاج ولا نقوم فعلاً بالانتاج، لأن تشكيلة الإنتاج المثالية لم تتحدد بعد، فما زلنا نسير خطوات الطريق لتحديدها.

وحيث قررنا التخطيط لإنتاج س$_{٢}$ فإن أكبر عدد من الوحدات يتحدد بأقل الوحدات التي يمكن إنتاجها باستنفاد طاقة كل من الموارد المتاحة (المرحلتين في مثالنا الجاري). فإنتاج الوحدة من س$_{٢}$ يتطلب ساعتين من المرحلة الأولى التي

تبلغ طاقتها ٣٢٠ ساعة، وبالتالي يكون حجم الإنتاج الممكن في هذه المرحلة من هذا المنتج كالآتي:

$س_{٢}$ = ٣٢٠ ÷ ٢ = ١٦٠ وحدة في المرحلة الأولى.

وبنفس الطريقة نجد أن:

$س_{٢}$ = ٣٤٠ ÷ ٤ = ٨٥ وحدة في المرحلة الثانية

وبالتالي يكون أكبر عدد ممكن من $س_{٢}$ = ٨٥ وحدة.

لاحظ أننا لم نخطط لإنتاج $س_{١}$ بعد، أي أن $س_{١}$ = صفر.

وتكون نتيجة التخطيط في **الحل الأساسي الثاني** كالآتي:

$س_{١}$ = صفر، $س_{٢}$ = ٨٥ (حجم إنتاج كل من المنتجين)

ع = ٥ (صفر) + ٦ (٨٥) + صفر ($ل_{١}$) + صفر ($ل_{٢}$) = ٥١٠ جنيه

$ل_{١}$ = ٣٢٠ − ٣ (صفر) − ٢ (٨٥) − صفر ($ل_{٢}$) = ١٥٠ ساعة

$ل_{٢}$ = ٣٤٠ − ١ (صفر) − ٤ (٨٥) − صفر ($ل_{١}$) = صفر ساعة

وحيث تم استغلال طاقة المرحلة الثانية بالكامل ($ل_{٢}$ = صفر) فإنه يقال أن نتاج $س_{٢}$ قد حل محل الطاقة العاطلة $ل_{٢}$. ولنعود الآن إلى القيدين (٢/١)َ، (٢/٢)َ بعاليه فهما:

$ل_{١}$ = ٣٢٠ − ٣ $س_{١}$ − ٢ $س_{٢}$ − صفر $ل_{٢}$ (٢/١)َ

$ل_{٢}$ = ٣٤٠ − $س_{١}$ − ٤ $س_{٢}$ − صفر $ل_{١}$ (٢/٢)َ

ولنقم باحلال $س_{٢}$ محل $ل_{٢}$ في (٢/٢)َ لنجد أن:

٤ $س_{٢}$ = ٣٤٠ − $س_{١}$ − $ل_{٢}$ − صفر $ل_{١}$

وبقسمة الجانبين على ٤ نجد أن:

$س_{٢}$ = ٨٥ − $\frac{١}{٤}$ $س_{١}$ − $\frac{١}{٤}$ $ل_{٢}$ صفر $ل_{١}$ (٢/٢)ً

وبالتعويض عن قيمة $س_{٢}$ من واقع (٢/٢)ً في (٢/١)َ نجد أن:

$ل_{١}$ = ٣٢٠ − ٣ $س_{١}$ − ٢ (٨٥ − $\frac{١}{٤}$ $س_{١}$ − $\frac{١}{٤}$ $ل_{٢}$ − صفر $ل_{١}$) − صفر $ل_{٢}$ = ١٥٠ − $٢\frac{١}{٢}$ $س_{١}$ + $\frac{١}{٢}$ $ل_{٢}$ (٢/١)ً

وتأسيساً على ذلك تكون الصيغة الجبرية للحل الأساسي الثاني كالآتي:

$$عظم\ ع = ٥ س_١ + ٦ س_٢ + صفر\ ل_١ + صفر\ ل_٢ \qquad (١)$$

$$في\ ظل:\ ل_١ = ١٥٠ - ٢\frac{١}{٢} س_١ + \frac{١}{٢}\ {}_٢ \qquad (١/٢)'$$

$$س_٢ = ٨٥ - \frac{١}{٤} س_١ - \frac{١}{٤} ل_٢ \qquad (٢/٢)'$$

وتبقى بعد ذلك مشكلة التحقق من مثالية هذا الحل. ويتم ذلك عن طريق التعويض لقيمة $س_٢$ من واقع $(٢/٢)'$ في دالة الهدف كالآتي:

$$عَ = ٥ س_١ + ٦ \left(٨٥ - \frac{١}{٤} س_١ - \frac{١}{٤} ل_٢\right)$$

$$= ٥١٠ + ٣\frac{١}{٢} س_١ - ١\frac{١}{٢} ل_٢ \qquad (١)'$$

وتعني $(١)'$ أن الأرباح التي تتحقق بإنتاج ٨٥ وحدة من $س_٢$ هي ٥١٠ جنيه. إلاّ أن إنتاج $س_١$ يؤدي إلى إضافة صافية لحصيلة الأرباح المباشرة قدرها $٣\frac{١}{٢}$ جنيه، وتبلغ التكلفة المحتسبة لوحدة الطاقة من المرحلة الثانية $(ل_٢)$ $١\frac{١}{٢}$ جنيه. ولتوضيح ذلك دعنا نفترض أننا نرغب فعلاً في إنتاج وحدة واحدة من $س_١$، وحيث أن طاقة المرحلة الثانية مستغلة بالكامل، فإنه يلزم لإنتاج هذه الوحدة توفير الطاقة اللازمة لها من هذه المرحلة بتخفيض إنتاج $س_٢$. وحيث أن وحدة $س_١$ تتطلب ساعة بينما وحدة $س_٢$ تتطلب ٤ ساعات من هذه المرحلة فإن إنتاج وحدة $س_١$ يقتضي تخفيض $س_٢$ بمقدار $\frac{١}{٤}$ وحدة، وبالتالي: الأرباح

الأرباح الحالية	٥١٠ جنيه
إضافة وحدة من $س_١$ (١×٥ جنيه)	٥ جنيه
خفض $\frac{١}{٤}$ وحدة من $س_٢$ ($\frac{١}{٤}$ ×٦ جنيه)	($١\frac{١}{٢}$) جنيه
الأرباح الجديدة	$٥١٣\frac{١}{٢}$ جنيه
الزيادة في الأرباح بإضافة وحدة من $س_١$	$٣\frac{١}{٢}$ جنيه

لاحظ أن الأرقام الموجبة في (١)ً ، وهي دالة الهدف، تعني أرباحاً محققة أو يمكن تحقيقها بينما الأرقام السالبة تعني تكاليفاً أو خسائراً محققة أو يمكن أن تتحقق، بالانتقال إلى وضع جديد. وحيث يترتب على إضافة $س_١$ للإنتاج إضافة صافية إلى حصيلة الأرباح المباشرة، فإنه يصبح من الضروري إجراء ذلك، وتصبح المشكلة هي تحديد عدد الوحدات اللازم إضافتها لخطة الإنتاج من $س_١$.

وكقاعدة عامة، فإن عدد الوحدات الواجب إضافتها من منتج معين تتحدد بقسمة ثوابت القيود في الصيغة الجبرية للحل الأساسي الذي تم التوصل إليه على المعاملات السالبة للمنتج أو المتغير المرغوب إضافته في هذه القيود، واختيار أكبرها جبرياً (أو أصغرها كقيمة مطلقة).

وبالنظر إلى القيدين (٢/١)ً و (٢/٢)ً في الصيغة الجبرية للحل الأساسي الثاني نجد أن:

ثابت القيد (٢/١)ً	$= ١٥٠$
معامل $س_١$ في هذا القيد	$= (-\frac{١}{٢}\ ٢)$
الثابت على المعامل	$= ١٥٠ \div (-\frac{١}{٢}\ ٢) = -٦٠$
ثابت القيد (٢/٢)ً	$= ٨٥$
معامل $س_١$ في هذا القيد	$= (-\frac{١}{٤})$
الثابت على المعامل	$= ٨٥ \div (-\frac{١}{٤}) = -٣٤٠$

وبالتالي يكون الحد الأقصى لعدد الوحدات الممكن إضافته من $س_١$ هو ٦٠ وحدة.

ولنعود الآن لتوضيح مغزى هذه القاعدة العامة قبل إتخاذ الإجراءات المؤدية إلى الحل **الأساسي الثالث**.

فيلاحظ أولاً أن ثوابت القيود اما أنها تمثل طاقات عاطلة ($ل_١ = ١٥٠$ في المرحلة الأولى) أو منتجات تم التخطيط لإنتاجها ($س_٢ = ٨٥$ في القيد (٢/٢)ً

في الحل الأساسي الذي تم التوصل إليه (الثاني). وحيث الرغبة هي إضافة منتج للخطة هو غير موجود فيها، فإن هذه الإضافة سوف تؤدي في كل الحالات إلى تخفيض الطاقات العاطلة أو حجم إنتاج المنتج أو المنتجات الموجودة حالياً بالخطة أو كلاً من الطاقات والمنتجات. ويتم هذا التخفيض طبقاً لمعاملات الاحلال بين المنتج المرغوب إضافته والمنتجات الأخرى والمراحل الإنتاجية المختلفة. ويلزم أن تكون معاملات المنتج المرغوب إضافته سالبة حيث يعني ذلك أن إنتاج المنتج يستنفد طاقات أو يؤدي إلى نقص وحدات من منتجات أخرى. أما إذا كانت المعاملات موجبة فهذا يعني أن إضافة المنتج سوف يزيد من الطاقات العاطلة أو سوف يزيد من حجم إنتاج منتجات أخرى. ولا شك أن زيادة الطاقة العاطلة أو زيادة إنتاج المنتجات الأخرى عما هو في الحل الأساسي الذي تم التوصل إليه لن يتعارض مع الهدف، بينما تخفيض إنتاج هذه المنتجات سوف يتعارض مع الهدف ما لم يحدث ما يعوضه ويزيد عليه في الحل الأساسي الجديد.

ولتوضيح العلاقة بين المعاملات والطاقات العاطلة والمنتجات لننظر ثانية في القيدين (٢/١)″ و (٢/٢)″. فمعامل $س_{١}$ في (٢/١)″ = − $\frac{١}{٢}$ ٢، وهو يعني أن إنتاج وحدة واحدة من $س_{١}$ سوف يؤدي إلى استنفاد $\frac{١}{٢}$ ٢ ساعة من الطاقة العاطلة $ل_{١}$. غير أننا نعرف من (٢/١) أن إنتاج وحدة من $س_{١}$ يتطلب ٣ ساعات وليس $\frac{١}{٢}$ ٢ ساعة، فكيف ذلك الاختلاف؟ والواقع أن هذا الاختلاف يرجع إلى أنه في ظل الحل الأساسي الثاني نجد أن الطاقة الخاصة بالمرحلة الثانية مستغلة بالكامل. ولإنتاج وحدة من $س_{١}$ يلزم توفير ساعة من طاقة المرحلة الثانية والتي لا يمكن أن تتحقق إلاَّ بخفض إنتاج $س_{٢}$ بمقدار $\frac{١}{٤}$ وحدة. وسوف يؤدي هذا الخفض إلى توفير $\frac{١}{٢}$ ساعة في المرحلة الأولى بالإضافة إلى الساعة المطلوبة من المرحلة الثانية. وإذا ما استغلت هذه النصف ساعة في إنتاج $س_{١}$ فإنه يلزم إكمالها إلى ٣ ساعات للوحدة من هذا المنتج من الطاقات العاطلة في المرحلة الأولى. وبالتالي فيلزم لكل وحدة من $س_{١}$ أن تسحب $\frac{١}{٢}$ ٢ ساعة من الطاقة

العاطلة لتكمل احتياجها من المرحلة الأولى بعد استنفاد النصف ساعة التي نتج عن تخفيض إنتاج $س_٢$ بواقع ربع وحدة لكل وحدة من $س_١$.

ويبقى بعد ذلك التساؤل الخاص لماذا نختار أقل قيمة مطلقة (أكبر المقادير جبرياً)؟ وإجابة هذا التساؤل تقع في شقين الأول أننا لو اخترنا أكبر المقادير كقيمة مطلقة فان ذلك سوف يؤدي حتماً إلى الخروج عن حدود منطقة الإمكانيات. فإنتاج ٣٤٠ وحدة من $س_١$ مثلاً غير ممكن لأن أقصى ما يمكن إنتاجه منه بطاقة المرحلة الأولى هو (٣٢٠ ÷ ٣) = $١٠٦\frac{٢}{٣}$ وحدة، والثاني أنه حتى لو لم يؤد ذلك إلى الخروج عن حدود منطقة الإمكانيات في بعض الحالات المعينة فإنه سوف يؤدي إلى إخراج منتجات من خطة الإنتاج بالكامل قد لا يكون من المربح إخراجها. أضف إلى كل ذلك أن أختيار أقل المقادير كقيمة مطلقة يجعلنا ننتقل على الحدود الخارجية لمنطقة الإمكانيات من نقطة ركنية إلى النقطة الركنية التي تليها دون الخروج عن حدودها. فإذا عدنا للشكل رقم (٢/١) في البند (٣/٣) لوجدنا أننا في الحل الأساسي الأول كنا عند نقطة الصفر، وفي الحل الأساسي الثاني كنا عند النقطة ط وفي الحل الأساسي الثالث الذي سوف نتوصل إليه سوف نكون عند النقطة و.

ونصل إلى الحل **الأساسي الثالث** بالتعويض عن قيمة $س_١$ كما تحددت بالقاعدة السابقة في قيود الصيغة الرياضية للحل **الأساسي الثاني** [(١/٢)ً، (٢/٢)ً] كالآتي:

$س_١$ = ٦٠، $ل_٢$ = صفر.

$ل_١$ = ١٥٠ − $\frac{١}{٢}$ ٢ (٦٠) + $\frac{١}{٢}$ (صفر) = صفر.

$س_٢$ = ٨٥ − $\frac{١}{٤}$ (٦٠) − $\frac{١}{٤}$ (صفر) = ٧٠.

وبالتالي يكن **الحل الأساسي الثالث** هو:

$س_{١}$ = ٦٠ وحدة $س_{٢}$ = ٧٠ وحدة

$ل_{١}$ = صفر $ل_{٢}$ = صفر

ع = ٥ (٦٠) + ٦ (٧٠) = ٧٢٠ جنيه

وبنفس الخطوات التي وصلتنا إلى الصيغة الجبرية للحل الأساسي الثاني تكون الصيغة الجبرية للحل الأساسي الثالث كالآتي:

من (١/٢)″: $ل_{١} = ١٥٠ - \frac{١}{٢}\ ٢\ س_{١} + \frac{١}{٢} ل_{٢}$

∴ $س_{١} = ٦٠ - \frac{٢}{٥} ل_{١} + \frac{١}{٥} ل_{٢}$ (١/٢)‴

من (٢/٢)″: $س_{٢} = ٨٥ - \frac{١}{٤} س_{١} - \frac{١}{٤} ل_{٢}$

∴ $س_{٢} = ٧٠ + \frac{١}{١٠} ل_{١} - \frac{٣}{١٠} ل_{٢}$ (٢/٢)‴

وبالتعويض عن قيمة $س_{١}$ و $س_{٢}$ من واقع (١/٢)‴ و (٢/٢)‴ في دالة الهدف نجد أن:

$ع = ٥ س_{١} + ٦ س_{٢} + صفر\ ل_{١} + صفر\ ل_{٢}$

$= ٥ (٦٠ - \frac{٣}{٥} ل_{١} + \frac{١}{٥} ل_{٢}) + ٦ (٧٠ + \frac{١}{١٠} ل_{١} - \frac{٣}{١٠} ل_{٢})$ +صفر +صفر.

$= ٧٢٠ - \frac{٧}{٥} ل_{١} - \frac{٤}{٥} ل_{٢}$

ويلاحظ أن دالة الهدف لا تنطوي على معاملات موجبة لأي متغيرات، وهي تعني أن أقصى حصيلة للأرباح يمكن تحقيقها هي ٧٢٠ جنيه، ويكون سعر الظل المحتسب لوحدة الطاقة من المرحلة الأولى = $\frac{٧}{٥}$ جنيه (أي تكلفة وحدة الطاقة في ظل هذه التشكيلة الإنتاجية) ولوحدة الطاقة في المرحلة الثانية = $\frac{٤}{٥}$ جنيه.

لاحظ أن هذه النتائج التي توصلنا إليها بالطريقة الجبرية، تحققت بحل المشكلة بيانياً مرتين: الأولى عن طريق حلها على أساس أنها مشكلة تقصية في البند (٢/٣) شكل رقم (٤/١) حيث حصلنا على:

ع = ٧٢٠ جنيه، $س_{١}$ = ٦٠ وحدة، $س_{٢}$ = ٧٠ وحدة، وطاقة المرحلتين مستغلة بالكامل.

والثانية عن طريق حلها كمشكلة تدنية كما في البند (٣/٤) الشكل رقم (٨/١) حيث حصلنا على:

ت = ٧٢٠ جنيه، $ص_١ = \frac{٧}{٥}$ جنيه، $ص_٢ = \frac{٤}{٥}$ جنيه، حيث ص هي **سعر الظل المحتسب** للمرحلة المعينة.

وبذلك يتحقق مبدأ الثنائية منطقياً كما سوف نرى فيما بعد.

٦ - الخلاصة:

عرضنا في هذا الفصل إلى التعريف بالبرمجة الخطية وعرفنا أنها طريقة رياضية منتظمة للتوصل إلى أفضل الحلول لمجموعة من المشاكل التي يمكن وضعها في صيغة رياضية تكون جميع العلاقات فيها خطية متجانسة من الدرجة الأولى. ثم انتقلنا بعد ذلك إلى تحديد بعض متطلبات تطبيق البرمجة الخطية ومجالات التطبيق. وعن طريق عرض مشكلة مبسطة تعرفنا على أهم أركان النموذج النمطي للبرمجة الخطية وهي:

١) دالة الهدف، وهي تمثل معيار التفضيل أو مرشد الاختيار بين البدائل في النموذج كما تمثل الصيغة الرياضية للهدف المرغوب تحقيقه.

٢) القيود الموضوعية، وهي تلك التي تحدد منطقة الإمكانيات المتاحة لحل المشكلة ولا يمكن الخروج على حدودها.

٣) القيود التلقائية، وهي تلك التي عادة ما تنص في النموذج النمطي للبرمجة الخطية على عدم إمكانية وجود قيم سالبة لأي من متغيرات المشكلة.

وقد انتقلنا بعد ذلك لعرض وحل المشكلة المبسطة بيانياً حيث توصلنا إلى بعض المبادىء الأساسية للبرمجة الخطية. فالحل الأمثل لمشكلة البرمجة الخطية يلزم أن يقع على الحدود الخارجية لمنطقة الإمكانيات، ويلزم أن يكون عند نقطة ركنية لو كان الحل الأمثل فريداً، وإذا تعددت الحلول المثالية المتكافئة فيقع أحدهما على الأقل دائماً عند نقطة ركنية، كما تعرفنا على معاملات إحلال منتج بآخر ودلالة هذه المعاملات بالنسبة للطاقات المتاحة، ثم أوضحنا أن لكل مشكلة من مشاكل

البرمجة وجهان وجه تقصية والوجه الثاني تدنية، ويؤديان إلى التوصل إلى نفس النتائج. وقد ركزنا في مشكلة التدنية التي تمثل ثنائي مشكلة تقصية حصيلة الأرباح المباشرة على الأسعار المحتسبة لوحدات الطاقة في الموارد المتاحة محدودة المقدار والقدرة في الفترة القصيرة لما لها من أهمية سوف تتضح فيما بعد.

وانتقلنا في البند الخامس من هذا الفصل إلى توضيح خطوات ميكانيكية الحل الجبري لنفس المشكلة المبسطة، ووجدنا أننا نصل للحل الأمثل على مراحل كل منها يطلق عليه الحل الأساسي، ويكون الحل الأساسي الأول عند نقطة الصفر ويكون الحل الأساسي الأخير هو الأمثل، كما عرفنا فكرة مبسطة عن كيفية التعرف على بلوغ الحل الأمثل عن طريق التعويض في دالة الهدف، كما تعرفنا على بعض الإجراءات المتبعة للانتقال من حل أساسي إلى آخر. فيجب أن يتم في الحل الأساسي الواحد تقديم منتج واحد أو إدخال متغير جديد واحد، كما يجب أن يتم هذا التقديم أو الادخال في ظل الإلتزام بالقاعدة العامة للإحلال بين المنتجات والموارد. وسوف تتضح أهمية هذه القواعد والمفاهيم والإجراءات في الفصل التالي الذي سوف يختص بعرض الطريقة العامة لحل مشكلة البرمجة الخطية، والمسماة بطريقة السمبلكس.

أسئلة وتمارين الفصل الأول

أولاً: الأسئلة:

السؤال الأول: برر فيما لا يزيد عن ثلاثة سطور خطأ أو صواب كل من العبارات التالية:

١ - تصبح المشكلة موضوع الدراسة قابلة لتطبيق البرمجة الخطية ما دامت علاقاتها خطية حتى ولو كانت غير صريحة.

٢ - إذا لم تكن الموارد المتاحة محدودة المقدار أو القدرة، فإنه لن يمكن حل المشكلة موضوع الدراسة بالبرمجة الخطية حتى ولو كانت علاقاتها خطية صريحة.

٣ - يلزم تحديد معاملات دالة الهدف بدقة تامة وعلى وجه التأكيد بينما يلزم تحديد معاملات الاستخدام على وجه التقريب في نموذج البرمجة الخطية.

٤ - يعد نموذج البرمجة الخطية بديلاً للإدارة الرشيدة.

٥ - تقوم دالة الهدف بدور دالة الإنتاج في شأن توازن المنتج بينما تقوم القيود الموضوعية بدور خط الميزانية في شأن توازن المستهلك.

٦ - يقصد بالأرباح التي عادة ما يتم تقصيتها في نموذج البرمجة الخطية الأرباح الصافية بعد خصم تكاليف الاستمرار في العملية الإنتاجية في المدى الطويل.

٧ - في حالة وجود منتجين فإنه يكفي أن هناك مورداً واحداً تكون طاقته محدودة لكي يتم إنتاج المنتجين معاً في التشكيلة المثالية.

٨ - تشتق معاملات التبادل بين المنتجات من معاملات استخدامها من الموارد المختلفة، وتكون دائماً ثابتة بصرف النظر عن اختلاف الموارد ومعاملات الاستخدام.

٩ - يجب في مشكلة البرمجة الخطية أن يكون الهدف متعارضاً مع القيود الموضوعية.

١٠ - يجب أن يكون الحل الأمثل لمشكلة البرمجة الخطية حلاً فريداً.

١١ - لا بد وأن يتفق الاستغلال الأمثل للطاقة مع الاستغلال الكامل لها.

١٢ - تكون الصيغة الثنائية لمشكلة البرمجة الخطية صورة طبق الأصل من صيغة المشكلة الأصلية.

١٣ - إذا كانت دالة الهدف متوازية مع متساوية أحد القيود الموضوعية فلا يكون للمشكلة حلاً أمثلاً.

١٤ - إذا كانت دالة الهدف متوازية مع متساوية أحد القيود التلقائية فالحل الأمثل يقع عند نقطة الصفر.

١٥ - يمكن في الانتقال من حل أساسي إلى آخر إضافة أكثر من منتج جديد للحل الأساسي الجديد.

١٦ - عند حساب عدد الوحدات الواجب إنتاجها من المنتج المرغوب إضافة في الحل الأساسي الجديد يجب أن لا نهمل معاملات الاحلال الموجبة.

١٧ - أسعار الظل المحتسبة للموارد النادرة تعادل دائماً أسعارها التبادلية في السوق.

١٨ - يؤدي حل مشكلة البرمجة بيانياً إلى الحصول على البيانات اللازمة عن تشكيلة الإنتاج المثالية وأقصى أرباح ممكن تحقيقها وأسعار ظل الموارد النادرة، ومعاملات الاحلال بين المنتجات.

السؤال الثاني: أكتب مذكرات مختصرة عن:

١ ـ دالة الهدف ٢ ـ منطقة الإمكانيات ٤ ـ تشكيلة الإنتاج المثالية ٤ ـ أسعار الظل المحتسبة ٥ ـ القاعدة العامة لحساب الكميات الواجب إضافتها من منتج جديد لتشكيلة إنتاج قائمة ٦ ـ مبدأ الثنائية.

ثانياً: التمارين:

التمرين الأول:

وضّح كل من النماذج التالية بيانياً (كل على رسم بياني مستقل) مع تظليل منطقة الإمكانيات في كل حالة.

١ ـ
س$_١$ ≥ صفر
س$_٢$ ≥ صفر
س$_١$ ١٠
س$_٢$ ١٢

٢ ـ
س$_١$ + ٢ س$_٢$ ≤ ١٢
٢ س$_١$ + ٤ س$_٢$ ≤ ٢٤
س$_١$ ≥ ٥
س$_٢$ ≥ صفر

٣ ـ
٢ س$_١$ − س$_٢$ ≥ − ٤
٢ س$_١$ + س$_٢$ ≥ ١٢
س$_١$ + ٣ س$_٢$ ≥ ١٦
س$_١$ − س$_٢$ ≥ ٨

٤ ـ ع = ٣ س$_١$ + ٦ س$_٢$
س$_١$ + س$_٢$ ≤ ١٥
٢ س$_١$ + س$_٢$ ≤ ١٨
س$_١$ + ٢ س$_٢$ ≤ ٢٤

٥ ـ ع = ٣ س$_١$ + ٦ س$_٢$
س$_١$ + س$_٢$ ≤ ١٥
٢ س$_١$ + س$_٢$ ≤ ١٨
س$_١$ + ٣ س$_٢$ ≤ ٢٤

٦ ـ ت = ٢ س$_١$ + ٣ س$_٢$
س$_١$ + س$_٢$ ≥ ١٨
٢ س$_١$ + س$_٢$ ≥ ١٦
٥ س$_١$ + س$_٢$ ≥ ٢٠

التمرين الثاني:

شعر السيد عبد الواحد الغضبان بإرهاق شديد، فتوجه إلى طبيبه الخاص الذي نصحه أن يتعاطى يومياً ما لا يقل عن ٤٨ وحدة من فيتامين ب١، و ٥٠ وحدة من فيتامين ب٢. وتوجه السيد الغضبان إلى صيدليته المفضلة حيث أبلغه الصيدلي أن لديه نوع من الحبوب يحتوي كل منها على وحدة من فيتامين ب١ وخمس وحدات من ب٢ ونوع من الكبسولات يحتوي كل منها على أربع وحدات من فيتامين ب١ ووحدة واحدة من ب٢. ويبلغ سعر الحباية الواحدة قرشاً واحداً بينما يبلغ سعر الكبسولة الواحدة ثلاثة قروش. بصفتك السيد عبد الواحد الغضبان، ما هي التشكيلة المثالية من الحبوب والكبسولات التي يجب عليك تعاطيها يومياً لتنفيذ تعليمات الطبيب والتي تكلفك أقل ما يمكن. الرجا محاولة حل هذه المشكلة على أساس أنها مشكلة تدنية وعلى أساس مشكلة تعظيم منافع (من فيتامين ب١ و ب٢) بيانياً. حاول أن تقوم بحل مشكلة التعظيم جبرياً.

التمرين الثالث:

تقوم شركة السيارات العصرية بإنتاج نموذجين من السيارات، النموذج الأول فاخر للعائلات والنموذج الثاني جيب للأعمال الشاقة. وتحقق الشركة أرباحاً مباشرة على النوع الأول قدرها ٦٠٠ جنيه، وقدرها ٣٠٠ جنيه على الجيب. ويتطلب إنتاج السيارة الواحدة من النوع الأول ٣٠ ساعة في خط التجميع و ١٠ ساعات في خط التشطيب والدوكو، وساعتين في مركز الفحص والاختيار، بينما تحتاج الجيب إلى ١٢ ساعة على خط التجميع و ٨ ساعات في خط التشطيب والدوكو وأربع ساعات في مركز الفحص والاختيار. وتبلغ طاقة خط التجميع ٦٠٠٠ ساعة في الفترة الإنتاجية، بينما تبلغ طاقة خط التشطيب والدوكو ٢٦٠٠ ساعة في نفس الفترة، وتبلغ طاقة مركز الفحص والاختيار ١٠٠٠ ساعة في الفترة. فما هي تشكيلة الإنتاج المثالية التي تحقق أكبر حصيلة من الأرباح المباشرة؟ الرجا حل المشكلة بيانياً وجبرياً.

التمرين الرابع:

١ - نفس بيانات المشكلة السابقة فيما عدا أن الأرباح المباشرة على السيارة الفاخرة تتساوى مع الأرباح المباشرة للجيب حيث تحقق الوحدة من كل منها ٥٠٠ جنيه.

٢ - نفس بيانات المشكلة في التمرين الثالث فيما عدا أن الأرباح المباشرة على السيارة الفاخرة تبلغ ٦٠٠ جنيه وعلى الجيب ٢٤٠ جنيه (الرجا الاكتفاء بالحل البياني).

٣ - نفس بيانات المشكلة في التمرين الثالث فيما عدا أن الربح المباشر على السيارة الفاخرة يبلغ ٣٠٠ جنيه وعلى الجيب ١٠٠ جنيه (الرجا حلها بيانياً وجبرياً).

التمرين الخامس:

تقوم إحدى الشركات بإنتاج منتجين يمر كل منهما على مرحلتين إنتاجيتين متتاليتين. وفيما يلي مصفوفة المعاملات الفنية لكل من المنتجين من المرحلتين وكذلك متجه العمود [ب].

المنتجات

[أ] = المراحل $\begin{bmatrix} ٢ & ٣ \\ ١ & ٤ \end{bmatrix}$ ، [ب] = $\begin{bmatrix} ٣٦ \\ ٤٠ \end{bmatrix}$

وتحقق الشركة أرباحاً مباشرة قدرها ٤ جنيه على المنتج الأول و ٨ على المنتج الثاني.

المطلوب:

(١) حل المشكلة بيانياً وجبرياً على أنها مشكلة تعظيم أرباح.

(٢) حل المشكلة بيانياً على أنها مشكلة تدنية تكاليف.

الفصل الحادي عشر
في
البرمجة الخطية (تابع)
طريقة السمبلكس

١ ـ مقدمة:

تعتبر طريقة السمبلكس التي قدمها دانتزج Dantzig سنة ١٩٤٧ لحل مجموعة مشاكل البرمجة الخطية أحد الاكتشافات الرياضية الهامة للقرن العشرين. فهي كطريقة عامة تعتبر أهم الطرق في هذا المجال وأكثرها كفاءة وفعالية. وقد ساهمت الأبحاث اللاحقة لدانتزج وعدد كبير من الرواد الآخرين مثل كهن H. W. Kuhn و تكر A. W. Tucker. و شابلي L. S. Shapely، و كارنس A. Charnes ، وغيرهم في تطوير الطريقة وتحسينها ورفع مستوى كفاءتها والتغلب على بعض المشاكل التي كانت تحد من سلاسة تطبيقها.

وتقوم طريقة السمبلكس على مبادىء ومفاهيم رياضية متقدمة ومعقدة. غير أنه لا يلزم الإلمام بهذه المبادىء والمفاهيم لأغراض الإلمام بالطريقة ذاتها ومغزاها ودلالاتها. ولحسن الحظ، فهي كطريقة ذات منهجية رياضية منتظمة ترتكن إلى

ما يسمى « نهج الاستبعاد الكامل » لجاوس Gauss و جوردن Jordan . وهذا النهج لا يستلزم خلفية رياضية متقدمة لاستيعابه ، بل يكفي الإلمام بقليل من القواعد الجبرية وقواعد جبر المصفوفات البسيطة . وسوف نبدأ في هذا الفصل بتقديم نهج الاستبعاد الكامل ومنه ننطلق إلى طريقة السمبلكس .

٢ - نهج الاستبعاد الكامل :

يقوم نهج الاستبعاد الكامل على بعض القواعد الجبرية العامة والمبسطة والتي تنطبق على نُسق المعادلات الخطية الآنية . ولتوضيح هذه القواعد لنفترض أن لدينا نموذجاً من ثلاث معادلات في ثلاثة متغيرات كالآتي :

$$\begin{aligned} س_{١} + ٣ س_{٢} + ٤ س_{٣} &= ٢ \\ ٢ س_{١} + ٤ س_{٢} + ٥ س_{٣} &= ٨ \\ س_{١} - ٢ س_{٢} - ٣ س_{٣} &= ١٠ \end{aligned} \qquad (١)$$

وتكون الصيغة الجبرية لهذه المعادلات الثلاث في صورة جبر مصفوفات كالآتي :

$$\begin{bmatrix} ١ & ٣ & ٤ \\ ٢ & ٤ & ٥ \\ ١ & -٢ & -٣ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} س_{١} \\ س_{٢} \\ س_{٣} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٢ \\ ٨ \\ ١٠ \end{bmatrix} \qquad (١/١)$$

وفي صورة رمزية تكون :

$$[\text{أ}] \times [\text{س}] = [\text{ب}].$$

ولحل هذا النموذج بنهج الاستبعاد الكامل يكون المطلوب هو استبعاد $س_{١}$ من المعادلتين الثانية والثالثة ، واستبعاد $س_{٢}$ من المعادلتين الأولى والثالثة ، واستبعاد $س_{٣}$ من المعادلتين الأولى والثانية ، وبمعنى آخر يكون المطلوب هو تحويل المصفوفة [أ] إلى مصفوفة وحدة [I] . ويتم ذلك طبقاً للقاعدة التالية :

يمكن ضرب أي معادلة في النموذج في أي عدد موجب أو سالب وإضافتها إلى معادلة أخرى دون أن تتغير الخصائص الرياضية للنموذج.

وللتوصل للهدف المطلوب بتطبيق هذه القاعدة نقوم بالآتي:

١ - نضع المصفوفة [أ] مجاورة لمتجه العمود [ب] كالآتي:

١	٣	٤	٢	الصف الأول
٢	٤	٥	٨	الصف الثاني
١	٢ -	٣ -	١٠	الصف الثالث

(٢/١)

وحيث معامل س$_{١}$ في الصف الأول هو ١ فيظل كما هو. ويكون المطلوب تحويل معامل س$_{١}$ (العمود الأول) في الصف الثاني إلى صفر وتحويل معامل س$_{١}$ في الصف الثالث إلى صفر. ويتحول معامل س$_{١}$ في الصف الثاني إلى صفر بضرب الصف الأول (أو الصف الثالث) في - ٢ وإضافته إلى الصف الثاني. كما يتحول معامل س$_{١}$ في الصف الثالث إلى صفر بضرب الصف الأول في - ١ وإضافته إلى الصف الثالث (أو بضرب الصف الثاني في $-\frac{١}{٢}$ وإضافته إلى الصف الثالث).

لاحظ أن العملية تنصب على كل من [أ] و [ب] لينتج:

١	٣	٤	٢	الصف الأول/
صفر	٢-	٣-	٤	الصف الثاني/
صفر	٥-	٧-	٨	الصف الثالث/

(٣/١)

ويكون المطلوب في النموذج (٣/١) هو: تحويل معامل س$_{٢}$ في الصف الثاني/ من -٢ إلى ١، وتحويل معامل س$_{٢}$ في الصف الأول من ٣ إلى صفر وتحويل معامل س$_{٢}$ في الصف الثالث من -٥ إلى صفر. ويتم ذلك بالترتيب كالآتي: قسمة الصف الثاني/ على -٢، ضرب الصف الثاني/ في $\frac{٣}{٢}$ وإضافته للصف الأول/، ضرب الصف الثاني/ في $-\frac{٥}{٢}$ وإضافته للصف الثالث لينتج:

١	صفر	$-\frac{١}{٢}$	٨	الصف الأول//	
صفر	١	$\frac{٣}{٢}$	٢-	الصف الثاني//	(١/٤)
صفر	صفر	$\frac{١}{٢}$	٢-	الصف الثالث//	

وبتطبيق نفس الخطوات السابقة على معامل $س_{٣}$ (العمود الثالث) يلزم تحويل معاملها في الصفين الأول// والثاني// إلى صفر ومعاملها في الثالث// إلى ١ لينتج:

١	صفر	صفر	٦	الصف الأول	
صفر	١	صفر	٤	الصف الثاني	(١/٥)
صفر	صفر	١	٤-	الصف الثالث	

وهذا يعني أن:

$س_{١} = ٦$ ، $س_{٢} = ٤$ ، $س_{٣} = -٤$

هو الحل الجبري لهذا النموذج من المعادلات الخطية الآنية.

والطريقة التي اتبعناها في التوصل إلى هذا الحل هي نهج الاستبعاد الكامل لجاوس وجوردن.

٢ - ١ - نهج الاستبعاد الكامل في حالة زيادة المتغيرات عن المعادلات:

لعله من الواضح أنه لا يلزم في مشاكل البرمجة الخطية أن يتساوى عدد القيود مع عدد متغيرات المشكلة. فقد يوجد في المشكلة عدد من الموارد محدودة المقدار أو القدرة يقل كثيراً أو قليلاً عن عدد المنتجات المطلوب اختيار التشكيلة المثالية من بينها. وبالطبع فإن حل النموذج الرياضي للمشكلة في هذه الحالة لن يؤدي إلى اختيار كل المنتجات في تشكيلة واحدة. والواقع أنه لن يمكن بأي حال من الأحوال أن تحتوي تشكيلة المنتجات في ظل هذه الظروف على عدد من المنتجات يزيد على عدد القيود الموضوعية. وكقاعدة عامة يكون عدد المنتجات في التشكيلة المثالية (أو عدد المتغيرات الأصلية في الحل الأمثل) مساوياً على الأكثر لعدد

القيود الموضوعية أو يقل عنها. فكيف يمكن التوصل إلى حل مشكلة بهذه المواصفات، أي مماثلة لمشكلة يكون فيها عدد المتغيرات أكبر من عدد المعادلات، بنهج الاستبعاد الكامل.

لتوضيح ذلك دعنا نفترض مشكلة من خمسة متغيرات في ثلاث معادلات كالآتي:

$$-٣\text{س}_{١} - \text{س}_{٢} + ٢\text{س}_{٣} - \text{س}_{٤} + ٢\text{س}_{٥} = ٤٢$$

$$\text{س}_{٢} + ٣\text{س}_{٣} + ٢\text{س}_{٤} + \text{س}_{٥} = ١٥ \qquad (١)$$

$$-٢\text{س}_{١} - ٢\text{س}_{٣} + \text{س}_{٥} = -٣٠$$

ولنفرض أن المطلوب في (١) بعاليه هو حل المشكلة لقيم كل من $\text{س}_{١}$، $\text{س}_{٢}$، $\text{س}_{٣}$، معبراً عنها بدلالة $\text{س}_{٤}$، $\text{س}_{٥}$. فعندئذ، متى تحددت قيم هذين المتغيرين الأخيرين، تتحدد قيم باقي المتغيرات.

ولنبدأ بوضع بيانات المشكلة في صورة جدول نعتاد على استخدامه على شكل مصفوفة [أ] مجاورة للعمود [ب] ومعنونة بالمتغيرات على الشكل الآتي:

الصف	ب	$\text{س}_{١}$	$\text{س}_{٢}$	$\text{س}_{٣}$	$\text{س}_{٤}$	$\text{س}_{٥}$
١	٤٢	③	−١	٢	−١	٢
٢	١٥	صفر	١	٣	٢	١
٣	−٣٠	−٢	صفر	−٢	صفر	١

الجدول الأول

وطبقاً لنهج الاستبعاد الكامل يصبح المطلوب هو استبعاد $\text{س}_{١}$ من الصفين الثاني والثالث وتحويل معامله في الصف الأول إلى ١، واستبعاد $\text{س}_{٢}$ من الصفين الأول والثالث واستبعاد $\text{س}_{٣}$ من الصفين الأول والثاني ويتم ذلك كالآتي:

١ - **تحويل معامل $\text{س}_{١}$ إلى الوحدة في الصف الأول:** ويتم ذلك بقسمة الصف

على ٣ التي تمثل معامل $س_١$ حالياً. ويطلق على المعامل الحالي للمتغير $س_١$ عنصر البؤرة وهو محاط بدائرة في الجدول الأول. ويكون الصف الأول الجديد بعد ذلك كالآتي:

الصف	ب	$س_١$	$س_٢$	$س_٣$	$س_٤$	$س_٥$	
١	١٤	١	$-\frac{١}{٣}$	$\frac{٢}{٣}$	$-\frac{١}{٣}$	$\frac{٢}{٣}$	الصف الأول الجديد

٢ - حيث معامل $س_١$ في الصف ٢ في الجدول الأول صفر فيبقى كما هو ليكون الصف الثاني الجديد.

الصف	ب	$س_١$	$س_٢$	$س_٣$	$س_٤$	$س_٥$
٢	١٥	صفر	١	٣	٢	١

٣ - لتحويل معامل $س_١$ في الصف الثالث إلى الصفر فيلزم ضرب الصف الأول في الجدول الأول في $\frac{٢}{٣}$ أو، وهو يؤدي إلى نفس النتيجة، بضرب الصف الأول الجديد في ٢، وإضافته للصف الثالث في الجدول الأول. ويكون الصف الثالث الجديد نتيجة ذلك كما هو مبين في الجدول الثاني.

الصف	ب	$س_١$	$س_٢$	$س_٣$	$س_٤$	$س_٥$	
١	١٤	١	$-\frac{١}{٣}$	$\frac{٢}{٣}$	$-\frac{١}{٣}$	$\frac{٢}{٣}$	
٢	١٥	صفر	①	٣	٢	١	الجدول الثاني
٣	-٢	صفر	$-\frac{٢}{٣}$	$-\frac{٢}{٣}$	$-\frac{٢}{٣}$	$\frac{٧}{٣}$	

وحيث تم استبعاد $س_١$ من الصفين الثاني والثالث (معاملاته فيها = صفر)، تصبح الخطوة التالية هي استبعاد $س_٢$ من الصفين الأول والثالث بنفس الطريقة. وحيث معامل $س_٢$ في الصف ٢ هو الوحدة، فإن هذا الصف يظل دون تغيير. لاحظ أن هذا المعامل هو ما أطلقنا عليه **عنصر البؤرة**، وهو محاط بدائرة في الجدول الثاني، كما أن الصف الذي يقع فيه يسمى **صف البؤرة**، والعمود

الذي يقع فيه يسمى **عمود البؤرة** ويصبح المطلوب هو تحويل باقي معاملات عمود البؤرة إلى الصفر. ويتم ذلك كالآتي:

١- بالنسبة للصف الأول (المطلوب استبعاد -١/٣). اضرب صف البؤرة في ١/٣ واجمعه جبرياً على الصف الأول لتحصل على الصف الأول الجديد.

٢ بالنسبة للصف الثالث (المطلوب استبعاد -٢/٣) اضرب صف البؤرة في ٢/٣ واجمعه جبرياً على الصف الثالث لتحصل على الصف الثالث الجديد.

ويوضح الجدول الثالث كل ذلك:

الجدول الثالث

الصف	ب	س١	س٢	س٣	س٤	س٥
١	١٩	١	صفر	٥/٣	١/٣	١
٢	١٥	صفر	١	٣	٢	١
٣	٨	صفر	صفر	(٤/٣)	٢/٣	٣

ويبقى بعد ذلك تحويل عنصر البؤرة في الجدول الثالث إلى الوحدة واستبعاد باقي عناصر عمود البؤرة (العمود الثالث الخاص بالمتغير س٣) بتحويلها إلى الصفر. ويتم تحويل عنصر البؤرة إلى الوحدة بضرب صف البؤرة (الصف الثالث) في الجدول الثالث في ٣/٤ لنحصل على الصف الثالث الجديد كالآتي:

الصف الثالث الجديد

الصف	ب	س١	س٢	س٣	س٤	س٥
٣	٦	صفر	صفر	١	١/٢	٩/٤

ويستبعد المعامل (٥/٣) في الصف الأول في عمود البؤرة في الجدول الثالث عن طريق ضرب الصف الثالث الجديد في (-٥/٣) وإضافته للصف الأول. ويستبعد المعامل (٣) في الصف الثاني من نفس العمود بضرب الصف الثالث الجديد في (-٣) وإضافته للصف الثاني. وتظهر نتائج هذه العمليات في الجدول الرابع كالآتي:

الصف	ب	س١	س٢	س٣	س٤	س٥
١	٩	١	صفر	صفر	$-\frac{١}{٢}$	$-\frac{١١}{٤}$
٢	٣-	صفر	١	صفر	$\frac{١}{٢}$	$-\frac{٢٣}{٤}$
٣	٦	صفر	صفر	١	$\frac{١}{٢}$	$\frac{٩}{٤}$

الجدول الرابع

ويمثل الجدول الرابع حل المشكلة للمتغيرات $س_{١}$ ، $س_{٢}$ ، $س_{٣}$ بدلالة $س_{٤}$ و $س_{٥}$. فمن معادلة الصف الأول نجد أن:

$$س_{١} = ٩ - (-\frac{١}{٢} س_{٤} - \frac{١١}{٤} س_{٥}) = ٩ + \frac{١}{٢} س_{٤} + \frac{١١}{٤} س_{٥} .$$
(١/١)

ومن معادلة الصف الثاني نجد أن:

$$س_{٢} = -٣ - (\frac{١}{٢} س_{٤} - \frac{٢٣}{٤} س_{٥}) = -٣ - \frac{١}{٢} س_{٤} + \frac{٢٣}{٤} س_{٥}$$
(٢/١)

ومن معادلة الصف الثالث نجد أن:

$$س_{٣} = ٦ - (\frac{١}{٢} س_{٤} + \frac{٩}{٤} س_{٥}) = ٦ - \frac{١}{٢} س_{٤} - \frac{٩}{٤} س_{٥}$$
(٣/١)

ومن الواضح أننا نستطيع الحصول على عدد لا نهائي من الحلول الممكنة للنموذج في (١/١) و (٢/١) و (٣/١)، والمعادل للجدول الرابع، بإعطاء كل من $س_{٤}$ و $س_{٥}$ قيماً مختلفة. وإذا فرضنا أن قيمة $س_{٤}$ = صفر وقيمة $س_{٥}$ = صفر لوجدنا أن حل هذا النموذج كالآتي:

$$س_{١} = ٩ ، س_{٢} = -٣ ، س_{٣} = ٦$$

ويسمى هذا الحل حلاً أساسياً، كما تسمى المتغيرات $س_{١}$ ، $س_{٢}$ ، $س_{٣}$ الظاهرة فيه **متغيرات أساسية**، بينما المتغيرين $س_{٤}$ ، $س_{٥}$ المفترض قيمتها مساوية

للصفر فيسميان متغيرات غير أساسية.

والواقع أن نهج طريقة السمبلكس لا يختلف عن نهج الاستبعاد الكامل الذي وضحناه في هذا المثال الأخير.

٣ ـ طريقة السمبلكس والمشكلة المبسطة:

لنسترجع الآن الصيغة الرياضية للمشكلة المبسطة التي عرضناها بيانياً وجبرياً في الفصل السابق لنرى كيف يتم حلها بطريقة السمبلكس. فقد كانت المشكلة كما يلي:

$$\text{عظم } ع = ٥ س_{١} + ٦ س_{٢} \qquad (١)$$

في ظل:

$$٣ س_{١} + ٢ س_{٢} \leqslant ٣٢٠ \qquad (٢/١)$$

$$س_{١} + ٤ س_{٢} \leqslant ٣٤٠ \qquad (٢/٢) \qquad (٢)$$

$$س_{١} \geqslant \text{صفر}$$

$$س_{٢} \geqslant \text{صفر} \qquad (٣)$$

ولنبدأ بالقيود الموضوعية (٢) لتحويلها إلى متساويات باضافة ما سبق أن أطلقنا عليه المتغيرات العاطلة عندما قمنا بحل هذه المشكلة جبرياً. ولنرمز للطاقة العاطلة في المرحلة الأولى (٢/١) بالرمز $س_{٣}$ (بدلاً من $ل_{١}$) ولنرمز للطاقة العاطلة في (٢/٢) بالرمز $س_{٤}$. وبالتالي تصبح (٢) كالآتي:

$$\left\{\begin{array}{l} ٣ س_{١} + ٢ س_{٢} + س_{٣} = ٣٢٠ \\ س_{١} + ٤ س_{٢} + س_{٤} = ٣٤٠ \end{array}\right. \qquad (٢)'$$

فيصبح لدينا مشكلة في أربعة متغيرات ومعادلتين. وحيث أن متغيرات الطاقة العاطلة لا تحقق ربحية كما سبق أن ذكرنا، فإنه يمكن إضافتها في دالة الهدف بمعاملات صفرية لتصبح دالة الهدف كالآتي:

$ع = ٥ س_{١} + ٦ س_{٢} + صفر س_{٣} + صفر س_{٤}$ (١)َ

ويصبح المطلوب هو إيجاد أكبر قيمة ممكنة للمتغير ع، والتي تتحقق بالقطع بأعلى قيم ممكنة لكل من المتغيرين $س_{١}$، $س_{٢}$.

وإذا افترضنا في (٢)َ أن كل من $س_{١}$ و $س_{٢}$ يساوي الصفر، لتبقى طاقة المرحلتين عاطلة بالكامل، فإن النتيجة سوف تكون $س_{٣} = ٣٢٠$ ساعة، $س_{٤} = ٣٤٠$ ساعة. ولنعيد ترتيب بيانات دالة الهدف (١)َ والقيدين (٢)َ فيما يسمى بجدول الحل الأساسي الأول، والذي فيه تكون:

$ع = صفر، س_{٣} = ٣٢٠، س_{٤} = ٣٤٠$

حيث $س_{٣}$، $س_{٤}$ متغيرات أساسية في الحل الأساسي، $س_{١}$، $س_{٢}$ متغيرات غير أساسية، أي مساوية للصفر.

جدول الحل الأساسي الأول:

			٥	٦	٠	٠	$ع_و$
$ع_و$	س*	ب	$س_{١}$	$س_{٢}$	$س_{٣}$	$س_{٤}$	النسب
٠	$س_{٣}$	٣٢٠	٣	٢	١	٠	١٦٠
٠	$س_{٤}$	٣٤٠	١	(٤)	٠	١	٨٥ ←
المؤشرات		٠	٥	٦	٠	٠	
				↑			

ويمثل صف الهدف ($ع_و$) في قمة الجدول معـاملات المتغيرات في دالة الهدف، كما في (١)َ فهي بالنسبة للمتغير $س_{١} = ٥$ وللمتغير $س_{٤}$ مثلاً = صفر. كما يمثل العمود الأول المعنون ($ع_و$) معاملات المتغيرات التي توجد في الحل الأساسي مـن دالة الهدف (١)َ، فمعامل $س_{٣}$ = صفر ومعامل $س_{٤}$ = صفر، ويمثل العمود المعنون [س*] عمود متغيرات الحل الأساسي، وهي بالنسبة للحل الأساسي

الأول لهذه المشكلة [س*] = [$س_٣$ ، $س_٤$]. ويمثل العمود [ب] قيم المتغيرات في الحل الأساسي، فالمتغير $س_٣$ = ٣٢٠ ، والمتغير $س_٤$ = ٣٤٠ . وتمثل باقي الأرقام في المصفوفة تحت المتغيرات $س_١$ إلى $س_٤$ في الصفين الأول والثاني، معاملات الاستخدام من واقع (٢)َ. أما عمود النسب فسوف يتضح مغزاه وكيفية الحصول على الأرقام الظاهرة فيه حالاً. (القاعدة الثانية).

ويقوم صف المؤشرات مقام دفة السفينة في طريقة السمبلكس، حيث يوجه إلى الخطوات التالية الواجب اتخاذها للتوصل إلى الهدف المنشود. ويتم الحصول على الأرقام التي تظهر فيه جبرياً كالآتي:

١ - نقوم بضرب معاملات الهدف للمتغيرات التي تظهر في الحل الأساسي كما تظهر في العمود [$ع_و$] في العناصر المقابلة في كل عمود من أعمدة مصفوفة الاحتياجات (معاملات الاستخدام)؛ أي مصفوفة معاملات المتغيرات. فحاصل ضرب العمود [$ع_و$] في عمود معاملات $س_١$ مثلاً يساوي صفر كالآتي:

$$\begin{bmatrix} ٠ \\ ٠ \end{bmatrix} \begin{matrix} \times & ٣ & = \text{صفر} \\ \times & ١ & = \text{صفر} \end{matrix}$$

كما أن حاصل ضرب العمود [$ع_و$] في عمود معاملات $س_٢$ مثلاً يكون مساوياً للصفر كالآتي:

$$\begin{bmatrix} ٠ \\ ٠ \end{bmatrix} \begin{matrix} \times & ٢ & = & \text{صفر} \\ \times & ٤ & = & \text{صفر} \end{matrix}$$

٢ - نقوم بطرح حصيلة الضرب في الخطوات السابقة من معامل المتغير في الصف ($ع_و$) وهو صف الهدف، أي من ربحية المتغير في دالة الهدف، ونضع حصيلة الطرح في أسفل عمود معاملات المتغير المعين، أي في صف المؤشرات، وذلك طبعاً فيما عدا العمود [ب]. فحصيلة الطرح بالنسبة للمتغير $س_١$ هي: ٥ - صفر = ٥ ، وبالنسبة للمتغير $س_٤$ مثلاً هي = صفر - صفر = صفر.

٣ ـ بالنسبة للعمود [ب] تقوم بضرب العمود [$ع_و$] في العمود [ب] ونضع حصيلة الضرب في أسفل العمود في صف المؤشرات. ويوضح هذا الرقم حصيلة الأرباح أو العوائد التي تتحقق بالحل الأساسي الذي يوضحه الجدول.

وحيث توصلنا إلى جدول الحل الأساسي الأول، فإن الخطوات التالية لطريقة السمبلكس تتم طبقاً للقواعد الآتية (مشكلة تعظيم):

القاعدة الأولى:

إذا وجد في صف المؤشرات أرقاماً موجبة فيما عدا العمود [ب] قم باختيار أكبرها، وميز العمود الذي يقع في قاعدته هذا الرقم بعمود البؤرة (وقد ميزناه بسهم في جدول الحل الأساسي الأول). وإذا لم توجد أرقام موجبة في صف المؤشرات، فيما عدا العمود [ب]، نكون قد توصلنا إلى الحل الأساسي الأمثل. ذلك مع مراعاة أن المشكلة هي مشكلة تعظيم أرباح أو منافع.

والواقع أن تطبيق هذه القاعدة على الحل الأساسي الأولى يعني اختيار المنتج الذي يحقق أكبر ربحية لإدخاله في برنامج الإنتاج، أي في متغيرات الحل الأساسي. ونجد في مشكلتنا المبسطة أن $س_٢$ هو المتغير الأكثر ربحية والذي يصبح من الواجب تقديمه في الحل الأساسي في الخطوة التالية. وتصبح المشكلة هي تحديد عدد الوحدات الواجب إدخالها في الحل الأساسي لهذا المتغير. ويتحدد ذلك بالقاعدة التالية.

القاعدة الثانية:

قم بحساب النسب الموجبة بين عناصر العمود [ب] في الحل الأساسي وعمود البؤرة الذي تحدد بالخطوة السابقة، قم باختيار أصغر هذه النسب وميز الصف الذي تقع فيه هذه النسبة بصف البؤرة. ولا تعتد بالنسب التي يكون فيها المقام مساوياً للصفر حيث أنها غير معرفة رياضياً، ولأنها تعني عدم وجود علاقة بين المتغير في عمود البؤرة وقيم العمود [ب].

وبتطبيق هذه القاعدة على الحل الأساسي الأول نجد أن صف البؤرة هو صف $س_٤$ ، وقد ميزناه بسهم. ويتقاطع صف البؤرة مع عمود البؤرة عند عنصر يسمى «عنصر البؤرة» والذي يظهر محاطاً بدائرة في جدول الحل الأساسي الأول. ونكون بذلك في وضع يسمح لنا بالانتقال للحل الأساسي الثاني طبقاً للإجراءات التالية:

١ - نقوم بقسمة صف البؤرة على عنصر البؤرة لنصل إلى الصف الجديد الذي يحل محل صف البؤرة ويقع مكانه في جدول الحل الأساسي الجديد.

٢ - يحل المتغير الذي يعتلي عمود البؤرة في الجدول السابق محل المتغير في صف البؤرة عند تحديد متغيرات الحل الأساسي في الجدول الجديد، أي أن $س_٢$ يحل محل $س_٤$ في العمود [س*] في جدول الحل الأساسي الثاني كما تحل ربحية المتغير الجديد في [س*] في العمود [$ع_و$] محل ربحية المتغير المستبعد. (تحل ربحية $س_٢$ محل ربحية $س_٤$).

٣ - نتخلص من باقي معاملات الاستخدام الخاصة بالمتغير الجديد في عمود البؤرة (فيما عدا عنصر البؤرة طبعاً) وذلك باتباع نهج الاستبعاد الكامل لتحويل قيمة هذه المعاملات إلى صفر.

٤ - نقوم بحساب صف المؤشرات كما سبق أن أوضحنا.

٥ - ثم نقوم بتطبيق القاعدة الأولى ثم القاعدة الثانية في الإجراءات بعاليه حتى تصل إلى الأساسي الأمثل.

وبتطبيق هذه القواعد والإجراءات نصل إلى جدول الحل الأساسي الثاني فيما يلي:

جدول الحل الأساسي الثاني

$س_2$ حلت محل $س_4$

$ع_و$	$س^*$	ب	$س_1$	$س_2$	$س_3$	$س_4$	النسب
			٥	٦	٠	٠	$ع_و$
$ع_و$	$س^*$	ب	$س_1$	$س_2$	$س_3$	$س_4$	النسب
٠	$س_3$	١٥٠	$\frac{5}{3}$ (○)	٠	١	$-\frac{1}{2}$	٦٠ ←
٦	$س_2$	٨٥	$\frac{1}{4}$	١	٠	$\frac{1}{4}$	٣٤٠
المؤشرات		٥١٠	$\frac{7}{2}$ ↑	٠	٠	$-\frac{3}{2}$	

ويوضح الجدول أن المتغيرات الأساسية هي $س_3$ = ١٥٠ وتمثل الطاقة التي ما زالت عاطلة في المورد الأول. كما أن $س_2$ = ٨٥ وحدة، أي أن حجم إنتاج المنتج الثاني هو ٨٥ وحدة. وحيث الوحدة تحقق ٦ جنيه أرباحاً مباشرة فإن حصيلة الأرباح المباشرة بهذه التشكيلة ٥١٠ جنيه، كما يتضح في صف المؤشرات في العمود [ب]. ويلزم قبل الإنتقال للخطوات التالية أن نقوم بتوضيح مغزى صف المؤشرات وعمود النسب.

٣ - ١ - مغزى صف المؤشرات ودلالة معاملات الاحلال:

سبق أن وضحنا كيفية الحصول على الأرقام الظاهرة في صف المؤشرات. والواقع أن الحصول على هذه الأرقام بهذه الطريقة له مغزاه ودلالته الاقتصادية. ولننظر إلى الرقم $\frac{7}{2}$ تحت $س_1$ في الجدول بعاليه مثلاً. فللحصول على هذا الرقم قمنا بالعمليات الآتية:

١ - ضربنا الرقم (صفر) في العمود [ع] بجوار $س_3$، وهو يمثل ربحية $س_3$

في العنصر $\frac{5}{2}$ الذي يمثل معامل الاستخدام الصافي للمنتج $س_1$ من الطاقة العاطلة $س_3$. فلانتاج وحدة من $س_1$ يلزم ٣ ساعات من المورد الأول يتوفر منها نصف ساعة بتخفيض إنتاج المنتج الثاني بمقدار $\frac{1}{4}$ وحدة والباقي وهو $2\frac{1}{2}$ ساعة يتم الحصول عليه من الطاقة العاطلة في المورد الأول، والتي رمزنا لها بالرمز $س_3$.

وحيث أن الطاقة العاطلة قيمتها الاقتصادية صفر فإننا نضرب هذه الاحتياجات الصافية ($\frac{5}{2}$) في قيمة الوحدة منها (صفر) لنحصل على **العائد المفقود بإستخدامها في إنتاج وحدة من $س_1$. كذلك ضربنا الرقم ٦ في العمود [ع]، وهو يمثل الربح المباشر على الوحدة من $س_2$، في العنصر ($\frac{1}{4}$)** الذي يمثل معامل احلال $س_1$ مع $س_2$. فإنتاج وحدة من $س_1$ يستدعي تخفيض إنتاج $س_2$ بمقدار $\frac{1}{4}$ وحدة حتى تتوفر ساعة من طاقة المورد الثاني والمستغلة حالياً بالكامل في إنتاج $س_2$. وتكون الأرباح المفقودة نتيجة هذا الخفض = ٦ × $\frac{1}{4}$ = $1\frac{1}{2}$ جنيه. وبذلك تكون جملة الأرباح أو العوائد أو المنافع المفقودة نتيجة إنتاج وحدة من $س_1$ كالآتي:

	جنيه
نتيجة استغلال $2\frac{1}{2}$ ساعة من الطاقة العاطلة في المورد الأول = صفر × $2\frac{1}{2}$ =	صفر
نتيجة تخفيض $\frac{1}{4}$ وحدة من إنتاج $س_2$ = ٦ × $\frac{1}{4}$ =	$1\frac{1}{2}$
مجموع الفوائد أو المنافع المفقودة بإنتاج وحدة من $س_1$	$1\frac{1}{2}$

٢ - غير أن الوحدة من $س_1$ تحقق أرباحا مباشرة تعادل ٥ جنيه للوحدة. وتمثل هذه الأرباح عوائد مضافة بانتاج $س_1$. ولذلك فقد طرحنا مجموع حاصل هذا الضرب من هذه الأرباح كالآتي:

العوائد المضافة بانتاج وحدة من $س_1$	= ٥ جنيه
العوائد المفقودة بإنتاج وحدة من $س_1$	= $1\frac{1}{2}$ جنيه
صافي العوائد المضافة بإنتاج وحدة $س_1$	= $3\frac{1}{2}$ جنيه

وما دام هذا الصافي موجباً فهو يعني إمكانية الإضافة لحصيلة الأرباح المباشرة بإضافة المتغير. ومن هذا تبرز دلالة ومغزى صف المؤشرات ومعاملات الاحلال.

هذا ويمكن إظهار هاتين الخطوتين في سبيل التوصل إلى المؤشرات، كم يتضح من جدول الحل الأساسي الثالث. فالمؤشرات هي عبارة عن الأرباح المباشرة [$ع_{و}$] مطروحاً منها [$ى_{و}$] التي تمثل حاصل ضرب العمود [$ع_{و}$] في عمود معاملات كل متغير من متغيرات النموذج.

ونتبع نفس القواعد والإجراءات السابق ذكرها للتوصل للحل الأساسي الثالث كما يظهر في الجدول.

ويتضح من الجدول أننا توصلنا إلى الحل الأمثل، حيث كل المؤشرات في صف المؤشرات صفرية أو سالبة. ويوضح العمود [س*] تشكيلة الإنتاج المثالية ويوضح العمود [ب] كمياتها، كما يوضح حصيلة الأرباح المباشرة المثالية (أسفل العمود) وهي كالآتي:

ع* = ٧٢٠ جنيه، [س*] = [$س_{١}$، $س_{٢}$] = [٦٠، ٧٠]

جدول الحل الأساسي الثالث

$س_{١}$ حلت محل $س_{٣}$

$ع_{و}$	س*	ب	$س_{١}$	$س_{٢}$	$س_{٣}$	$س_{٤}$	النسب
		$ع_{و}$	٥	٦	٠	٠	
٥	$س_{١}$	٦٠	١	٠	$\frac{٢}{٥}$	$-\frac{١}{٥}$	
٦	$س_{٢}$	٧٠	٠	١	$-\frac{١}{١٠}$	$\frac{٣}{١٠}$	
المؤشرات $ى_{و}$		٧٢٠	٥	٦	$-\frac{٧}{٥}$	$-\frac{٤}{٥}$	
$ع_{و} - ى_{و}$			٠	٠	$-\frac{٧}{٥}$	$-\frac{٤}{٥}$	

كما يتضح أن الطاقة المتاحة مستغلة بالكامل حيث $س_٣$، والتي ترمز للطاقة العاطلة في المرحلة الأولى، و $س_٤$ والتي ترمز للطاقة العاطلة في المرحلة الثانية، كلاهما يساوي الصفر.

٣ - ٢ - زيادة المتغيرات عن القيود الموضوعية:

يتناول هذا البند مثالاً آخر يكون فيه عدد المتغيرات أكبر من عدد القيود الموضوعية، لتحقيق قاعدة أن أي حل لمشكلة برمجة خطية لا يمكن أن يزيد فيه عدد المتغيرات الأساسية عن عدد القيود الموضوعية، وذلك بالإضافة إلى تثبيت خطوات طريقة السمبلكس وعرض مراحلها في صورة أكثر توفيراً للوقت والجهـد.
ولنفرض المشكلة التالية في صورتها الرياضية:

$$\text{عظم } ع = ٢ س_١ + ٣ س_٢ + ٤ س_٣ + ٥ س_٤ \qquad (١)$$

$$\text{في ظل: } \left.\begin{array}{l} ٣ س_١ + ٢ س_٢ + ٤ س_٣ + ٤ س_٤ \leqslant ١٢٠ \\ ٢ س_١ + ٢ س_٢ + ٣ س_٣ + س_٤ \leqslant ٨٠ \\ س_١ + ٢ س_٢ + ٣ س_٣ + ٣ س_٤ \leqslant ١٦٠ \end{array}\right\} \qquad (٢)$$

$$س_١ ، س_٢ ، س_٣ ، س_٤ \geqslant \text{صفر} \qquad (٣)$$

وتبدأ خطوات الحل كالآتي:

١ - نحول متباينات القيود الموضوعية (٢) إلى متساويات باضافة متغيرات الطاقة العاطلة. ولنرمز لهذه المتغيرات بالرمز $س_٥$ ، $س_٦$ ، $س_٧$ في القيود الثلاثة على التوالي. فتصبح القيود الموضوعية كالآتي:

ب		$س_١$	$س_٢$	$س_٣$	$س_٤$	$س_٥$	$س_٦$	$س_٧$
١٢٠	=	٣	٢	٤	٤	١	٠	٠
٨٠	=	٢	٢	٣	١	٠	١	٠
١٦٠	=	١	٢	٣	٣	٠	٠	١

٢ ـ نضيف متغيرات الطاقة العاطلة في دالة الهدف بمعاملات صفرية كالآتي:

٢	٣	٤	٥	٠	٠	٠
س ١	س ٢	س ٣	س ٤	س ٥	س ٦	س ٧

٣ ـ نعيد ترتيب الخطوتين السابقتين في جدول الحل الأساسي الأول، الذي تكون فيه متغيرات الطاقة العاطلة هي متغيرات الحل الأساسي ومساوية لطاقات الموارد المحدودة والمتاحة [ب].

٤ ـ نطبق القواعد والإجراءات السابق توضيحها لحساب صف المؤشرات واختيار عمود البؤرة واختيار صف البؤرة والانتقال إلى جدول الحل الأساسي التالي كما هو موضح في الجداول الثلاثة التالية:

ع و	س*	ب	س١	س٢	س٣	س٤	س٥	س٦	س٧	النسب	
			٢	٣	٤	٥	٠	٠	٠	ع و	
٠	س٥	١٢٠	٣	٢	٤	(٤)	١	٠	٠	٣٠	جدول الحل
٠	س٦	٨٠	٢	٢	٣	١	٠	١	٠	٨٠	الأساسي الأول
٠	س٧	١٦٠	١	٢	٣	٣	٠	٠	١	٥٣ ١/٣	س٤ تحل محل س٥
المؤشرات		٠	٢	٣	٤	٥	٠	٠	٠		
٥	س٤	٣٠	٣/٤	١/٢	١	١	١/٤	٠	٠	٦٠	جدول الحل
٠	س٦	٥٠	٥/٤	(٣/٢)	٢	٠	-١/٤	١	٠	٣٣ ١/٣	الأساسي الثاني
٠	س٧	٧٠	-٥/٤	١/٢	٠	٠	-٣/٤	٠	١	١٤٠	س٢ تحل محل س٦
المؤشرات		١٥٠	-٧/٤	١/٢	-١	٠	-٥/٤	٠	٠		
٥	س٤	٤٠/٣٠	١/٣	٠	١/٣	١	١/٣	-١/٣	٠		جدول الحل
٣	س٢	١٠٠/٣	٥/٦	١	٤/٣	٠	-١/٦	٢/٣	٠		الأساسي الثالث
٠	س٧	١٦٠/٣	-٥/٣	٠	-٢/٣	٠	-٢/٣	-١/٣	١		الحل الأمثل
المشرات		٥٠٠/٣	-١٣/٦	٠	-٥/٣	٠	-٧/٦	-١/٣	٠		

ويوضح الجدول الأول الحل الأساسي الأول، والذي منه يتبين أن عمود البؤرة يقع في $س_{٤}$، كما أن أصغر النسب بين العمود [ب] وعمود معاملات $س_{٤}$ يوضح أن صف $س_{٥}$ هو صف البؤرة. ويتم بذلك الانتقال لجدول الحل الأساسي الثاني والحلول الأساسية التالية بالخطوات الآتية:

١ - بالنسبة لصف البؤرة في الجدول الأول - نقوم بقسمة هذا الصف على العدد (٤) الذي يمثل عنصر البؤرة ونستبدل $س_{٥}$ في العمود [$س^{*}$] بالمتغير $س_{٤}$، ونضع ذلك في الصف الأول من مصفوفة المعاملات لنحصل على الصف الأول الجديد. كما نقوم باستبدال ربحية $س_{٥}$ في العمود [$ع_{و}$] بربحية $س_{٤}$.

٢ - نضرب الصف الأول الجديد في (-١) (أو الصف الأول الذي هو صف البؤرة في $-\frac{١}{٤}$) ونضيفه للصف الثاني (صف $س_{٦}$) للتخلص من معامل $س_{٤}$ في الصف الثاني وهو يساوي (١)، ونضع حصيلة الإضافة في الصف الثاني في الجدول الجديد.

٣ - نضرب الصف الأول الجديد في (-٣) (أو الصف الأول القديم الذي هو صف البؤرة في $-\frac{٣}{٤}$) ونضيفه للصف الثالث (صف $س_{٧}$) للتخلص من معامل $س_{٤}$ في الصف الثالث والذي يساوي (٣)، ونضع حصيلة الإضافة في الصف الثالث في الجدول الجديد.

٤ - نقوم بحساب صف المؤشرات في الجدول الجديد (الجدول الثاني):

أ - نضرب العمود [$ع_{و}$] في العمود [ب] لنحصل على حصيلة الأرباح المباشرة ونضعها في العمود [ب] في صف المؤشرات. وهي لمثالنا الجاري في جدول الحل الأساسي الثاني، كالآتي:

(٥ × ٣٠) + صفر (٥٠) + صفر (٧٠) = ١٥٠ جنيه

ب - نضرب العمود [$ع_{و}$] في أعمدة معاملات المتغيرات من $س_{١}$ إلى $س_{٧}$ ثم نطرح حصيلة الضرب الخاصة بكل متغير من معامل المتغير في الصف

[ع$_{و}$]، صف الهدف. فهي بالنسبة للمتغير س$_{١}$ كالآتي:

ع$_{١}$ − ى$_{١}$ = −٢ − [٥ ($\frac{٣}{٤}$) + صفر ($\frac{٥}{٤}$) + صفر ($-\frac{٥}{٤}$)] =
٢ − $\frac{١٥}{٤}$ = $-\frac{٧}{٤}$

وهي بالنسبة للمتغير س$_{٢}$:

ع$_{٢}$ = ٣ − [٥ ($\frac{١}{٢}$) + صفر ($\frac{٣}{٢}$) + صفر ($\frac{١}{٢}$)] = ٣ −
$\frac{١}{٢}$ = ٢ $\frac{١}{٢}$

وبالنسبة للمتغير س$_{٣}$ إلى س$_{٧}$:

ع$_{٣}$ − ى$_{٣}$ = ٤ − [٥ (١) + صفر (٢) + صفر (صفر)] = ٤ − ٥ = −١

ع$_{٤}$ − ى$_{٤}$ = ٥ − [٥ (١) + صفر (صفر) + صفر (صفر)] = ٥ − ٥ = صفر

ع$_{٥}$ − ى$_{٥}$ = صفر − [٥ ($\frac{١}{٤}$) + صفر ($-\frac{١}{٤}$) + صفر ($-\frac{٣}{٤}$)] =
صفر − $\frac{٥}{٤}$ = $-\frac{٥}{٤}$

ع$_{٦}$ − ى$_{٦}$ = صفر − [٥ (صفر) + صفر (١) + صفر (صفر)] = صفر −
صفر = صفر

ع$_{٧}$ − ى$_{٧}$ = صفر − [٥ (صفر) + صفر (صفر) + صفر (١)] = صفر = صفر

٥ ـ نفحص صف المؤشرات للبحث عن الأرقام الموجبة واختيار أكبرها. وفي جدول الحل الأساسي الثاني نجد أن الرقم الموجب الوحيد هو $\frac{١}{٢}$ أسفل س$_{٢}$، فيصبح العمود الذي يقع فيه هذا الرقم عمود البؤرة، ومعنى ذلك أن س$_{٢}$ يدخل في تشكيلة الإنتاج بالحل الأساسي التالي.

٦ ـ نقوم بحساب النسب بين العمود [ب] ومعاملات س$_{٢}$، أي:

٣٠ ÷ $\frac{١}{٢}$ = ٦٠، ٥٠ ÷ $\frac{٣}{٢}$ = ٣٣ $\frac{١}{٣}$، ٧٠ ÷ $\frac{١}{٢}$ = ١٤٠

لنجد أن أصغرها هو ٣٣ $\frac{١}{٣}$ والذي يقع في صف س$_{٦}$، فيصبح هو صف البؤرة.

٧ ـ نقوم بتكرار الخطوات السابقة للانتقال من حل أساسي إلى الذي يليه حتى يصبح صف المؤشرات كله سالباً.

وبالانتقال إلى جدول الحل الأساسي الثالث نجد أنه الحل الأمثل للمشكلة والذي فيه ع* = $\frac{٢}{٣}$ ١٦٦ جنيه ($\frac{٥٠٠}{٣}$). يتكون من:

متغيرات أساسية [س*]	متغيرات غير أساسية
$س_٢ = \frac{١٠٠}{٣}$	$س_١$ = صفر
$س_٤ = \frac{٤٠}{٣}$	$س_٣$ = صفر
$س_٧ = \frac{١٦٠}{٣}$	$س_٥$ = صفر
	$س_٦$ = صفر

وتوضح المتغيرات الأساسية أحجام إنتاج كل من $س_٢$ و $س_٤$ في تشكيلة الإنتاج المثالية، كما توضح أن الطاقة العاطلة في $س_٧$ (في القيد الثالث) تبلغ $\frac{١}{٣}$ ٥٣ وحدة طاقة.

أما المتغيرات غير الأساسية فتوضح أن $س_١$ و $س_٣$ منتجات غير مربحة بالمقارنة بكل من $س_٢$ و $س_٤$ ولذلك فهي لا يتم إنتاجها، كما توضح أن طاقة القيد الأول ($س_٥$) وطاقة القيد الثاني ($س_٦$)استغلت بالكامل وأصبحت متغيرات الطاقة العاطلة فيها = صفر، أي $س_٥$ صفر، و$س_٦$ = صفر.

ويلاحظ أن الحل الأساسي ينطوي على ثلاثة متغيرات، وهي تساوي عدد القيود الموضوعية تماماً، وإحدى هذه المتغيرات يمثل طاقة عاطلة.

٣ ـ ٢ ـ ١ ـ دلالة الأرقام الظاهرة في صف المؤشرات في جدول الحل الأمثل:

تنقسم الأرقام الظاهرة في صف المؤشرات في جدول الحل الأمثل إلى قسمين: قسم يتعلق بمتغيرات المشكلة الأصلية، وهي المنتجات في مثالنا الجاري والتي تحتوي على المتغيرات $س_١$، $س_٢$، $س_٣$، $س_٤$، وقسم يتعلق بمتغيرات الطاقة العاطلة وهي المضافة للقيود الموضوعية لتحويلها من متباينات إلى متساويات، وهي في مثالنا الجاري تحتوي على $س_٥$، $س_٦$، $س_٧$.

وتمثل الأرقام الظاهرة في صف المؤشرات تحت متغيرات القسم الأول الربحية المنتظر فقدانها بإضافة وحدة واحدة من المتغير المعين. فإضافة وحدة من س$_1$ مثلاً سوف تؤدي إلى إنخفاض حصيلة الأرباح المباشرة بمقدار $\frac{1}{6}$ ٢ جنيه ($\frac{13}{6}$) للأسباب الآتية:

إضافة وحدة من س$_1$ تحقق أرباح مباشرة = ٢ جنيه.

غير أن ذلك سوف يستدعي:

تخفيض س$_4$ بمقدار $\frac{1}{3}$ وحدة (معامل احلال س$_4$ و س$_1$ في الجدول الأخير) تؤدي إلى تخفيض الأرباح بمقدار: $\frac{1}{3}$ (٥) = $\frac{5}{3}$ جنيه.

وتخفيض س$_2$ بمقدار $\frac{5}{6}$ وحدة (معامل احلال س$_2$ مع س$_1$ في الجدول الأخير) تؤدي إلى تخفيض الأرباح بمقدار: $\frac{5}{6}$ (٣) = $\frac{15}{6}$ جنيه.

ليكون الأثر النهائي على حصيلة الأرباح المباشرة كالآتي:

أرباح مفقودة من س$_4$ ، س$_2$ = $\frac{5}{3}$ + $\frac{15}{6}$	=	$\frac{1}{6}$ ٤ جنيه
أرباح مضافة بإنتاج وحدة من س$_1$	=	٢ جنيه
صافي الأرباح المفقودة	=	$\frac{1}{6}$ ٢ جنيه ($\frac{13}{6}$)

ويكون تخفيض س$_4$ بمقدار $\frac{1}{4}$ وحدة وتخفيض س$_2$ بمقدار $\frac{5}{6}$ وحدة ضرورياً لتوفير الطاقات اللازمة لانتاج س$_1$ من الموردين الأول (س$_5$) والثاني (س$_6$) واللذان استغلت طاقتها بالكامل في برنامج الإنتاج الأمثل.

فتخفيض س$_4$ بمقدار $\frac{1}{3}$ وحدة يؤدي إلى:

توفير $\frac{1}{3}$ × ٤ = $\frac{4}{3}$ وحدة من المورد الأول وتوفير $\frac{1}{3}$ × ١ = $\frac{1}{3}$ وحدة من المورد الثاني:

وتخفيض س$_2$ بمقدار $\frac{5}{6}$ وحدة يؤدي إلى:

توفير $\frac{5}{6}$ × ٢ = $\frac{5}{3}$ من المورد الأول وتوفير $\frac{5}{6}$ × ٢ = $\frac{5}{3}$ وحدة من

المورد الثاني وبذلك يتوفر:

من المورد الأول = $\frac{٤}{٣} + \frac{٥}{٣}$ = ٣ وحدة = احتياجات الوحدة من $س_١$ من هذا المورد.

من المورد الثاني = $\frac{١}{٣} + \frac{٥}{٣}$ = ٢ وحدة = احتياجات الوحدة من $س_١$ من هذا المورد.

وعليك بإجراء نفس التحليل بالنسبة للمنتج $س_٣$.

أما الأرقام الظاهرة في صف المؤشرات تحت متغيرات القسم الثاني فتمثل القيمة الاقتصادية المحتسبة للوحدة من الموارد النادرة التي حددت من إمكانية زيادة تشكيلة الإنتاج المثالية وفقاً لهيكل الندرة الداخلية لهذه الموارد في المنشأة في الفترة القصيرة. ويطلق عليها **أسعار الظل المحتسبة** لهذه الموارد. فالوحدة من المورد الأول ($س_٥$) تقيم بمبلغ $\frac{١}{٦}$ ١ جنيه ($\frac{٧}{٦}$).

ذلك لأننا لو أضفنا وحدة طاقة من هذا المورد، فإنها سوف تمكن من إجراء التعديلات التالية في الحل الأساسي:

١ - تضيف $\frac{١}{٣}$ وحدة من $س_٤$ (معامل احلال $س_٤$ و $س_٥$ في الجدول الأخير) تحتاج إلى $\frac{٤}{٣}$ من طاقة المورد الأول و $\frac{١}{٣}$ وحدة من طاقة المورد الثاني المستغل طاقتها بالكامل.

٢ - حيث تم توفير وحدة من طاقة المورد الأول فتظل في حاجة إلى توفير $\frac{١}{٣}$ وحدة طاقة إضافية من هذا المورد بالإضافة إلى $\frac{١}{٣}$ وحدة من المورد الثاني. ويتم توفير هذه الاحتياجات بتخفيض إنتاج $س_٢$ بمقدار $\frac{١}{٦}$ وحدة (معامل احلال $س_٢$ و $س_٥$ في الجدول الأخير)، حيث سوف يؤدي ذلك إلى توفير $\frac{١}{٦} \times ٢ = \frac{١}{٣}$ من المورد الأول، وتوفير $\frac{١}{٦} \times ٢ = \frac{١}{٣}$ من المورد الثاني.

٣ - وتؤدي زيادة $س_٤$ بمقدار $\frac{١}{٣}$ وحدة إلى زيادة حصيلة الأرباح بمقدار $\frac{١}{٣} \times ٥ = \frac{٢}{٣}$ ١ جنيه

ويؤدي خفض $س_٢$ بمقدار $\frac{١}{٦}$ وحدة إلى خفض حصيلة الأرباح بمقدار

$\frac{١}{٦} \times ٣ = \frac{١}{٢}$ جنيه

لتكون الزيادة الصافية في الأرباح نتيجة إضافة وحدة إلى طاقة المورد الأول، وإجراء التعديلات اللازمة في تشكيلة الإنتاج هي = $١ \frac{٢}{٣} - \frac{١}{٢}$ = $١ \frac{١}{٦}$ جنيه.

(٤) يلاحظ أيضاً أن إضافة وحدة إلى طاقة المورد الأول سوف يؤدي إلى تعديل الطاقة العلطلة في المورد الثالث بانقاصها بمقدار $\frac{٢}{٣}$ وحدة طاقة. فزيادة $س_٤$ بمقدار $\frac{١}{٣}$ وحدة يتطلب توفير وحدة من طاقة هذا المورد (حيث الوحدة من $س_٤$ تحتاج إلى ٣ وحدات طاقة منه) ويؤدي تخفيض $س_٢$ بمقدار $\frac{١}{٦}$ وحدة إلى توفير $\frac{١}{٦} \times ٢ = \frac{١}{٣}$ وحدة من طاقة هذا المورد. ولاستكمال هذا الثلث إلى وحدة الطاقة المطلوبة يتم سحب $\frac{٢}{٣}$ وحدة من الطاقة العاطلة.

وعليك بإجراء هذا التحليل للمتغير $س_٦$.

ويلاحظ أخيراً أن المتغيرات التي تظهر في الحل الأساسي، سواء من القسم الأول أو القسم الثاني فتظهر مؤشراتها في صف المؤشرات بقيم صفرية. ذلك لأن استبدال وحدة من هذه المتغيرات بوحدة من نفسها لن يؤثر في حصيلة الأرباح.

(٤) تدنية التكاليف أو التضحيات:

بعد أن وضحنا ميكانيكية طريقة السمبلكس في حل مشاكل البرمجة الخطية التي يكون الهدف فيها هو تقصية أو تعظيم عوائد أو منافع أو أرباح، فقد أصبح من الواجب علينا التعرف على هذه الميكانيكية في حالة استهداف تدنية التكاليف أو التضحيات. ذلك لأن العديد من مشاكل الحياة العملية يكون الهدف فيها هو تدنية تضحيات معينة في سبيل تحقيق أهداف أو شروط أو منافع أخرى. وسوف يتولى هذا البند إيضاح ذلك.

ولنفرض على سبيل المثال أن مركب كيميائي معين يتكون من ثلاثة عناصر متساوية في الكثافة، وتبلغ كثافة الوحدة من كل منها وحدة كثافة، ولكنها تختلف في احتوائها لمادتين فعالتين. فالوحدة من العنصر الأول تحتوي على ٤ مجم من المادة الفعالة الأولى ولا تحتوي على المادة الفعالة الثانية. أما الوحدة من العنصر الثاني فتحتوي على ٢ مجم من المادة الفعالة الأولى وعلى ٢ ملجم من المادة الفعالة الثانية. وتحتوي الوحدة من العنصر الثالث على ٣ مجم من المادة الفعالة الأولى وعلى ٣ مجم من المادة الفعالة الثانية. وتتطلب المواصفات القياسية لهذا المركب الكيميائي أن لا تقل كثافة الوحدة منه عن ٢٠٠ وحدة، كما يجب أن لا تقل المادة الفعالة الأولى في الوحدة من المركب عن ٤٢٠ ملجم، كما يجب أن لا تزيد المادة الفعالة الثانية في الوحدة من المركب عن ٣٠٠ ملجم. وتبلغ تكلفة الوحدة من العنصر الأول ٣ جنيه، بينما تبلغ تكلفة الوحدة من العنصر الثاني ٢ جنيه، ومن العنصر الثالث $٢\frac{١}{٢}$ جنيه. والمطلوب هو تحديد التشكيلة المثالية للعناصر الثلاثة للمركب والتي تؤدي إلى تخفيض تكلفة الوحدة من المركب إلى أقل ما يمكن.

٤ - ١ - الصيغة الرياضية للمشكلة:

لنرمز للعنصر الأول في المركب بالرمز $س_١$ وللعنصر الثاني بالرمز $س_٢$ وللعنصر الثالث بالرمز $س_٣$. وبالتالي تكون دالة الهدف هي تدنية تكلفة كميات هذه العناصر التي تكون التشكيلة المثالية من المركب. وتكون دالة الهدف كالآتي:

$$\text{تدنية } ت = ٣ س_١ + ٢ س_٢ + ٢\tfrac{١}{٢} س_٣ \qquad (١)$$

ولما كانت العناصر الثلاثة متساوية الكثافة وتبلغ كثافة الوحدة من كل منها وحدة واحدة ولما كانت الكثافة المطلوبة في المركب هي ٢٠٠ وحدة فإن قيد الكثافة يكون كالآتي:

$$س_١ + س_٢ + س_٣ \geqslant ٢٠٠ \qquad (٢/١)$$

كما يكون قيد المادة الفعالة الأولى التي يجب أن لا تقل محتويات الوحدة من

المركب منها عن ٤٢٠ ملجم، كالآتي:

$$٤ س_{١} + ٢ س_{٢} + ٣ س_{٣} \geqslant ٤٢٠ \qquad (٢/٢)$$

أما المادة الفعالة الثانية فتقضي المواصفات أن لا تزيد في وحدة المركب عن ٣٠٠ ملجم. وبذلك يكون القيد الخاص بها كالآتي:

$$\text{صفر}\ س_{١} + ٢ س_{٢} + ٣ س_{٣} \leqslant ٣٠٠ \qquad (٣/٢)$$

وبالتالي تكون الصيغة الرياضية للمشكلة كالآتي:

$$\text{تدنية، } ت = ٣ س_{١} + ٢ س_{٢} + ٢\tfrac{١}{٢} س_{٣} \qquad (١)$$

$$\text{في ظل: } \left.\begin{cases} س_{١} + س_{٢} + س_{٣} \geqslant ٢٠٠ \\ ٤ س_{١} + ٢ س_{٢} + ٣ س_{٣} \geqslant ٤٢٠ \\ ٢ س_{٢} + ٣ س_{٣} \leqslant ٣٠٠ \end{cases}\right\} \qquad (٢)$$

$$س_{١}،\ س_{٢}،\ س_{٣} \geqslant \text{صفر.} \qquad (٣)$$

ويتطلب حل المشكلة بطريقة السمبلكس تحويل المتباينات إلى متساويات. غير أن متباينتي القيدين الأول (الكثافة) والثاني (المادة الفعالة الأولى) تتطلب أن يزيد محتوى تركيبة العناصر الثلاثة عن المقدار المحدد أو يساويه. وإذا زاد هذا المحتوى عن ٢٠٠ وحدة كثافة في القيد الأول مثلاً، فيتطلب الأمر لتحويل هذه المتباينة إلى متساوية طرح مقدار الزيادة من الجانب الأيمن للمتباينة ليتساوى مع المقدار ٢٠٠. ولنرمز لهذه الزيادة المطلوب طرحها في القيد الأول بالرمز $س_{٤}$.

وكذلك الأمر بالنسبة لمتباينة القيد الثاني حيث نرمز للزيادة المطلوب طرحها بالرمز $س_{٥}$. ويطلق على $س_{٤}$، $س_{٥}$ **المتغيرات الزائدة**. أما القيد الثالث فيتطلب أن يقل محتوى تركيبة العناصر من المادة الفعالة الثانية عن ٣٠٠ ملجم أو يساويه. وحيث يمكن لهذا المحتوى أن يقل عن ٣٠٠ ملجم فيلزم إضافة متغير $س_{٦}$ في الجانب الأيمن من القيد ليعوض هذا النقص لتتحول المتباينة إلى متساوية. ويقوم $س_{٦}$ بدور المتغيرات العاطلة السابق توضيحه في مشكلة التعظم. وبإضافة

هذه المتغيرات إلى القيود الموضوعية (٢) تصبح كالآتي:

$$\left.\begin{array}{l} س_{١} + س_{٢} + س_{٣} - س_{٤} = ٢٠٠ \\ ٤ س_{١} + ٢ س_{٢} + ٣ س_{٣} - س_{٥} = ٤٢٠ \\ ٢ س_{٢} + ٣ س_{٣} + س_{٦} = ٣٠٠ \end{array}\right\} \quad (٢)$$

ولما كنا نبدأ في جدول الحل الأساسي الأول من نقطة الصفر، أي بجعل المتغيرات العاطلة (أو الزائدة) مساوية لقيمة القيود، فإن هذا الأمر يبدو غير ممكناً في القيدين الأول والثاني. ذلك لأن $س_{٤}$ سوف يساوي − ٢٠٠ و $س_{٥}$ سوف يساوي − ٤٢٠. وهذا أمر يتنافى مع القيود التلقائية التي تتطلب عدم وجود متغيرات سالبة. وللخروج من هذا المأزق دعنا نتصور عنصراً وهمياً وليكن $هـ_{١}$ تكون كثافة الوحدة منه مساوية للوحدة، غير أن تكلفة الوحدة منه مرتفعة جداً، ولتكن ١٠٠ جنيه مثلاً. لاحظ أن $هـ_{١}$ عنصر وهمي ليس له وجود فعلاً، ولا يجوز أن ينطوي عليه الحل الأمثل للمشكلة. ولذلك فقد افترضنا أن تكلفته مرتفعة جداً لنضمن عدم دخوله بين تركيبة العناصر المثالية. ولنضيف $هـ_{١}$ إلى القيد الأول ليصبح كالآتي:

$$س_{١} + س_{٢} + س_{٣} - س_{٤} + هـ_{١} = ٢٠٠$$

ولنتصور على نفس النسق عنصراً وهمياً تحتوي الوحدة منه على ملجم واحد من المادة الفعالة الأولى، وليكن $هـ_{٢}$ تكلفة الوحدة منه أيضاً ١٠٠ جنيه. وبذلك تكون دالة الهدف والقيود لهذه المشكلة المعدلة كالآتي:

$$\text{تدنية: } ت = ٣ س_{١} + ٢ س_{٢} + ٢\tfrac{١}{٢} س_{٣} - \text{صفر} س_{٤} + \text{صفر} س_{٥} + \text{صفر} س_{٦} + ١٠٠ هـ_{١} + ١٠٠ هـ_{٢}$$

$$\text{في ظل: } \begin{array}{l} س_{١} + س_{٢} + س_{٣} + س_{٤} + هـ_{١} = ٢٠٠ \\ ٤ س_{١} + ٢ س_{٢} + ٣ س_{٣} - س_{٥} + هـ_{٢} = ٤٢٠٠ \\ ٢ س_{٢} + ٣ س_{٣} + س_{٦} = ٣٠٠ \end{array}$$

كل من $س_{١}، س_{٢}، س_{٣}، س_{٤}، س_{٥}، س_{٦}، هـ_{١}، هـ_{٢} \geqslant$ صفر.

وبذلك يكون الحل الأساسي الأول مكوناً من:

هـ$_{١}$ = ٢٠٠ ، هـ$_{٢}$ = ٤٢٠ ، س$_{٦}$ = ٣٠٠ ، وباقي المتغيرات غير أساسية.

ونقوم بوضع المشكلة في جدول الحل الأساسي الأول على هذا الأساس كالآتي:

جدول الحل الأساسي الأول

			٣	٢	$٢\frac{١}{٢}$	صفر	صفر	صفر	١٠٠	١٠٠	ت$_{و}$
ت$_{و}$	س*	ب	س$_{١}$	س$_{٢}$	س$_{٣}$	س$_{٤}$	س$_{٥}$	س$_{٦}$	هـ$_{١}$	هـ$_{٢}$	النسب
١٠٠	هـ$_{١}$	٢٠٠	١	١	١	١-	٠	٠	١	٠	٢٠٠
١٠٠	هـ$_{٢}$	٤٢٠	(٤)	٢	٣	٠	١-	٠	٠	١	١٠٥ ←
صفر	س$_{٦}$	٣٠٠	٠	٢	٣	٠	٠	١	٠	٠	–
	المؤشرات	٦٢٠٠٠	٤٩٧- ↑	٢٩٨-	$٣٩٧\frac{١}{٢}$-	١٠٠	١٠٠	٠	٠	٠	

وبالنظر إلى جدول الحل الأساسي الأول نجد أن الحل الأساسي يتضمن المتغيرين الوهميين هـ$_{١}$، هـ$_{٢}$ والمتغير العاطل س$_{٦}$ كما أن تكلفة هذا الحل مرتفعة جداً (٦٢٠٠٠ جنيه)، بما يدفعنا إلى العمل على تخفيضها. ويتم ذلك طبعاً باستبعاد المتغيرات الوهمية ذات التكاليف المرتفعة من الحل الأساس. وتقوم طريقة السمبلكس بتحقيق ذلك تلقائياً إذا كان للمشكلة حلاً ممكناً. ولضمان هذه التلقائية قمنا بافتراض تكلفة مرتفعة جداً للوحدة من المتغيرات الوهمية. لاحظ أن المتغيرات الوهمية ليس لها وجود حقيقي في المشكلة ولا يمكن للحل الأمثل أن يتضمن أية قيمة موجبة أو سالبة لأي منها. والهدف منها هو المساعدة في التخلص من مأزق السالبية بضمان ضرورة استبعادها من الحل الأمثل ان وجد، أما إذا لم يمكن التخلص من أي منها فهذا يعني أنه لا يوجد للمشكلة حلاً ممكناً.

٤ ـ ٢ ـ قواعد السمبلكس وإجراءاتها في التدنية:

حيث أن المنافع أو الأرباح هي المضاد للتكاليف أو التضحيات، فإن البحث عن أقصى المنافع أو الأرباح يتناسق تماماً مع البحث عن أدنى التكاليف أو التضحيات. فتحقيق الهدف الأول من مشكلة معينة لا يتم فعلاً إلا بتحقيق الهدف الثاني. وترتيباً على ذلك فإنه إذا كنا قد بحثنا في مشكلة التعظيم بصدد اختيار المتغير الواجب تقديمه في تشكيلة المتغيرات الأساسية عن أعلى ربحية موجبة للمتغيرات التي لا زالت خارج التشكيلة فإن نفس المنطق يقتضي، في مشكلة تدنية التكاليف أو التضحيات، البحث عن المتغير الذي يحقق أكبر وفورات في التكاليف، أي أدنى قيمة سالبة. ويستلزم بالطبع ضرورة حساب قيم صف المؤشرات واختيار أدنى قيمة سالبة لتميز عمود البؤرة. وبذلك تكون القاعدة الأولى للتدنية كالآتي:

القاعدة الأولى (تدنية) : إذا وجد في صف المؤشرات قيمة أو قيماً سالبة، قم باختيار أصغرها جبرياً، وميز العمود الذي تقع فيه هذه القيمة بعمود البؤرة. ويصبح المتغير في قمة هذا العمود هو الواجب إضافته للحل الأساسي التالي. وإذا لم توجد أية قيمة سالبة فالحل الأساسي القائم هو الحل الأمثل.

ولحساب صف المؤشرات بغرض تطبيق هذه القاعدة في مشكلة التدنية فإن الأمر لا يختلف عن حسابه في مشكلة التعظيم، مع استبدال [$ت_و$] محل [$ع_و$]. أي أننا نقوم بضرب العمود [$ت_و$] في عمود كل متغير من المتغيرات ونطرح حصيلة الضرب من [$ت_و$] الخاصة بالمتغير في قمة العمود الخاص به. فبالنسبة للمتغير $س_١$ تكون هذه العمليات كالآتي:

$ت_١ - ى_١$ = ٣ − [(١٠٠ × ١) + (١٠٠ × ٤) + صفر (صفر)] = − ٤٩٧

وبتطبيق القاعدة الأولى على جدول الحل الأساسي الأول نجد أن عمود $س_١$ هو عمود البؤرة حيث تقع فيه أصغر قيمة جبرية سالبة لصف المؤشرات. ونصبح

الآن في حاجة إلى تحديد المقدار أو القيمة التي يضاف بها $س_1$ لمتغيرات الحل الأساسي. ويتم ذلك عن طريق تحديد النسب الموجبة واختيار أصغرها طبقاً لنفس القاعدة الثانية لمشكلة التعظيم السابق ذكرها، لأنها لا تختلف عما هي عليه في مشكلة التدنية. وفيما عدا القاعدة الأولى، فإن باقي الإجراءات اللازمة للانتقال من حل أساسي إلى آخر تظل كما هي.

وبتطبيق القاعدة الثانية على الحل الأساسي الأول نجد أن صف $هـ_2$ هو صف البؤرة، وأن معامل $س_1$ مع $هـ_2$ هو عنصر البؤرة. وبقسمة هذا الصف على (٤) وهي عنصر البؤرة واستبدال $هـ_2$ بالمتغير $س_1$ نحصل على صف $س_1$ الجديد في جدول الحل الأساسي الثاني. ولاستبعاد الرقم (١) الذي يمثل معامل $س_1$ مع $هـ_1$ وتحويله إلى الصفر نضرب صف $س_1$ الجديد في (−١) (أو صف البؤرة في الجدول الأول $\times -\frac{١}{٤}$) ونضيفه للصف الأول. أما الصف الثالث فيظل كما هو لأن معامل $س_1$ فيه هو مساوي للصفر بطبيعته.

وبتطبيق نفس القواعد والإجراءات السابق ذكرها على الجدول الثاني والثالث نصل إلى الحل الأمثل للمشكلة في الجدول الرابع، والذي فيه قيم صف المؤشرات كلها صفرية أو موجبة (تذكر أن الحل الأمثل لمشكلة التعظيم كان يتحقق عندما تتحول قيم صف المؤشرات إلى قيم صفرية أو قيم سالبة. ومشكلتنا هنا هي مشكلة تدنية ولذلك فالإشارات عكسية). ويصبح من اللازم علينا توضيح دلالة صف المؤشرات في الحل الأمثل في هذه الحالة أسوة بالحالة السابقة.

٤ - ٣ - دلالة القيم الظاهرة في صف المؤشرات:

يظهر العمود [ب] أدنى تكلفة ممكنة في صف المؤشرات، وهي في المشكلة تحت البحث ٤٥٠ جنيه، كما يتضح من جدول الحل الأساسي الرابع. أما القيم الباقية في الصف فتنقسم إلى أربعة أقسام تختلف في دلالتها عن بعضها البعض. وينطوي القسم الأول على المتغيرات الأصلية، وهي في مثالنا الجاري $س_1$، $س_2$،

س$_{٣}$ ، ويشمل القسم الثاني المتغيرات الزائدة وهي س$_{٤}$ وس$_{٥}$ ، ويشمل القسم الثالث على المتغيرات العاطلة ، وهي في مثالنا الجاري تتمثل في $_{٦}$ ، ثم يشمل القسم الرابع على المتغيرات الوهمية ، وهي في مثالنا الجاري هـ$_{١}$ و هـ$_{٢}$.

وتمثل القيم [ت$_{و}$ - ى$_{و}$] الظاهرة في صف المؤشرات تحت القسم الأول الزيادة في التكلفة التي تترتب على إضافة وحدة واحدة من المتغير في قمة العمود إلى متغيرات الحل الأساسي واجراء التعديلات اللازمة طبقاً لمعاملات الاحلال في جدول الحل الأمثل . فإضافة وحدة من س$_{١}$ مثلاً تقتضي مجرد استبعاد وحدة من س$_{١}$ لأن س$_{١}$ موجود فعلاً في الحل الأساسي الأمثل ، ويكون صافي التكلفة المضافة على هذا الاحلال مساوياً للصفر . كذلك الأمر بالنسبة للمتغير س$_{٢}$ الذي يقع في المتغيرات الأساسية . أما المتغير س$_{٣}$ فهو خارج التشكيلة المثالية ، وإضافة وحدة منه تستدعي الآتي :

توفير $\frac{٣}{٢}$ وحدة من س$_{٢}$ تبلغ قيمتها	$\frac{٣}{٢}$ × ٢ = (٣) جنيه
استخدام $\frac{١}{٢}$ وحدة إضافية من س$_{١}$ تبلغ قيمتها	$\frac{١}{٢}$ × ٣ = ١ $\frac{١}{٢}$ جنيه
استخدام وحدة من س$_{٣}$ تبلغ تكلفتها	١ × ٢ $\frac{١}{٢}$ = ٢ $\frac{١}{٢}$ جنيه
الزيادة في التكاليف الناتجة عن هذا الاحلال	١ جنيه

وتظهر القيمة (١) في صف المؤشرات تحت س$_{٣}$ في جدول الحل الأمثل . لاحظ أن استخدام وحدة من س$_{٣}$ سوف يؤدي أيضاً إلى استخدام وحدتين من س$_{٥}$ ، غير أن س$_{٥}$ ، يزيد عن الاحتياجات الضرورية بمقدار ٨٠ وحدة ولذلك فقيمته تساوي الصفر .

وتمثل القيم [ت$_{و}$ - ى$_{و}$] الظاهرة في صف المؤشرات تحت المتغيرات الزائدة التكاليف المحتسبة للوحدة من هذه المتغيرات . بمعنى أن توفير استخدام هذا المتغير بمقدار وحدة واحدة سوف يؤدي إلى نقص التكاليف بالقيمة الموضحة مع

$ت_و$			3	2	$2\frac{1}{2}$	صفر	صفر	صفر	100	100		
$ت_و$	س*	ب	$س_1$	$س_2$	$س_3$	$س_4$	$س_5$	$س_6$	$هـ_1$	$هـ_2$	النسب	
100	$هـ_1$	95	[illegible]	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	-1	$\frac{1}{4}$	0	1	$-\frac{1}{4}$	190	جدول الحل
3	$س_1$	105	1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	0	$-\frac{3}{4}$	0	0	$\frac{1}{4}$	210	الأساسي الثاني
صفر	$س_6$	300	0	②	3	0	0	1	0	0	150	$س_2$ تحل محل $س_6$
المؤشرات	$ي_و$	9815	صفر	$51\frac{1}{2}$	$27\frac{1}{4}$	100	$24\frac{1}{4}$	صفر	100	$24\frac{3}{4}$		
	$ت_و - ي_و$		3	$-49\frac{1}{2}$	$-24\frac{3}{4}$	100	$-24\frac{1}{4}$	صفر	صفر	$124\frac{3}{4}$		
100	$هـ_1$	20	0	0	$-\frac{1}{2}$	-1	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$	1	$-\frac{1}{4}$	80	جدول الحل
3	$س_1$	30	1	0	0	0	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	سالبة	الأساسي الثالث
2	$س_2$	150	0	0	$\frac{3}{2}$	0	0	$\frac{1}{2}$	0	0	غير معرفة	$س_5$ تحل محل $هـ_1$
المؤشرات	$ي_و$	2290	3	2	-47	-100	$24\frac{1}{4}$	$-25\frac{3}{4}$	100	$-24\frac{3}{4}$		
	$ت_و - ي$		صفر	صفر	$49\frac{1}{2}$	100	$-24\frac{1}{4}$	$25\frac{3}{4}$	صفر	$124\frac{3}{4}$		
صفر	$س_5$	80	0	0	-2	-4	1	-1	4	-1		جدول الحل
3	$س_1$	50	1	0	$-\frac{1}{2}$	-1	0	$-\frac{1}{2}$	1	0		الأساسي الرابع
2	$س_2$	150	0	1	$\frac{3}{2}$	0	0	$\frac{1}{2}$	0	0		الحل الأمثل
المؤشرات	$ي_و$	450	3	2	$\frac{3}{2}$	-3	صفر	$-\frac{1}{2}$	3	صفر		
	$ت_و - ي_و$		صفر	صفر	1	3	صفر	$\frac{1}{2}$	97	100		

إجراء التعديلات اللازمة في الحل الأساسي طبقاً لمعاملات الاحلال. فتوفير وحدة من $س_٤$، أي خفض احتياجات الكثافة بمقدار وحدة واحدة لتصبح ١٩٩ بدلاً من ٢٠٠ سوف يؤدي إلى توفير ٣ جنيه من التكاليف بتوفير وحدة من العنصر الأول $س_١$ التي تبلغ تكلفتها ٣ جنيه. أو بمعنى آخر فإن وحدة الكثافة المستخدمة تقيم بمبلغ ٣ جنيه لتكون التكلفة المترتبة على استيفاء احتياجات الكثافة = ٢٠٠ × ٣ = ٦٠٠ جنيه. أما $س_٥$ الذي يمثل المادة الفعالة الأولى، فهناك فائض في تشكيلة العناصر المستخدمة من هذه المادة بما يزيد عن الحد الأدنى المطلوب بمقدار ٨٠ ملحم. ولذلك فقيمة هذه الوفورات الزائدة يساوي الصفر.

وتمثل القيم [$ت_و - ى_و$] الظاهرة في صف المؤشرات تحت المتغيرات العاطلة أسعار الظل المحتسبة لوحدة المورد المتاحة من كل هذه المتغيرات، كما سبق أن ذكرنا في مشكلة التعظيم. بمعنى أن اضافة وحدة واحدة إلى طاقة هذا المتغير سوف تؤدي إلى زيادة الأرباح (أو نقص التكاليف) بمقدار القيمة الظاهرة في صف المؤشرات تحت هذا المتغير. فإضافة وحدة من $س_٦$ سوف تؤدي إلى توفير نصف وحدة من $س_١$ واستخدام نصف وحدة إضافية من $س_٢$، أي توفير ($٣ \times \frac{١}{٢}$) $١\frac{١}{٢}$ جنيه من التكاليف الخاصة بالمتغير $س_١$ وزيادة تكاليف المستخدم من $س_٢$ بمقدار ($٢ \times \frac{١}{٢}$) جنيه لتحقق وفورات صافية قدرها $\frac{١}{٢}$ جنيه. وحيث أن المتاح من $س_٦$ كان ٣٠٠ وحدة أدى كل منها إلى توفير $\frac{١}{٢}$ جنيه فإن جملة الوفورات تبلغ ١٥٠ جنيه. فإذا استبعدنا هذه الوفورات من جملة تكاليف استيفاء احتياجات الكثافة (أي ٦٠٠ جنيه - ١٥٠ جنيه) لتوصلنا إلى تكلفة تشكيلة العناصر المثالية وهي ٤٥٠ جنيه.

وتمثل القيم [$ت_و - ى_و$ الظاهرة في صف المؤشرات تحت المتغيرات الوهمية الزيادة في التكاليف التي تترتب على تحول وحدة من كل من هذه المتغيرات إلى وحدة حقيقية يتم إضافتها إلى تشكيلة المتغيرات الأساسية. فلو تحققت وحدة واحدة من $هـ_١$ مثلاً لتصبح وحدة حقيقية وتم استخدامها لاستيفاء احتياجات

الكثافة فإنها سوف تكلف ١٠٠ جنيه وتوفر وحدة من $س_1$ تبلغ تكلفتها ٣ جنيه ليكون صافي الزيادة في التكاليف ٩٧ جنيه نتيجة لهذا الاحلال.

٥ ـ الخلاصة:

استعرضنا في هذا الفصل قواعد واجراءات طريقة السمبلكس، أي الطريقة المنتظمة لحل مشاكل البرمجة الخطية في حالتي التقصية والتدنية. ووجدنا أن الطريقة وإن كانت تستند إلى مبادىء ومفاهيم رياضية متعمقة، فهي تتبع نهج الاستبعاد الكامل لجاوس وجوردن. وهي بذلك تعتبر طريقة مرحلية، أي تؤدي إلى التوصل للحل الأمثل على مراحل يتم في كل منها إدخال متغير واحد للحل الأساسي حتى نصل إلى الحل الأساسي الأمثل. كما أن الطريقة تبدأ من نقطة الصفر في حالة التقصية، ومن نقطة تكون فيها التكاليف أعلى ما يمكن في حالة التدنية. ويتم ذلك عن طريق اتخاذ المتغيرات العاطلة لقيم القيود في التقصية، واتخاذ المتغيرات الوهمية والعاطلة لقيم القيود في التدنية. وبذلك يكون الحل الأساسي الأول دائماً مكوناً من متغيرات بخلاف المتغيرات الأصلية للمشكلة. ثم يتم المتغيرات الأخرى (غير الأساسية) بالاهتداء بصف المؤشرات الذي منه يتحدد المتغير الواجب إضافته في الخطوة التالية. ويطلق على العمود الذي يقع فيه هذا المتغير عمود البؤرة، ويتحدد المتغير الذي يستبعد من الحل الأساسي بذلك الذي يقع في الصف الذي تكون نسبة العمود [ب] إلى معاملات عمود البؤرة أصغر ما يمكن. ووجدنا أننا ننتقل من حل أساسي إلى آخر بعد ذلك باتباع طريقة الاستبعاد الكامل لجاوس وجوردن.

هذا وقد ركزنا بصفة خاصة على دلالة قيم صف المؤشرات وعلاقتها بمعاملات الاحلال في حالتي التقصية والتدنية، ذلك لما لها من أهمية خاصة في تفسير نتائج حل المشكلة بنموذج البرمجة الخطية، وذلك كما سوف يتضح في الفصل التالي.

أسئلة وتمارين الفصل

أولاً: الأسئلة:

السؤال الأول:

برر فيما لا يزيد عن ثلاثة سطور لكل عبارة، خطأ أو صواب كل من العبارات التالية:

١ ـ حتى يمكن تطبيق نهج الاستبعاد الكامل فيلزم أن يتساوى عدد القيود في مشكلة البرمجة الخطية مع عدد المتغيرات فيها.

٢ ـ يحدد عنصر البؤرة المتغير الأساسي المطلوب استبعاده وإضافة متغير غير أساسي بديلاً له.

٣ ـ يتحول عنصر البؤرة إلى الوحدة في الصف الذي يحل محل صف البؤرة في الجدول الجديد لأن معامل احلال المتغير المستبعد من الحل الأساسي مع المتغير المضاف إلى الحل الأساسي الجديد يلزم أن يكون الوحدة.

٤ ـ المتغير العاطل هو ذلك الذي يشير إلى وجود طاقة عاطلة في مورد معين.

٥ ـ عادة ما يكون صف المؤشرات في الحل الأساسي الأول مطابقاً لدالة الهدف في مشكلتي التقصية والتدنية.

٦ ـ يعني وجود رقم موجب في صف المؤشرات في حالة التقصية وجود أرباح

يمكن إضافتها بإضافة المتغير الذي يقع على قمة العمود الظاهر فيه هذا الرقم، بينما وجود رقم سالب يعني ضرورة تحقق خسائر بإضافة المتغير على قمة العمود.

٧ - لا يعتد بحساب النسب السالبة بصدد تحديد صف المؤشرات لأن ذلك يعني وجود متغيرات سالبة، ومن ثم الخروج على شرط عدم السالبية.

٨ - لا تختلف دلالة قيم صف المؤشرات بين المتغيرات الأصلية والمتغيرات العاطلة.

٩ - إذا زاد عدد متغيرات المشكلة عن عدد قيودها الموضوعية فيكون عدد المتغيرات الأصلية في الحل الأمثل مساوي دائماً لعدد القيود الموضوعية.

١٠ - المتغيرات الزائدة هي تلك التي تمتص الطاقة العاطلة من قيم القيود فيما زاد على احتياجات المتغيرات الأصلية.

١١ - المتغيرات الوهمية هي تلك التي تمكن الوفاء باحتياجات المتغيرات الأساسية من قيم القيود دون الخروج على شرط عدم السالبية.

١٢ - لا تختلف قواعد السمبلكس في التدنية عنها في التقصية.

١٣ - توضح القيم الظاهرة في صف المؤشرات في جدول الحل الأمثل في أعمدة المتغيرات الوهمية، التكاليف المضافة التي تترتب على احلال وحدة من هذه المتغيرات محل وحدة من المتغيرات الأصلية.

١٤ - يمكن للحل الأساسي الأمثل أن يحتوي على متغيرات وهمية، غير أنه يشترط لذلك أن تكون قيمتها صفرية.

١٥ - تمثل أسعار الظل المحتسبة للموارد النادرة القيمة الاقتصادية للوحدة من هذه الموارد في أسواق التنافس التام.

السؤال الثاني:

أكتب مذكرات مختصرة في تفسير كل من:

١ - رقم موجب في صف المؤشرات في عمود متغير أصلي.

٢ ـ رقم سالب في صف المؤشرات في عمود متغير عاطل.

٣ ـ رقم موجب في صف المؤشرات في عمود متغير وهمي.

٤ ـ رقم سالب في صف المؤشرات في عمود متغير وهمي.

٥ ـ معامل احلال سالب بين متغير أصلي في الحل الأساسي ومتغير عاطل.

٦ ـ معامل احلال سالب بين متغير زائد في الحل الأساسي ومتغير أصلي.

٧ ـ معامل احلال سالب بين متغير زائد في الحل الأساسي ومتغير وهمي.

٨ ـ معامل احلال موجب بين متغير أصلي في الحل الأساسي ومتغير عاطل.

٩ ـ معامل احلال سالب بين متغير عاطل في الحل الأساسي ومتغير أصلي.

١٠ ـ معامل احلال موجب بين متغير زائد في الحل الأساسي ومتغير وهمي.

١١ ـ الحكمةفي اختيار أقل النسب الموجبة بصدد تحديد صف البؤرة.

١٢ ـ الحكمة في افتراض تكاليف مرتفعة جداً للمتغيرات الوهمية.

ثانياً: التمارين:

التمرين الأول:

في كل مما يأتي قم بحل النموذج للمتغيرات الثلاثة الأولى بنهج الاستبعاد الكامل.

١ ـ

$$\frac{١}{٢}\text{س}_{١} + \frac{٣}{٢}\text{س}_{٢} + ٢\,\text{س}_{٣} = ٤$$
$$٢\,\text{س}_{١} + ٤\,\text{س}_{٢} + ٥\,\text{س}_{٣} = ٣٢$$
$$٣\,\text{س}_{١} - ٤\,\text{س}_{٢} - ٥\,\text{س}_{٣} = ١٦$$

٢ ـ

$$٢\,\text{س}_{١} - \text{س}_{٢} + ٢\,\text{س}_{٣} - \text{س}_{٤} + ٣\,\text{س}_{٥} = ١٤$$
$$\text{س}_{١} + ٢\,\text{س}_{٢} + ٣\,\text{س}_{٣} + \text{س}_{٤} = ٥$$
$$\text{س} - ٢\,\text{س}_{٣} - \text{س}_{٥} = -١٠$$

(٣)

$$٢س_{١} + \frac{١}{٢}س_{٢} + س_{٣} - س_{٤} + س_{٥} = ٢٠$$
$$٣س_{١} + ٦س_{٢} - ٢س_{٣} + ٣س_{٤} - س_{٥} = ٤٠$$
$$-س_{١} - س_{٢} + س_{٣} + س_{٤} + س_{٥} = ١٢$$

التمرين الثاني:

أوجد الحل الأمثل بطريقة السمبلكس لكل من المشاكل التالية:

١ ـ $ع = ١٠س_{١} + ١٢س_{٢}$

في ظل: $٨س_{١} + س_{٢} \leq ٤٥٠$

$س_{١} + ٧س_{٢} \leq ٤٢٤$

٢ ـ $ت = ٦س_{١} + ١٠س_{٢}$

في ظل: $٣س_{١} + س_{٢} \geq ١٥٢$

$١٤س_{١} + ١٢س_{٢} \geq ٣٩٦$

٣ ـ $ع = ٣س_{١} + ٢س_{٢} + ٢\frac{١}{٢}س_{٣} + ٥س_{٤}$

في ظل: $٢\frac{١}{٢}س_{١} + ٣\frac{١}{٢}س_{٢} + ٤س_{٣} + ٨س_{٤} \leq ١٨٥$

$٣س_{١} + \frac{١}{٢}س_{٢} + ٧\frac{١}{٢}س_{٣} + ٢س_{٤} \leq ٣٢٠$

$\frac{١}{٢}س_{١} + س_{٢} + ٣\frac{١}{٢}س_{٣} + ٤س_{٤} \leq ١٠٥$

٤ ـ $ت = ١٠س_{١} + ٨س_{٢} + ٦س_{٣} + ١٢س_{٤}$

في ظل: $٤س_{١} + ٢س_{٢} + ٢س_{٣} + ٦س_{٤} \geq ٧٠$

$س_{١} + س_{٢} + س_{٣} + س_{٤} \geq ٣٠$

$س_{١} + ١\frac{١}{٢}س_{٢} + \frac{١}{٢}س_{٣} + ٣\frac{١}{٢}س_{٤} \leq ٦٠$

التمرين الثالث:

تقوم ورشة اد كو لبناء زوارق الصيد ببناء نوعين نمطيين من زوارق الصيد الحجم المتوسط والحجم الصغير. وهي تقوم ببيع انتاجها خلال فصلي الربيع

والصيف في فصل الخريف والشتاء محققة أرباحاً مباشرة على النوع المتوسط تبلغ ١٠ جنيه وعلى الصغير تبلغ ٩ جنيه، بينما تبيع إنتاجها خلال فصلي الخريف والشتاء في فصلي الربيع والصيف مقابل أرباح مباشرة قدرها ٢٠ جنيه للزورق المتوسط و ١٢ جنيه للزورق الصغير. ويستغرق إنتاج الزورق المتوسط ١٠ ساعات في ورشة النجارة وستة ساعات في التشطيب بينما يستغرق الزورق الصغير ١٢ ساعة في ورشة النجارة وساعتين في التشطيب. وتبلغ طاقة ورشة النجارة للستة شهور ٦٠٠٠ ساعة عمل، بينما تبلغ طاقة ورشة التشطيب ٧٥٠٠ ساعة في الستة شهور. وتستورد الأخشاب اللازمة لبناء هذه الزوارق من الخارج بمواصفات معينة. ويحدد حجم الواردات الحد الأقصى لعدد الزوارق التي يمكن بناءها بما لا يزيد عن ١٥٠٠ وحدة من كل نوع.

والمطلوب: تحديد برنامج إنتاج وتصريف الزوارق الأمثل الذي يحقق أقصى حصيلة من الأرباح المباشرة.

التمرين الرابع:

يقوم البن البرازيلي بمزج ثلاث رتب من البن الخام للحصول على ثلاث أنواع من البن المطحون هي النوع الممتاز، والنوع الناعم، والنوع العادي. ويختلف المزيج المطلوب لكل نوع من أنواع البن الثلاثة من الرتب الثلاثة. فالبن العادي يتطلب أن يحتوي المزيج على ٣٥٪ من الرتبة الأولى، ٢٠٪ من الرتبة الثانية، ٤٥٪ من الرتبة الثالثة. بينما البن الناعم يتطلب أن ينطوي المزيج على ٣٠٪ من الرتبة الأولى، ٣٠٪ من الرتبة الثانية، ٤٠٪ من الرتبة الثالثة، أما البن الممتاز فينطوي المزيج على ٢٥٪ من الرتبة الأولى، ٤٠٪ من الرتبة الثانية، ٣٥٪ من الرتبة الثالثة. وتبلغ تكلفة كيلو البن الخام من الرتبة الأولى ٩٠ قرشاً بينما تبلغ تكلفة الكيلو من الرتبة الثانية ٨٠ قرشاً وتبلغ تكلفة الكيلو من الرتبة الثالثة ٦٠ قرشاً. وترغب الإدارة في الإنتاج بطاقتها الأسبوعية والتي تبلغ ٦,٥ طن من البن المطحون.

ذلك لأنها مرتبطة بعقود توريد كميات من أنواع البن الثلاثة تبلغ ٢,٥ طن من البن العادي، ٢,٠ طن من البن الناعم، ١,٥ طن من البن الممتاز.

فما هي خطة المزيج الذي يوفى بهذه المتطلبات بأقل تكاليف ممكنة. قم بتفسير القيم الظاهرة في جدول الحل الأمثل، وخاصة علاقة صف المؤشرات بمعاملات الاحلال.

التمرين الخامس:

تقوم جمعية رعاية المكفوفين باستثمار أموالها في سندات ادخار البنك الأهلي وسندات التنمية وسندات القرض الوطني. وفيما يلي بيان عن الفوائد السائدة لهذه الأنواع من السندات.

	سندات البنك الأهلي		سندات التنمية		سندات القرض الوطني	
	مجموعة أ	مجموعة ب	إصدار أول	إصدار ثاني	إصدار أول	إصدار ثاني
العائد	١٢٪	١٠٪	١٤٪	١٦٪	٢٠٪	١٨٪

وحيث تتميز سندات البنك الأهلي بسهولة استرداد قيمتها، فإن سياسة الجمعية تقتضي أن لا تقل الاستثمارات فيها عن ٤٠٪ من الموارد المتاحة، كما تقضي السياسة بعدم جواز الاستثمار في نوع معين من السندات بخلاف سندات البنك الأهلي بما يزيد عن ١٥٪ من الموارد المتاحة. أما سندات البنك الأهلي فيجوز أن يرتفع هذا الحد إلى ٢٥٪ بالنسبة للمجموعة الواحدة.

المطلوب: تحديد برنامج استثمار الجمعية الذي يدر عليها أكبر عائد ممكن في ظل هذه الشروط.

التمرين السادس:

تقوم شركة الدلتا الصناعية (ايديال) بانتاج ثلاثة أحجام من الثلاجات الكهربائية، ١٢ قدم، ٨ قدم، ٦ قدم على التوالي. وتمر جميعاً على ثلاثة مراكز

انتاجية حيث يتم في الأول تجميع هيكل الثلاجة ما عدا المحرك وجهاز التبريد، ويتم في الثاني تركيب المحرك وجهاز التبريد وإجراء الاختبارات اللازمة، ويتم في الثالث إجراء التشطيبات النهائية. ويتم إنتاج الثلاجة ٦ قدم و ١٢ قدم للسوق المحلي بينما يتم إنتاج الثلاجة ٨ قدم للسوق المحلي وللتصدير معاً. وتطلب وزارة الصناعة أن يقل سعر التصدير عن سعر السوق المحلي بمقدار ١٥ جنيه للوحدة مقابل حصول الشركة على إعانة تصدير تبلغ ١٠ جنيه للثلاجة. وتحصل الشركة على جميع الأجزاء اللازمة لتصنيع الثلاجات الثلاث فيما عدا المحرك من مصانع شركة الحديد والصلب المصرية. وتشترط شركة الحديد والصلب أن لا تزيد طلبات شركة ايديال خلال الفترة التكاليفية الواحدة (٤ أسابيع) عن ما يكفي لإنتاج إما ٣٠٠٠ ثلاجة ٦ قدم أو ٢٥٠٠ ثلاجة ٨ قدم أو ٢٠٠٠ ثلاجة ١٢ قدم أو أي تشكيلة من أجزاء الثلاجات الثلاثة لا تزيد عما يعادل ٣٠٠٠ ثلاجة ٦ قدم. كما لا تسمح موارد الشركة من النقد الأجنبي، باستيراد أجزاء بخلاف المحرك من الخارج. وتحدد التعليمات أن لا يزيد عدد المحركات المستوردة للثلاجة ١٢ قدم عن ٤٥٠ محرك في الفترة التكاليفية، بينما لا توجد قيود على محركات النوعين الآخرين. ومن فحص قوائم الأسعار والتكاليف عن عدد من الفترات التكاليفية السابقة وجد أن الأسعار والتكاليف التي ينتظر أن تسود في العام المقبل كالآتي:

الثلاجة	٦ قدم	٨ قدم	١٢ قدم
التكلفة المتغيرة للوحدة بما فيها المحرك	٨٠ جنيه	١٠٠ جنيه	١٤٠ جنيه
سعر البيع في السوق المحلي	١٢٠ جنيه	١٦٠ جنيه	٢٤٠ جنيه

كما نبين من فحص سجلات الطاقة للمراكز الثلاثة ما يلي:

طاقة المركز من	٦ قدم	أو ٨ قدم	أو ١٢ قدم
المركز الأول	٢٥٠٠	٢٠٠٠	١٥٠٠
المركز الثاني	٣٠٠٠	٢٠٠٠	١٨٠٠
المركز الثالث	٢١٠٠	١٨٠٠	١٥٠٠

كما تبين من فحص سجلات المبيعات أن الشركة لا تستطيع أن تبيع ما يزيد عن ٦٦٠ ثلاجة ٨ قدم في السوق المحلي في الفترة التكاليفية. كما أن الشركة لا تنتج للتخزين.

لمطلوب:

١ ـ ما هو برنامج الإنتاج الأمثل الذي يحقق أقصى حصيلة من الأرباح المباشرة في الفترة التكاليفية.

٢ ـ بفرض أن الطلب الخارجي على الثلاجة ٨ قدم لا يزيد عن ٤٠٠ وحدة في الفترة التكاليفية؟ فما هو أثر ذلك على برنامج الإنتاج والأرباح.

٣ ـ ما هو سعر البيع الذي يؤدي إلى استواء إنتاج الثلاجة ٦ قدم أو عدم انتاجها؟

٤ ـ في ظل المطلوب الثاني، وبفرض زيادة طاقة مركز الانتاج الثالث بما يعادل ٣٠٠ وحدة من الثلاجة ٦ قدم، فما هي تشكيلة الإنتاج المثالية؟

٥ ـ قم بتوضيح دلالة صف المؤشرات ومعاملات الاحلال في جدول الحل الأمثل في المطلوبين الأول والرابع.

الفصل الثاني عشر
في
البرمجة الخطية (تابع)
تداخل النشاط والثنائية والتحلل وتحليل الحساسية

١ ـ مقدمة:

تناولنا في الفصلين السابقين أركان نموذج البرمجة الخطية، ووضحنا قواعد وإجراءات طريقة السمبلكس في نموذجي التقصية والتدنية. غير أن المشاكل التي أوردناها في مجالات التطبيق كانت تعد من المشاكل النمطية، وان كنا قد لجأنا في إحداها إلى المتغيرات الوهمية، وكان ذلك في سبيل تنميط المشاكل ليس إلاّ. ويتواجد في الحياة العملية، عدد من المشاكل التي يمكن حلها بالبرمجة الخطية ولكنها لا تتخذ الشكل النمطي لمشكلة البرمجة بطبيعتها، أو تعد حالة خاصة من حالات التطبيق. ولعل أبرز مثالين على ذلك هما حالة تداخل النشاط وحالة طريقة النقل، والتي سوف نفرد لها فصلاً مستقلاً فيما بعد. أما حالة تداخل النشاط فسوف نتناولها في هذا الفصل. بالإضافة إلى ذلك فسوف نتناول في هذا الفصل النموذج الثنائي بالتحليل والتفصيل ونتناول تفسير نتائجه، كما نتناول تحلل مشكلة

البرمجة وإمكانيات التغلب عليه. وننهي الفصل بفكرة مبسطة عن إجراءات تحليل حساسية أركان نموذج البرمجة للتغيرات التي قد تطرأ على معاملات وقيم متغيراته.

٢ ـ حالة تداخل النشاط:

افترضنا فيما تقدم أن متغيرات المشكلة موضوع تطبيق البرمجة الخطية لا تعتمد على بعضها البعض، وإن كانت تشترك في نفس الموارد المتاحة، أو تنطوي عليها نفس العناصر المتاحة. غير أن حالة تداخل النشاط تعتبر من الحالات السائدة في الحياة العملية، سواء على مستوى المنشأة أو الوحدة الاقتصادية، أو على مستوى القطاع أو على المستوى القومي. ولو توافر في هذا التداخل أو الاعتماد شروط الخطية والتجانس، فإنه يمكن تطبيق البرمجة الخطية على المشاكل التي تنطوي عليه.

وقد يكون تداخل النشاط أو اعتماد المتغيرات على بعضها البعض في اتجاه واحد كما قد يكون التداخل متبادلاً في اتجاهات متضادة. وعادة ما تكون الحالة الأولى أكثر شيوعاً على مستوى الوحدة الاقتصادية العاملة، كما تكون الحالة الثانية أكثر شيوعاً على مستوى القطاع وعلى المستوى القومي. ونتناول هاتين الحالتين في البنود الفرعية التالية.

٢ ـ ١ ـ حالة التداخل في اتجاه واحد:

تكون حالة تداخل النشاط في اتجاه واحد إذا استخدمت بعض المنتجات في انتاج منتجات أخرى، دون استخدام هذه المنتجات الأخرى في إنتاج الأولى، فالقطن يستخدم في انتاج الغزل مثلاً ولا يستخدم الغزل في انتاج القطن، بينما القمح يستخدم في إنتاج القمح كبذور كما يستخدم في إنتاج الدقيق، ولا يستخدم الدقيق في إنتاج القمح.

ولنفرض مثلاً أن إحدى الشركات تقوم بإنتاج ثلاثة منتجات هي س$_{١}$، س$_{٢}$، س$_{٣}$. ولنفرض أنه يلزم لإنتاج وحدة من س$_{٢}$ استخدام وحدتين من س$_{١}$، كما يلزم لإنتاج وحدة من س$_{٣}$ استخدام وحدة من س$_{١}$ ونصف وحدة من

$س_2$. ويمكن التعبير عن هذا التداخل البسيط في اتجاه واحد بمصفوفة الكميات التالية :

المستخدم من:	$س_1$	$س_2$	$س_3$	
في انتاج $س_1$	٠	٠	٠	مصفوفة
$س_2$	٢	٠	٠	الكميات
$س_3$	١	$\frac{1}{2}$	٠	[ك]

ولنفرض أيضاً أن المنتجات الثلاثة يتم انتاجها باستخدام خمسة موارد انتاجية ثابتة المقدار والقدرة في الفترة التكاليفية . ولنفرض أن علاقة المنتجات بالموارد ، والمقادير المتاحة من الموارد كانت كما هو موضح في مصفوفة معاملات الاستخدام المباشر التالية :

مصفوفة معاملات الاستخدام المباشرة [أ]

المنتج :	$س_1$	$س_2$	$س_3$	الكمية المتاحة من المورد [ب]
المورد : الأول	١	٠	٠	٥٢٠٠ ساعة/ آلـة
الثاني	٠	١	٠	٦٤٠٠ ساعة/ آلـة
الثالث	٠	٠	١	٤٢٠٠ ساعة/ آلـة
الرابع	١	١	٠	٧٢٠٠ ساعة/ عامل
الخامس	١	١	٢	٥٤٠٠ ساعة/ عامل

ونفترض أيضاً أن كل من المنتجات الثلاثة يمكن بيعه في السوق بسعر يزيد عن تكلفته المتغيرة . وتنطوي التكلفة المتغيرة لأي منتج في هذه الحالة على التكلفة المتغيرة للمنتجات الأخرى المستخدمة في إنتاجه . فلو فرضنا مثلاً أن التكلفة المتغيرة للوحدة من $س_1$ من مواد وأجور ومصاريف صناعية متغيرة تبلغ ١٠

جنيه، فإن التكلفة المتغيرة للوحدة من $س_{٢}$ يجب أن تشتمل على وحدتين من $س_{١}$ ضمن تكلفة الموارد المتغيرة الخاصة بها. فإذا كانت التكلفة المتغيرة للوحدة من $س_{٢}$ بخلاف احتياجاتها من $س_{١}$ تبلغ ١٢ جنيه، فإن تكلفتها المتغيرة من وجهة نظرنا تصبح ٣٢ جنيه. وسوف نفترض تأسيساً على ذلك أن الربح المباشر، أي فائض سعر البيع عن التكلفة المتغيرة للمدخلات للوحدة من كل من المنتجات الثلاثة كان كالآتي: ٥ جنيه للوحدة من $س_{١}$، ٨ جنيه للوحدة من $س_{٢}$، ١٠ جنيه للوحدة من $س_{٣}$.

وإذا فرضنا أن علاقات التداخل كما تظهر في مصفوفة الكميات خطية، فإنه يصبح من الممكن تطبيق البرمجة الخطية لإيجاد تشكيلة الإنتاج المثالية. إلاَّ أن ذلك يقتضي ضرورة تحضير البيانات اللازمة بحيث يتحقق الربط بين مصفوفة الكميات ومصفوفة معاملات استخدام الموارد النادرة المتاحة لانتاج المنتجات. ويتم ذلك عن طريق ايجاد مصفوفة الاحتياجات الكلية بين المنتجات ثم ايجاد مصفوفة معاملات الاستخدام الكلية.

٢ ـ ٢ ـ مصفوفة الكميات الكلية ومصفوفة الاستخدام الكلية:

توضح مصفوفة الكميات الكلية إجمالي عدد الوحدات اللازمة من منتج معين في إنتاج وحدة واحدة من كل من المنتجات الأخرى، سواء كان ذلك بطريق مباشر أو بطريق غير مباشر. فالوحدة من $س_{٣}$ مثلاً تحتاج لوحدة من $س_{١}$ بطريق مباشر غير أنها بالإضافة إلى ذلك تحتاج إلى $\frac{١}{٢}$ وحدة من $س_{٢}$ والتي تحتاج الوحدة منها بدورها إلى ٢ وحدة من $س_{١}$، بما يؤدي إلى أن $س_{٣}$ تحتاج إلى $\frac{١}{٢} \times ٢ = ١$ وحدة إضافية من $س_{١}$ بطريق غير مباشر (أي عن طريق $س_{٢}$). فهي إذن تحتاج إلى وحدة من $س_{١}$ احتياجاً مباشراً وإلى وحدة من $س_{١}$ احتياجاً غير مباشراً لتكون احتياجاتها الكلية من $س_{١}$ وحدتين.

ويتم ايجاد مصفوفة الكميات الكلية بايجاد مصفوفة الاحتياجات المباشرة ثم

ايجاد مقلوبها. فإذا رمزنا لمصفوفة الاحتياجات المباشرة بالرمز [جـ] ولمصفوفة الوحدة بالرمز [I] فإن [جـ] = [I] − [ك].

وتكون مصفوفة الكميات الكلية هي [جـ]$^{-1}$

وتكون مصفوفة الاحتياجات المباشرة لمثالنا الجاري كالآتي:

$$[\text{جـ}] = \begin{bmatrix} ١ & ٠ & ٠ \\ ٠ & ١ & ٠ \\ ٠ & ٠ & ١ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٠ & ٠ & ٠ \\ ٢ & ٠ & ٠ \\ ١ & \frac{١}{٢} & ٠ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١ & ٠ & ٠ \\ -٢ & ١ & ٠ \\ -١ & -\frac{١}{٢} & ١ \end{bmatrix}$$

ويتم إيجاد مقلوب [جـ] أي [جـ]$^{-1}$ باستخدام نهج الاستبعاد الكامل السابق شرحه كالآتي:

١ ـ نضع [جـ] بجوار مصفوفة وحدة من نفس الرتبة كما يلي:

$$\begin{array}{cc} & [\text{جـ}] \qquad\qquad [I] \\ \text{الصف: } \begin{matrix} (١) \\ (٢) \\ (٣) \end{matrix} & \left[\begin{array}{ccc|ccc} ١ & ٠ & ٠ & ١ & ٠ & ٠ \\ -٢ & ١ & ٠ & ٠ & ١ & ٠ \\ -١ & -\frac{١}{٢} & ١ & ٠ & ٠ & ١ \end{array}\right] \end{array}$$

٢ ـ نقوم بتحويل [جـ] إلى مصفوفة وحدة [I] عن طريق عمليات الصفوف السابق توضيحها في طريقة الاستبعاد الكامل، على أن يتم إجراء نفس العمليات على مصفوفة الوحدة المجاورة. فالصف الأول لا يحتاج إلى تعديل. أما الصف الثاني فيتطلب تحويل العنصر (−٢) في العمود الأول إلى الصفر، ويتم ذلك بضرب الصف الأول في (٢) وإضافته جبرياً للصف الثاني. ويتطلب الصف الثالث استبعاد العنصر (−١) في العمود الأول والعنصر ($-\frac{١}{٢}$) في العمود الثاني. ويتم استبعاد العنصر الأول بإضافة الصف الأول إلى الصف الثالث، كما يتم استبعاد ($-\frac{١}{٢}$) بضرب الصف الثاني الجديد في ($\frac{١}{٢}$) وإضافته جبرياً للصف الثالث.

ويكون ناتج هذه العمليات كالآتي:

الصف	[I]			[جـ]$^{-1}$			
الصف (١)	١	٠	٠	١	٠	٠	كما هو (١)
(٢)	٠	١	٠	٢	١	٠	الصف (١) × ٢ + الصف (٢)
(٣)	٠	٠	١	٢	$\frac{1}{2}$	١	الصف (١) + الصف (٢) × $\frac{1}{2}$ + الصف (٣)

٣ ـ يكون ناتج ما تقدم أن تقع [I] مكان [جـ] ويحل [جـ]$^{-1}$ محل [I] في الجوار.

ويلاحظ في [جـ]$^{-1}$ أن كل عمود من الأعمدة يوضح استخدامات المنتج في نفسه وفي المنتجات الأخرى بصورة مباشرة وبصورة غير مباشرة. فالمنتج الأول س$_{١}$ في العمود الأول مثلاً فإنه يلزم إنتاج وحدة من س$_{١}$ ليكون لدينا وحدة من س$_{١}$، كما يلزم وحدتين من س$_{١}$ لإنتاج وحدة من س$_{٢}$. كما يلزم وحدتين من س$_{١}$ لإنتاج وحدة من س$_{٣}$.

٤ ـ حتى يمكن إيجاد الرابطة بين هذه المصفوفة [جـ]$^{-1}$ ومصفوفة معاملات الاستخدام المباشرة [أ] لإيجاد مصفوفة الاستخدام الكلية من المواد النادرة [أ]* ، يلزم تحويل أعمدة [جـ]$^{-1}$ إلى صفوف، أي إيجاد مبدولها [$\hat{\text{جـ}}$]$^{-1}$. ذلك حتى تكون دلالة الأعمدة موحدة في كل من [$\hat{\text{جـ}}$]$^{-1}$ و[أ]. فالعمود في [أ] يوضح احتياجات المنتجات المختلفة من المنتج المعين، وبتحويل الصفوف إلى أعمدة يكون العمود في [$\hat{\text{جـ}}$]$^{-1}$ موضحاً احتياجات المنتج من المنتجات المختلفة.

٥ ـ يتم إيجاد مصفوفة الاستخدام الكلية [أ]* من الموارد النادرة عن طريق ضرب [أ] مسبقاً في [$\hat{\text{جـ}}$]$^{-1}$ كالآتي:

أي $[\text{أ}]^* = [\text{أ}] \times [\hat{\text{حـ}}]^{-1}$

أي :

$$[\text{أ}]^* = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ \frac{1}{2} & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} \text{س}_3 & \text{س}_2 & \text{س}_1 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ \frac{1}{2} & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 2\frac{1}{2} & 3 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \text{ب}_1 \\ \text{ب}_2 \\ \text{ب}_3 \\ \text{ب}_4 \\ \text{ب}_5 \end{array}$$

وبالتمعن في [أ]* نجد أن كل عنصر فيها يظهر الآثار الكلية لعلاقة كل منتج بكل من المنتجات الأخرى والموارد المتاحة. فالمنتج س_3 مثلاً لا يستخدم المورد الأول بطريق مباشر حيث أن هذا المورد مخصص لإنتاج س_1 ، إلاَّ أن س_3 يحتاج لوحدة من س_1 يستغرق انتاجها ساعة من الآلة الأولى، كما تحتاج إلى $\frac{1}{2}$ وحدة من س_2 والتي تحتاج بدورها إلى وحدتين من س_1 فتستغرق بطريق غير مباشر ، ساعة أخرى من هذه الآلة لتوفير الاحتياجات الغير مباشرة لنصف وحدة من س_2 .

وإذا نظرنا إلى المورد الخامس مثلاً لوجدنا أن الوحدة من س_3 تحتاج

احتياجات مباشرة	=	وحدة × ٢ ساعة = ٢ ساعة
احتياجات من س_1	=	٢ وحدة × ١ ساعة = ٢ ساعة
احتياجات من س_2	=	$\frac{1}{2}$ وحدة × ٠ ساعة = صفر ساعة
الاحتياجات الكلية للوحدة من س_3 من المورد الخامس	=	٤ ساعة

وعلى نفس النمط يمكن تفسير باقي العناصر الظاهرة في [أ]* .

٢ ـ ٣ ـ صيغة نموذج البرمجة في حالة تداخل النشاط:

بعد التوصل إلى مصفوفة الاستخدام الكلية يصبح كل صف فيها ممثلاً لقيد على برنامج الإنتاج الممكن تحقيقه، ويعبر عن علاقة المورد الواقع في الصف بالمنتجات التي تقع على قمة الأعمدة. فإذا أضفنا إلى هذه القيود الموضوعية كل من دالة الهدف والقيود التلقائية لأتخذ نموذج البرمجة الخطية لهذه المشكلة الصيغة الآتية:

تقصية $ع = ٥ س_١ + ٨ س_٢ + ١٠ س_٣$ (١)

في ظل:

$س_١ + ٢ س_٢ + ٢ س_٣ \leq ٥٢٠٠$

$س_٢ + \frac{١}{٢} س_٣ \leq ٦٤٠٠$

$س_٣ \leq ٤٢٠٠$ (٢)

$س_١ + ٣ س_٢ + ٢\frac{١}{٢} س_٣ \leq ٧٢٠٠$

$س_١ + ٢ س_٢ + ٤ س_٣ \leq ٥٤٠٠$

كل من $س_١$ ، $س_٢$ ، $س_٣$ $\geq$ صفر (٣)

وبإضافة المتغيرات العاطلة، وإتباع قواعد وإجراءات طريقة السمبلكس (قواعد التقصية) يظهر الحل كما هو موضح في جدول الحل الأمثل التالي:

جدول الحل الأساسي الأمثل

ع و	س*	ب	س١	س٢	س٣	س٤	س٥	س٦	س٧	س٨	ع و
			٥	٨	١٠	٠	٠	٠	٠	٠	
٥	س١	٥٠٠٠	١	٢	٠	٢	٠	٠	٠	−١	
٠	س٥	٦٣٥٠	٠	١	٠	١/٤	١	٠	٠	−١/٤	
٠	س٦	٤١٠٠	٠	٠	٠	١/٢	٠	١	٠	−١/٢	
٠	س٧	١٩٥٠	٠	١	٠	−٣/٤	٠	٠	١	−١/٤	
١٠	س٣	١٠٠	٠	٠	١	−١/٢	٠	٠	٠	١/٢	
المؤشرات		٢٦٠٠٠	٠	−٢	٠	−٥	٠	٠	٠	٠	

ويوضح جدول الحل الأمثل في هذه الحالة تشكيلة الإنتاج المثالية للبيع في السوق الخارجي بعد الوفاء بالاحتياجات الداخلية. وبالتالي فحجم الإنتاج الفعلي من كل منتج، والذي يفي باحتياجات المنتجات الأخرى ومبيعات السوق الخارجي، أو بمعنى آخر حجم الإنتاج الكلي من المنتجات المختلفة، يتم الحصول عليه بضرب مبدول مصفوفة الكميات [$\hat{\text{حـ}}$]$^{-1}$ في [س*] للمنتجات. وهي في مثالنا الجاري كالآتي:

$$\begin{bmatrix} ١ & ٢ & ٢ \\ ٠ & ١ & \frac{١}{٢} \\ ٠ & ٠ & ١ \end{bmatrix}_{[\hat{\text{حـ}}]^{-1}} \times \begin{bmatrix} \text{س}_1 = ٥٠٠٠ \\ \text{س}_2 = \text{صفر} \\ \text{س}_3 = ١٠٠ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{س}_1 = ٥٢٠٠ \\ \text{س}_2 = ٥٠ \\ \text{س}_3 = ١٠٠ \end{bmatrix}$$

(الطلب الخارجي) = (الانتاج الكلي)

وهذا يعني أن حجم الإنتاج الفعلي من س$_1$ يبلغ ٥٢٠٠ وحدة، تم منها

استخدام ١٠٠ وحدة في انتاج ٥٠ وحدة من $س_٢$ لزوم إنتاج ١٠٠ وحدة من $س_٣$ ، كما تم استخدام ١٠٠ وحدة من $س_١$ فيإنتاج ١٠٠ وحدة من $س_٣$ مباشرة. أما الـ ٥٠ وحدة التي تم انتاجها من $س_٢$ فقد استخدمت في إنتاج الـ ١٠٠ وحدة من $س_٣$. ويبقى ٥٠٠٠ وحدة من $س_١$ و ١٠٠ وحدة من $س_٣$ لمبيعات الخارجية. ويطلق على الفرق بين الإنتاج الكلي من كل منتج والطلب الخارجي عليه أصطلاح **الاستخدامات الوسيطة**. وهي تقيم لأغراض حساب تكلفة المنتجات المستخدمة لها بتكلفتها المتغيرة وليس بسعر بيعها كما سبق وذكرنا.

٢ - ٤ - مبررات تقييم الاستخدامات الوسيطة بتكلفتها المتغيرة:

سبق أن لمحنا إلى أن المنتجات الوسيطة المستخدمة في إنتاج منتجات أخرى يتم تقييمها في نموذج تداخل النشاط بتكلفتها المتغيرة وليس بسعر بيعها لأغراض حساب الربح المباشر على الوحدة من المنتجات المستخدمة لها. ويكمن السبب في ذلك في الكيفية التي توصلنا بها للمصفوفة [أ]* والتي منها نستقي معاملات قيود النموذج. فإذا نظرنا لهذه المصفوفة لوجدنا أن الوحدة من $س_٣$ مثلاً تتحمل بأربع ساعات من المورد الخامس، بينما احتياجاتها المباشرة من هذا المورد هي ساعتين. ويرجع تحميلها بأربع ساعات بدلاً من ساعتين إلى أنها تحتاج لوحدتين من $س_١$، والوحدة من $س_١$ تحتاج إلى ساعة من هذا المورد. وبالتالي فقد أصبحت $س_٣$ فيما يتعلق بعلاقاتها بالموارد النادرة مستقلة عن $س_١$ باحتياجاتها الكلية فهي تأخذ من المورد الخامس ما يكفي لإنتاج احتياجاتها من $س_١$ وما يكفي لانتاجها بطريق مباشر. ومن ثم فإن الربح المباشر الذي كان يتحقق بوحدتين من $س_١$ أصبح واجب التحقيق ضمن الربح المباشر للوحدة من $س_٣$ المستخدمة لهاتين الوحدتين والتي تحملت باحتياجاتها من الموارد.

وكمثال آخر دعنا ننظر إلى احتياجات $س_٢$ من المورد الأول في المصفوفة [أ]* . فمن الواضح من المصفوفة [أ] أن $س_٢$ ليس لها استخدام

مباشر من المورد الأول، فهذا المورد مخصص لإنتاج $س_1$. غير أن $س_2$ قد تحملت في [أ]* بساعتين من طاقة هذا المورد. ذلك لأنها تحتاج إلى وحدتين من $س_1$، والوحدة من $س_1$ تحتاج إلى ساعة من طاقة هذا المورد، ومن ثم حملت $س_2$ بالساعتين. وبالتالي فيجب أن تنطوي ربحيتها المباشرة على ما كان من الممكن أن يتحقق بهاتين الساعتين لو تم تخصيصهما لإنتاج $س_1$ للمبيعات الخارجية؛ أي أنه على حساب التكلفة المتغيرة للوحدة من $س_2$ يلزم تقييم الوحدة من $س_1$ بتكلفتها المتغيرة حتى تتضمن الأرباح المباشرة للوحدة من $س_2$ بعد حساب تكلفتها المتغيرة على هذا الأساس الأرباح المباشرة التي فقدت باستخدامها لوحدتين من $س_1$ بدلاً من بيعها في السوق. وبالتالي فالأرباح المباشرة على الوحدة من $س_2$ =

سعر البيع الوحدة	٤٠ جنيه
يخصم تكلفتها المتغيرة:	
الخاصة بوحدتين من $س_1$ (٢×١٠)	٢٠ جنيه
الخاصة بالمواد الأخرى والأجور والمصاريف	١٢ جنيه
جملة التكلفة المتغيرة للوحدة من $س_2$	٣٢ جنيه
الأرباح المباشرة على الوحدة من $س_2$	٨ جنيه

ويختلف مفهوم الأرباح المباشرة عن مفهوم الأرباح المضافة. فالأرباح المضافة تتمثل في التغير في الربحية نتيجة إضافة (أو نقص) مدخلات جديدة إضافية. فالوحدتين من $س_1$ تبلغ تكلفتها المتغيرة ٢٠ جنيه وتبلغ حصيلة أرباحها المباشرة ١٠ جنيه. فإذا استخدمتا في إنتاج وحدة من $س_2$ فيلزم إضافة تكلفة متغيرة أخرى تبلغ ١٢ جنيه. وحيث أن الوحدة من $س_2$ تباع بمبلغ ٤٠ جنيه فإن الأرباح المباشرة للوحدة تكون ٨ جنيه، وبالتالي فقد ترتب على إضافة ١٢ جنيه للتكلفة المتغيرة لوحدتين من $س_1$ في سبيل الحصول على وحدة من $س_2$، إنخفاض الأرباح المباشرة من ١٠ جنيه إلى ٨ جنيه. وتكون الأرباح المضافة نتيجة لذلك هي (-٢ جنيه).

وتظهر الأرباح المضافة في نموذج البرمجة الخطية (بالطريقة التي نتبعها) في صف المؤشرات. فإذا نظرنا إلى جدول الحل الأمثل للمشكلة قيد البحث لوجدنا أن الرقم (-٢) يظهر أسفل $س_٢$ في صف المؤشرات. وحيث أن صف المؤشرات يتم الحصول عليه نتيجة تفاعل النموذج وليس كمعطيات للنموذج، فإننا نبدأ بالربح المباشر في دالة الهدف تاركين أمر تحديد الأرباح (أو التكاليف) المضافة للنموذج ذاته.

وكقاعدة عامة فلا يجوز تحميل منتج معين باستخداماته الكلية من كل من الموارد النادرة، والتي تتضمن استخداماته غير المباشرة الناتجة عن استخدامه لمنتجات أخرى، وتحميله أيضاً بالأرباح المباشرة التي كانت تتحقق على هذه الاستخدامات في المنتجات الأخرى لأننا لو فعلنا ذلك لضخمنا استخداماته بمقدار استخداماته غير المباشرة دون رفع ربحيته المباشرة بما يقابل هذا التضخيم. فتحميل منتج معين بالاستخدامات غير المباشرة التي تترتب على استخدامه لمنتج آخر يقتضي رفع ربحية هذا المنتج، بما يعادل الربح المباشر الذي كان سوف يترتب على هذه الاستخدامات في المنتج الآخر. أي أن الأمر يقتضي تقييم استخداماته الوسيطة من هذا المنتج الآخر بالتكلفة المتغيرة لهذا المنتج.

٢ ـ ٥ ـ حالة التداخل المتبادل:

يكون التداخل بين المنتجات متبادلاً إذا كانت المنتجات السابقة تستخدم استخداماً وسيطاً في المنتجات اللاحقة وكانت هذه الأخيرة تستخدم استخداماً وسيطاً في المنتجات السابقة. كأن يتطلب إنتاج وحدة من $س_٢$ استخدام وحدة من $س_١$ في الوقت الذي يتطلب فيه إنتاج وحدة من $س_١$ استخدام $\frac{١}{٢}$ وحدة من $س_٢$. وعادة ما يكون التداخل المتبادل قائماً بين المنتجات على مستوى القطاع أو الصناعة أو المستوى القومي. ولعل أبرز مثال على هذا التداخل هو تحليل المستخدم والمنتج أو جداول المدخلات والمخرجات.

وتعترضنا في هذا الصدد مشكلة جديدة لم تكن ذات تأثير في حالة التداخل في اتجاه واحد، وهي اختلاف وحدات قياس المنتجات المختلفة المتبادلة. فكيف نقيس استخدامات $س_٢$ من $س_١$ بوحدات $س_١$ ثم نقيس استخدامات $س_١$ من $س_٢$ بوحدات $س_٢$ لتنشأ علاقة تبادل ذات مغزى محدد بينهما، وذلك إذا كانت وحدات قياس كل تختلف عن الأخرى؟ ولا تقوم هذه المشكلة في حالة التبادل في اتجاه واحد. فاستخدامات المنتجات اللاحقة من منتج معين يتم قياسها بوحدة قياس هذا المنتج في مصفوفة الكميات، كما أن هذا المنتج لا يكون له استخدام من المنتجات اللاحقة ذات وحدات القياس المختلفة. وكي نتخلص من هذه المشكلة في حالة التداخل المتبادل نقوم بالتعبير عن الاستخدامات الوسيطة بين المنتجات بوحدات قياس موحدة هي النقدية، وبمعنى آخر نحول المبادلات الكمية إلى مبادلات قيمية.

وعادة ما يطبق تحليل المستخدم والمنتج على المستويات التجميعية من الاقتصاد القومي، أي مستوى الصناعة، أو القطاع، أو المستوى القومي [1]. غير أن النموذج يمكن تطبيقه على مستوى الوحدة الاقتصادية العاملة متى توافرت شروط تطبيقه. وسوف نكتفي بعرضه هنا في صورة مبسطة باعتباره حالة خاصة من حالات نموذج البرمجة الخطية.

ويقوم نموذج المستخدم والمنتج على افتراض وجود علاقات تبادل متداخلة بين القطاعات أو المنتجات المختلفة، فيما يسمى بالاستخدامات الوسيطة، تكون ذات نسب ثابتة. بمعنى أن كل قطاع (أو منتج) يستخدم من نفسه ومن كل من القطاعات الأخرى (أو المنتجات الأخرى) نسبة ثابتة من قيمة انتاجه. ولا تتغير هذه النسبة بما يطرأ من تقلبات في حجم الإنتاج. ويبدأ تحليل المستخدم والمنتج

(١) انظر لتفاصيل النموذج في هذه المجالات، د. عبد الحي مرعي، دراسات في المحاسبة القومية ونظام حسابات الحكومة (مؤسسة شباب الجامعة، ١٩٧٤).

بأعداد جدول المستخدم والمنتج من واقع البيانات التاريخية.

ولنفرض وصولاً للغرض، أن إحدى الشركات تقوم بانتاج ثلاثة منتجات س١، س٢، س٣ حيث يوجد علاقات تبادل وسيطة متداخلة بينها. ولنفرض أن بيانات الإنتاج والاستخدام معبراً عنها بالألف جنيه عن الفترة المحاسبية المنتهية ظهرت كما هو مبين بجدول المستخدم والمنتج التالي:

جدول المستخدم والمنتج من ثلاثة منتجات

المستخدم / المنتج من	في	و = ١ س١	٢ س٢	٣ س٣	مبيعات خارجية	مجموع الإنتاج
ر = ١	س١	٠	٤٨٠	٦٠	٤٦٠	١٠٠٠
٢	س٢	٢٠٠	٩٦٠	٠	١٢٤٠	٢٤٠٠
٣	س٣	٣٠٠	صفر	٢٤٠	٦٠	٦٠٠
استخدامات أخرى		٥٠٠	٩٦٠	٣٠٠	١٧٦٠	
مجموع الاستخدامات		١٠٠٠	٢٤٠٠	٦٠٠		٤٠٠٠

ويمثل كل صف من الصفوف الثلاثة الأولى قيمة الإنتاج من كل منتج والمستخدم في كل من المنتجات الأخرى وللمبيعات الخارجية. فقيمة إنتاج س١ = ١٠٠٠، منها مستخدم في س٢ ٤٨٠ وفي س٣ ٦٠ و ٤٦٠ للمبيعات الخارجية.

كما يوضح كل عمود من الأعمدة الثلاثة الأولى استخدامات كل منتج من نفسه ومن المنتجات الأخرى، ومن الاستخدامات الأخرى، فالعمود الثاني يوضح أن مجموع استخدامات س٢ = ٢٤٠٠ منها ٤٨٠ من س١، ٩٦٠ من نفسه، صفر من س٣ و ٩٦٠ استخدامات أخرى. والواقع أن البيانات الواردة في

الجدول يمكن تقسيمها إلى أربعة أقسام رئيسية هي: مصفوفة المبادلات الوسيطة، ومتجه الاستخدامات الأخرى، ومتجه المبيعات الخارجية، ومتطابقة مجموع الاستخدامات مع مجموع الإنتاج. وتقع مصفوفة المبادلات الوسيطة في الصفوف الثلاثة الأولى والأعمدة الثلاثة الأولى. ويوضح كل عمود فيها قيمة استخدامات كل منتج من نفسه ومن المنتجات الأخرى بالمقارنة بمجموع استخداماته. وتعتبر هذه المصفوفة عصب نموذج المستخدم والمنتج.

ويتضمن صف الاستخدامات الأخرى قيمة كل ما يلزم لإنتاج المنتج بخلاف الاستخدامات الوسيطة وبما فيها الأرباح. ويتضمن هذا الصف القيمة المضافة أو عوائد عوامل الإنتاج في النموذج على المستوى القومي. أما على مستوى الوحدة الاقتصادية فهو يتضمن بالإضافة إلى عوائد عوامل الإنتاج من أجور وفوائد وإيجارات وأرباح، كل الاستخدامات الأخرى من مواد مباشرة وغير مباشرة بخلاف المنتجات المتداخلة، وعناصر المصاريف الصناعية المتغيرة من وقود وزيوت وقوى محركة وما إلى ذلك.

ويتضمن عمود المبيعات الخارجية قيمة المبيعات من كل منتج بعد الوفاء بالاحتياجات الوسيطة للمنتجات الأخرى ولنفسه. ويحل محل هذا العمود في جدول المستخدم والمنتج على المستوى القومي مكونات الطلب النهائي على إنتاج القطاعات المختلفة.

وحيث تضمنت الاستخدامات الأخرى عوائد عوامل الإنتاج بما فيها الأرباح (أو الخسائر) فإنه يصبح من الضروري والمنطقي أن يتطابق مجموع الاستخدامات لكل منتج مع مجموع الإنتاج الخاص به.

وتعتبر مصفوفة المبادلات الوسيطة عصب نموذج المستخدم والمنتج كما ذكرنا ومنها يتم تحضير البيانات اللازمة للنموذج طبقاً للخطوات التالية:

١ - لنرمز لمصفوفة المبادلات بالرمز [د] وهي بطبيعتها مصفوفة مربعة (في مثالنا الجاري ٣×٣). وتكون الخطوة الأولى هي أن نقوم بتحويل [د] إلى

مصفوفة معاملات فنية بين المنتجات [م]، عن طريق نسبة كل عنصر في العمود [و] من [د] على مجموع الاستخدامات في نفس العمود . ففي العمود الأول مثلاً الخاص بالمنتج $س_{١}$ نقوم بقسمة صفر على ١٠٠٠ ثم بقسمة ٢٠٠ على ١٠٠٠، ثم بقسمة ٣٠٠ على ١٠٠٠ لنحصل على النسب المطلوبة في العمود الأول من [م]. وتكون لمثالنا الجاري :

$$\begin{bmatrix} ٠,١ & ٠,٢ & ٠ \\ ٠ & ٠,٤ & ٠,٢ \\ ٠,٤ & ٠ & ٠,٣ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{٦٠}{٦٠٠} & \frac{٤٨٠}{٢٤٠٠} & \frac{٠}{١٠٠٠} \\ ٠ & \frac{٩٦٠}{٢٤٠٠} & \frac{٢٠٠}{١٠٠٠} \\ \frac{٢٤٠}{٦٠٠} & \frac{٠}{٢٤٠٠} & \frac{٣٠٠}{١٠٠٠} \end{bmatrix} = [م]$$

ويلاحظ في [م] أن القطر الرئيسي يمثل معاملات استخدام المنتجات من نفسها، فالمنتج $س_{١}$ مثلا لا يستخدم من نفسه بينما $س_{٢}$ يستخدم ٤٠٪ من انتاجه ذاتياً . هذا وإن كان ذلك يعد في بعض الحالات غير منطقي على مستوى الوحدة الاقتصادية فهو في غالبية الحالات منطقي على مستوى القطاع والمستوى القومي. فالزراعة تستخدم البذور من الزراعة والنسيج يستخدم الغزل من الصناعة وهكذا .

٢ ـ نحصل على مصفوفة معاملات الاستخدام المباشرة [جـ] أو ما يسمى بمصفوفة الاحتياجات المباشرة من [م] بطرح [م] من مصفوفة الوحدة [I] :

$$\begin{bmatrix} -٠,١ & -٠,٢ & ١ \\ ٠ & ٠,٦ & -٠,٢ \\ ٠,٦ & ٠ & -٠,٣ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٠,١ & ٠,٢ & ٠ \\ ٠ & ٠,٤ & ٠,٢ \\ ٠,٤ & ٠ & ٠,٣ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٠ & ٠ & ١ \\ ٠ & ١ & ٠ \\ ١ & ٠ & ٠ \end{bmatrix} = [جـ]$$

٣ ـ نحصل على مصفوفة الاحتياجات الكلية $[حـ]^{-١}$ من [حـ] بإيجاد مقلوب الأخيرة بإتباع طريقة الاستبعاد الكامل السابق شرحها (أو بإتباع طريقة

المحددات والمرافقات)[1] وتكون مصفوفة الاحتياجات الكلية كالآتي:

$$[\text{جـ}]^{-1} = \frac{1}{318}\begin{bmatrix} 360 & 120 & 60 \\ 120 & 570 & 20 \\ 180 & 60 & 560 \end{bmatrix}$$

وتعبر $[\text{جـ}]^{-1}$ عن الاحتياجات الكلية للوحدة من كل منتج من نفسه ومن المنتجات الأخرى. فالعمود الأول مثلاً يوضح أنه لإنتاج وحدة من $س_1$ تتاح للاستخدامات الأخرى بما فيها المبيعات الخارجية يلزم:

$\frac{360}{318}$ من $س_1$ لأن $س_1$ لها احتياجات غير مباشرة من نفسها تبلغ $\frac{42}{318}$

$\frac{120}{318}$ من $س_2$ كاحتياجات مباشرة وكاحتياجات غير مباشرة عن طريق $س_3$.

$\frac{180}{318}$ من $س_3$ كاحتياجات مباشرة واحتياجات غير مباشرة.

وكذلك فالصف الأول يوضح جملة الاحتياجات من $س_1$ في $س_1$ وفي $س_2$ وفي $س_3$ للوفاء بالمبيعات الخارجية. ويوضح الصف الثاني جملة الاحتياجات من $س_2$ في $س_1$ وفي $س_2$ وفي $س_3$ للوفاء بالمبيعات الخارجية، وهكذا.

هذا وتقوم المصفوفة $[\text{جـ}]^{-1}$ في هذه الحالة مقام المصفوفة $[\overset{\wedge}{\text{حـ}}]^{-1}$ السابق استخدامها في حالة التبادل في اتجاه واحد. ذلك لأننا بدأنا حالة المستخدم والمنتج بالأعمدة ممثلة لاستخدامات كل منتج، بينما كانت الأعمدة في مصفوفة الكميات ممثلة لاستخدامات المنتجات المختلفة.

٤ ـ يتم اتخاذ ندرة الموارد المتاحة محدودة المقدار والقدرة في الاعتبار في هذه الحالة عن طريق ايجاد العلاقة بين عوائد كل منها في صف الاستخدامات الأخرى ومجموع الاستخدامات الخاصة بكل منتج. كما يتم التعبير عن الكميات المتاحة من هذه الموارد تعبيراً قيمياً عن طريق حساب العائد الكلي على هذه الكميات.

---

(١) لهذه الطريقة أنظر د. عبد الحي مرعي، دراسات في المحاسبة القومية... مرجع سابق.

ولنرجع لتوضيح ذلك إلى جدول المستخدم والمنتج السابق، ونفترض على سبيل التبسيط أن بيان مجموع الاستخدامات الأخرى لكل منتج كان كالآتي:

المنتج	س١	س٢	س٣
مواد واستخدامات وسيطة أخرى	١٠٠	٢٤٠	١٢٠
عائد المورد الأول	٢٠٠	٠	٦٠
عائد المورد الثاني	٢٠٠	٤٨٠	٠
عائد المورد الثالث	٠	٠	١٢٠
عائد المورد الرابع	٠	٢٤٠	٠
مجموع الاستخدامات الأخرى	٥٠٠	٩٦٠	٣٠٠
مجموع الاستخدامات	١٠٠٠	٢٤٠٠	٦٠٠

ونستطيع بنفس الطريقة التي اتبعناها بصدد إيجاد [م] من مصفوفة المبادلات [د] أن نحصل على مصفوفة معاملات الاستخدام من الموارد النادرة [أ] بنسبة عائد كل مورد إلى مجموع استخدامات المنتج المعين. وتكون [أ] كالآتي:

$$\begin{bmatrix} 0{,}1 & 0 & 0{,}2 \\ 0 & 0{,}2 & 0{,}2 \\ 0{,}2 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{160}{600} & 0 & \frac{200}{1000} \\ 0 & \frac{480}{2400} & \frac{200}{1000} \\ \frac{120}{600} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{240}{2400} & 0 \end{bmatrix} = [\text{أ}]$$

ويلاحظ أننا أهملنا صف الاستخدامات من المواد والاستخدامات الوسيطة الأخرى حيث نفترض أن الكميات المتاحة منها لا تمثل قيداً على برنامج الانتاج على مستوى الوحدة الاقتصادية.

٥ ـ نحصل على الاحتياجات الكلية لوحدة كل منتج من الموارد النـادرة، أي نحصل على [أ]* ، في هذه الحالة عن طريق ضرب [أ] مسبقاً في [جـ]$^{-1}$. لاحظ أننا لا نوجد مبدول (حـ)$^{-1}$ في هذه الحالة لأن كل عمود فيها يمثل بطبيعته استخدامات المنتج من نفسه ومن المنتجات الأخرى.

$$[\text{أ}]^* = \begin{bmatrix} ٠,٢ & ٠ & ٠,١ \\ ٠,٢ & ٠,٢ & ٠ \\ ٠ & ٠ & ٠,٢ \\ ٠ & ٠,١ & ٠,١ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \frac{٣٦٠}{٣١٨} & \frac{١٢٠}{٣١٨} & \frac{٦٠}{٣١٨} \\ \frac{١٢٠}{٣١٨} & \frac{٥٧٠}{٣١٨} & \frac{٢٠}{٣١٨} \\ \frac{١٨٠}{٣١٨} & \frac{٦٠}{٣١٨} & \frac{٥٦٠}{٣١٨} \end{bmatrix}$$

$$= \frac{١}{٣١٨} \begin{bmatrix} ٩٠ & ٣٠ & ٦٨ \\ ٩٦ & ١٣٨ & ١٦ \\ ٣٦ & ١٢ & ١١٢ \\ ١٢ & ٥٧ & ٢ \end{bmatrix}$$

وحيث أن [أ]* هي نتاج مبادلات قيمية، فيصبح من اللازم التعبير عن الكميات المتاحة من الموارد النادرة الأربعة بوحدات قيمية متجانسة بنفس وحدة القياس المستخدمة في مصفوفة المبادلات. ولنفرض في مثالنا الجـاري أن المتوفر من الموارد الأربعة معبراً عنه في صورة العائد المنتظر على كل منها بالألف جنيه في الفترة المقبلة كان كالآتي: المورد الأول ٤٠٠ ، المورد الثاني ٨٠٠ ، المورد الثالث ١٠٠، المورد الرابع ٣٠٠ . ولنفرض أيضاً أن الهدف هو تقصية العوائد المتوقعة على الموارد النادرة بانتاج المنتجات الثلاثة.

٦ ـ للحصول على دالة الهدف في هذه الحالة يلزم ايجاد معاملات كل من المنتجات الثلاثة فيها، وبحيث تكون معبرة عن مساهمة كل منتج في تحقيق العوائد على الموارد النادرة. ونحصل على هذه المعاملات من المصفوفة [أ] حيث يمثل

مجموع كل عمود فيها نسبة مساهمة كل منتج في تحقيق هذه العوائد منسوبة إلى مجموع إنتاجه. وحيث أن الإنتاج الخاص بالمنتجات الثلاثة قد تم التعبير عنه بوحدة قياس قيمية متجانسة، فتصبح هذه النسب كافية لإظهار الهيكل النسبي للعوائد الخاصة بالمنتجات الثلاثة بوحدات قياس موحدة. وبذلك تكون دالة الهدف كالآتي:

تقصية ع = ٤,– س$_{١}$ + ٣,– س$_{٢}$ + ٣,– س$_{٣}$ (١) .

٧ ـ وتفيدنا المصفوفة [أ]* والمتاح من الموارد النادر في وضع القيود الموضوعية والتلقائية للمشكلة كالآتي:

$$\frac{\text{١}}{\text{٣١٨}} \begin{bmatrix} \text{٩٠} & \text{٣٠} & \text{٦٨} \\ \text{٩٦} & \text{١٣٨} & \text{١٦} \\ \text{٣٦} & \text{١٢} & \text{١١٢} \\ \text{١٢} & \text{٥٧} & \text{٢} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \text{س}_{١} \\ \text{س}_{٢} \\ \text{س}_{٣} \end{bmatrix} \leqslant \begin{bmatrix} \text{٤٠٠} \\ \text{٨٠٠} \\ \text{١٠٠} \\ \text{٣٠٠} \end{bmatrix} \quad (\text{٢})$$

كل من س$_{١}$ ، س$_{٢}$ ، س$_{٣}$ ⩾ صفر

٨ ـ وبإضافة المتغيرات العاطلة وضرب طرفي القيود الموضوعية (٢) في ٣١٨ يكون جدول الحل الأساسي الأول كالآتي:

		ع$_{و}$	,٤	,٣	,٣	٠	٠	٠	٠	ع$_{و}$
ع$_{و}$	س*	ب	س$_{١}$	س$_{٢}$	س$_{٣}$	س$_{٤}$	س$_{٥}$	س$_{٦}$	س$_{٧}$	النسب
٠	س$_{٤}$	١٢٧٢٠٠	٩	٣٠	٦٨	١	٠	٠	٠	١١٧٧$\frac{٢١}{٢٧}$
٠	س$_{٥}$	٢٥٤٤٠٠	٩٦	١٣٨	١٦	٠	١	٠	٠	٢٦٥٠
٠	س$_{٦}$	٣١٨٠٠	٣٦	١٢	١١٢	٠	٠	١	٠	١٧٦٦$\frac{٢}{٣}$
٠	س$_{٧}$	٩٥٤٠٠	١٢	٥٧	٢	٠	٠	٠	١	٧٩٥٠
المؤشرات		صفر	,٤	,٣	,٣	٠	٠	٠	٠	

ويكون الحل الأساسي الأمثل لهذه المشكلة محتوياً على المتغيرات الأساسية التالية: (عليك بحلها بطريقة السمبلكس):

$$[\text{س}^{*}] = [\text{س}_{١}،\ \text{س}_{٢}،\ \text{س}_{٤}،\ \text{س}_{٥}]$$
$$= [٣٥٠،\ ١٦٠٠،\ ١٥٠،\ \text{صفر}]$$

وهو يعني أن المبيعات الخارجية تتكون من ٣٥٠ (ألف جنيه) من س$_{١}$، ١٦٠٠ (ألف جنيه) من س$_{٢}$، صفر من س$_{٣}$. ويترتب على هذا البرنامج عدم إمكانية تحقيق العائد المستهدف على المورد الأول، حيث ينقص العائد المحقق عليه (٢٥٠ ألف جنيه) عن المطلوب بمقدار ١٥٠ (ألف جنيه) وهي تساوي قيمة س$_{٤}$ في المتغيرات الأساسية، أما الموارد الثلاثة الأخرى فقد تحقق العائد المستهدف عليها وهو ٨٠٠، ١٠٠، ٣٠٠ (ألف جنيه) على التوالي.

لاحظ أن الحل الأساسي الأمثل يوضح تشكيلة الإنتاج المثالية للمبيعات الخارجية. وللحصول على حجم الإنتاج الكلي من كل منتج فيلزم ضرب المصفوفة [جـ]$^{-1}$ في هذه التشكيلة كالآتي:

الانتاج الكلي من:

$$\begin{bmatrix} \text{س}_{١} \\ \text{س}_{٢} \\ \text{س}_{٣} \end{bmatrix} = \frac{١}{٣١٨} \begin{bmatrix} ٣٦٠ & ١٢٠ & ٦٠ \\ ١٢٠ & ٥٧٠ & ٢٠ \\ ١٨٠ & ٦٠ & ٥٦ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ٣٥٠ \\ ١٦٠٠ \\ \text{صفر} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١٠٠٠ \\ ٣٠٠٠ \\ ٥٠٠ \end{bmatrix}$$

وبالاستعانة بالمصفوفة [م] والمصفوفة [أ] نستطيع من هذا الإنتاج الكلي إعداد جدول المستخدم والمنتج المستهدف. فحيث تمثل مجموع إنتاج س$_{١}$ ١٠٠٠ مثلاً، فهو بالضرورة يساوي مجموع استخداماته، وبافتراض النسب ثابتة في [م] وفي [أ]، نستطيع عن طريق ضرب أعمدة هاتين المصفوفتين في الإنتاج الكلي

من كل منتج أن نقوم بإعداد جدول المستخدم والمنتج.

ويلاحظ من الجدول أن مجموع صف العائد المحقق على المورد الأول يبلغ ٢٥٠ بينما المستهدف كان ٤٠٠، فلم يتحقق ١٥٠ (ألف جنيه) على هذا المورد. بمعنى أن طاقة هذا المورد عاطلة بما يعادل رسملة ١٥٠ ألف جنيه بمعدل العائد الساري على هذا المورد. أما المورد الثاني فقد استغل بالكامل وتحقق العائد المستهدف عليه وهو ٨٠٠ (ألف جنيه) وكذلك بالنسبة للموردين الثالث والرابع.

جدول المستخدم والمنتج المستهدف

المستخدم في	س١	س٢	س٣	الطلب النهائي	مجموع الإنتاج
المنتج من : س١	٠	٦٠٠	٥٠	٣٥٠	١٠٠٠
س٢	٢٠٠	١٢٠٠	٠	١٦٠٠	٣٠٠٠
س٣	٣٠٠	٠	٢٠٠	٠	٥٠٠
مواد واستخدامات وسيطة أخرى	١٠٠	٣٠٠	١٠٠		
عائد محقق على المورد الأول	٢٠٠	٠	٥٠		
عائد محقق على المورد الثاني	٢٠٠	٦٠٠	٠		
عائد محقق على المورد الثالث	٠	٠	١٠٠		
عائد محقق على المورد الرابع	٠	٣٠٠	٠		
مجموع الاستخدامات الأخرى	٥٠٠	١٢٠٠	٢٥٠	١٩٥٠	
مجموع الاستخدامات	١٠٠٠	٣٠٠٠	٥٠٠		٤٥٠٠

٣ ـ الثنائية:

يعتبر مبدأ الثنائية من الخصائص المميزة لنماذج البرمجة الخطية، كما يعتبر من

أهم المبادىء التي يقوم عليها النموذج وأعظمها فائدة. فهو بالإضافة إلى فعاليته في تحليل الحساسية، كما سنتبين فيما بعد، فيعد بحق من الأدوات الهامة في رفع كفاءة طريقة الحل والتغلب على العديد من المشاكل التي قد تواجهنا في هذا الصدد.

وينطلق مبدأ الثنائية من أن كل مشكلة برمجة خطية يمكن أن ينظر إليها من وجهين متضادين ولكنهما متماثلين في النتائج. فمشكلة تقصية الأرباح الناتجة عن إنتاج تشكيلة معينة من المنتجات يمكن أن ينظر إليها على أنها مشكلة تدنية تكاليف الموارد النادرة المتاحة لإنتاج هذه المنتجات. كما أن مشكلة تدنية تكاليف الحصول على مزيج معين من المدخلات يمكن النظر إليها على أنها مشكلة تقصية الخصائص المرغوبة في المزيج في ضوء ميزانية التكاليف المتاحة. ولهذا المنطلق ولا شك أساسه النظري السليم في النظرية الاقتصادية.

ولنفرض توضيحاً لمبدأ الثنائية، أن إحدى الشركات تنتج منتجين س$_{١}$، س$_{٢}$ باستخدام موردين نادرين، وأن نموذج البرمجة الخاص بها كان كالآتي:

تقصية ع = ١٢س$_{١}$ + ١٦س$_{٢}$ (١)

في ظل:

س$_{١}$ + ٤ س$_{٢}$ $\leq$ ١٢٠

٣ س$_{١}$ + ٢ س$_{٢}$ $\leq$ ١٠٨ (٢)

س$_{١}$، س$_{٢}$ صفر (٣)

وإذا استبعدنا س$_{١}$، س$_{٢}$ من (١) و (٢)، نجد أن معاملات دالة الهدف ومعاملات القيود، والثوابت يمكن صياغتها في شكل مصفوفة مجزأة كالآتي:

[ع]	[صفر]		
[أ]	[ب]		

١٢	١٦	صفر	(١)
١	٤	١٢٠	(٢)
٣	٢	١٠٨	

ويمثل الصف [ع] معاملات دالة الهدف، والمصفوفة [أ] معاملات القيود

الموضوعية، والعمود [ب] كميات الموارد المتاحة، والرقم [صفر] قيمة دالة الهدف عند نقطة الصفر. ولصياغة هذه المشكلة في صورتها الثنائية نتبع القواعد التالية:

١ ـ يحل محل كل قيد في الأولى متغير في الثنائي، ويحل محل كل متغير في الأولى قيد في الثنائي. وحيث رمزنا للمتغيرات في الأولى بالرمز [س] = [س$_{١}$ ، س$_{٢}$]فسوف نرمز لمتغيرات الثنائي بالرمز [ص]. وحيث لدينا قيدين في الأولى يكون لدينا متغيرين في الثنائي، أي [ص] = [ص$_{١}$ ، ص$_{٢}$] ـ

٢ ـ نوجد مبدول [ب]، أي نحوله إلى صف ونضعه في مكان [ع] في دالة الهدف في الأولى لنحصل على دالة الهدف في الثنائي. وإذا كانت دالة الهدف في الأولى دالة تقصية (تعظيم) فإن دالة الهدف في الثنائي تكون دالة تدنية، والعكس صحيح. وتكون دالة الهدف في ثنائي المشكلة بعاليه طبقاً لهاتين القاعدتين كالآتي:

تدنية : ت = ١٢٠ ص$_{١}$ + ١٠٨ ص$_{٢}$ (١)

٣ ـ نوجد مبدول [ع] في الأولى، أي نحوله إلى عمود ونضعه في مكان [ب] لنحصل على ثوابت القيود في الثنائي ثم نقوم بعكس إشارات التباين، فإذا كانت تتحول إلى وإذا كانت تتحول إلى .

٤ ـ نوجد مبدول [أ] في الأولى، أي[$\hat{أ}$]، أي نحول كل عمود إلى صف بالترتيب (العمود الأول يصبح الصف الأول مثلاً)، ونضعه مكان [أ] لنحصل على معاملات القيود في الثنائي.

وبتطبيق القاعدتين الثالثة والرابعة تكون القيود الموضوعية لثنائي المشكلة بعاليه كالآتي:

في ظل: ص$_{١}$ + ٣ ص$_{٢}$ ١٢
٤ ص$_{١}$ + ٢ ص$_{٢}$ ١٦ (٢)

وتظهر المصفوفة المجزأة للثنائي في هذه الحالة كالآتي:

$$\begin{bmatrix} [\hat{ب}] & [\hat{صفر}] \\ \hline [\hat{أ}] & [\hat{ع}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١٢٠ & ١٠٨ & صفر \\ \hline ١ & ٣ & ١٢ \\ ٤ & ٢ & ١٦ \end{bmatrix} \begin{matrix} (١) \\ \\ (٢) \\ \end{matrix}$$

وبالطبع يتم حل صيغة الثنائي بطريقة السمبلكس مثلها في ذلك مثل صيغة الأولى مع إتباع القواعد والإجراءات الملائمة لكل، على حسب كونها تقصية أو تدنية. وقبل أن نقارن بين جدولي الحل الأمثل للصيغتين، سوف نضيف المتغيرات العاطلة للأولى والمتغيرات الزائدة والوهمية للثنائي، ونوفق بين المتغيرات ودلالاتها في الصيغتين.

٣ - ١ - دلالة المتغيرات وكيفية التوفيق بينها في الأولى والثنائي:

إذا أضفنا المتغيرات العاطلة لصيغة النموذج الأولى في المشكلة المبسطة بعاليه (تقصية) وأضفنا المتغيرات الزائدة والوهمية لصيغة الثنائي، لأصبحت صيغة كل من النموذجين كالآتي:

الأولى: تقصية ع = ١٢ $س_١$ + ١٦ $س_٢$ + صفر $س_٣$ + صفر $س_٤$

في ظل: $س_١$ + ٤ $س_٢$ + $س_٣$ = ١٢٠

٣ $س_١$ + ٢ $س_٢$ + $س_٤$ = ١٠٨

$س_١$ ، $س_٢$ ، $س_٣$ ، $س_٤$ ≥ صفر.

الثنائي:

تدنيةت= ١٢٠ $ص_١$ + ١٠٨ $ص_٢$ + صفر $ص_٣$ + صفر $ص_٤$ + ك $هـ_١$ + ك $هـ_٢$

في ظل: $ص_١$ + ٣ $ص_٢$ − $ص_٣$ + $هـ_١$ = ١٢

٤ $ص_١$ + ٢ $ص_٢$ − $ص_٤$ + $هـ_٢$ = ١٦

كل (ص)، (هـ) ≥ صفر.

ومن واقع القواعد السابقة نستطيع استنباط العلاقة بين متغيرات الأولى والثنائي كالآتي:

١ ـ حيث كل متغير في الأولى يقابله قيد في الثنائي، فإن المتغير الأول س١ في الأولى يقابله القيد الأول في الثنائي. ولكننا إذا نظرنا إلى القيد الأول في الثنائي لوجدناه يشمل على أربعة متغيرات هي ص١، ص٢، ص٣، هـ١، فهل تعبر هذه المتغيرات كلها عن ما كان يعبر عنه س١ ؟؟، والإجابة بالقطع تكون بالنفي رغم أن حصيلة تفاعل القيد بطرفيه هي التي تؤدي إلى تحقيق قيمة س١. وحيث أن نتائج هذا التفاعل الذي يحدد قيمة س١ عادة ما يلزم أن تنعكس في متغير واحد فقط من القيد (لأن القيد عبارة عن معادلة واحدة في أربعة متغيرات ومن ثم يلزم أن تتخذ منها ثلاثة متغيرات قيماً عشوائية حتى تتحدد قيمة الرابع تلقائياً) فلا بد وأن تكون هناك علاقة تقابل أو تماثل بين س١ ومتغير واحد من هذا القيد الأول. ومن البديهي أن نستبعد المتغير الوهمي هـ١ حيث أن الهدف منه هو المساعدة في بدء خطوات طريقة السمبلكس وليس له وجود حقيقي كما سبق وذكرنا. ويبقى بعد ذلك ص١ و ص٢، ص٣. ولكننا سبق أن ذكرنا أن كل قيد في الأولى يقابله أيضاً متغير في الثنائي. وتطبيقاً لذلك فقد وضعنا ص١ في الثنائي لتعبر عن القيد الأول في الأولى، ووضعنا ص٢ في الثنائي لتعبر عن القيد الثاني في الأولى. وبالقطع لا يجوز أن تعبر نفس المتغيرات في الثنائي عن كل من القيود والمتغيرات في الأولى. يبقى بعد ذلك إذن المتغير ص٣، فهل يعبر هذا المتغير فعلاً عن س١؟ والإجابة هي بالإيجاب. **لأن كل متغير زائد في ثنائي مشكلة تقصية يعبر عن متغير أصلي في أولى المشكلة، وكل متغير عاطل في الأولى لنفس المشكلة يعبر عن متغير أصلي في الثنائي**. ومعنى ذلك أن ص٣ يعبر عن س١، ص٤ يعبر عن س٢ كما أن س٣ يعبّر عن ص١، س٤ يعبر عن ص٢.

٢ ـ إذا كان المتغير العاطل في الأولى يعبر عن متغير أصلي في الثنائي، فإن

ظهور هذا المتغير العاطل في المتغيرات الأساسية في الحل الأمثل للثنائي يعني وجود فائض عاطل من القدر المتاح من هذا المورد، ومن ثم لا يكون للمورد قيمة محتسبة في النموذج. ويترتب على ذلك أن المتغير الأصلي في الثنائي الذي يعبر عنه هذا المتغير العاطل في الأولى لا يكون من المتغيرات الأساسية في الحل الأمثل للثنائي، وأن ظهر فيها تكون قيمته صفرية. أما إذا كان المتغير العاطل في الأولى بين المتغيرات غير الأساسية في الحل الأمثل، فإن المتغير الأصلي المقابل في الثنائي يكون بين المتغيرات الأساسية.

٣ - إذا كان المتغير الزائد في الثائي يعبر عن متغير أصلي في الأولى، فإن ظهور هذا المتغير بين مجموعة المتغيرات الأساسية في الحل الأمثل للثنائي يعني ظهور المتغير الأصلي بين المتغيرات غير الأساسية في الأولى. أما إذا كان المتغير الزائد بين المتغيرات غير الأساسية في الحل الأمثل للثنائي، فإن المتغير الأصلي المقابل له في الأولى يكون بين المتغيرات الأساسية.

٤ - تظهر قيم المتغيرات الأساسية في الأولى في العمود [ب] في الحل الأمثل وتظهر القيم المقابلة لها والخاصة بالمتغيرات الزائدة (أو العاطلة إذا كان الأولى تدنية) في صف المؤشرات في الثنائي. كما أن قيم المتغيرات الأساسية في الثنائي والتي تظهر في العمود [ب] في الحل الأمثل تظهر مقابل المتغيرات العاطلة (أو الزائدة إذا كان الأولى تدنية) في صف المؤشرات في الأولى.

ولتوضيح هذه العلاقات نعرض فيما يلي جدول الحل الأمثل للأولى (تقصية) وللثنائي (تدنية) للمثال بعاليه. (عليك بحل الصيغتين بطريقة السمبلكس التي عرضناها في الفصل السابق والتحقق من النتائج الموضحة في الحل الأمثل).

جدول الحل الأساسي الأمثل
(النموذج الأولي ـ تقصية)

			١٢	١٦	٠	٠	$ع_و$
$ع_و$	$س^*$	ب	$س_١$	$س_٢$	$س_٣$	$س_٤$	النسب
١٦	$س_٢$	$\frac{١٢٦}{٥}$	٠	١	$\frac{٣}{١٠}$	$-\frac{١}{١٠}$	
١٢	$س_١$	$\frac{٩٦}{٥}$	١	٠	$-\frac{١}{٥}$	$\frac{٢}{٥}$	
المؤشرات		$٦٣٣\frac{٣}{٥}$	٠	٠	$-\frac{١٢}{٥}$	$-\frac{١٦}{٥}$	

جدول الحل الأساسي الأمثل
(النموذج الثنائي ـ تدنية)

			١٢٠	١٠٨	٠	٠	ك	ك	$ب_ر$
$ب_ر$	$ص^*$	ع	$ص_١$	$ص_٢$	$ص_٣$	$ص_٤$	$هـ_١$	$هـ_٢$	النسب
١٠٨	$ص_٢$	$\frac{١٦}{٥}$	٠	١	$-\frac{٢}{٥}$	$\frac{١}{١٠}$	$\frac{٢}{٥}$	$-\frac{١}{١٠}$	
١٢٠	$ص_١$	$\frac{١٢}{٥}$	١	٠	$\frac{١}{٥}$	$-\frac{٣}{١٠}$	$-\frac{١}{٥}$	$\frac{٣}{١٠}$	
المؤشرات		$٦٣٣\frac{٣}{٥}$	٠	٠	$\frac{٩٦}{٥}$	$\frac{١٢٦}{٥}$	$(ك - \frac{٩٦}{٥})$	$(ك - \frac{١٢٦}{٥})$	

وبالتدقيق في الجدولين نجد الآتي:

١ - $س_١$ ، $س_٢$ متغيرات أساسية في الأولى، ويعبر عنهما $ص_٣$ ، $ص_٤$ في الثنائي كمتغيرات غير أساسية وقيمة $س_١ = \frac{٩٦}{٥}$ في العمود (ب) في الأولى، وقيمة

$ص_٣ = \frac{٩٦}{٥}$ في العمود الثالث من صف المؤشرات في الثنائي. وأكثر من ذلك نجد أن صف معاملات احلال $س_١$ مع $س_٣$ ، $س_٤$ في الأولى يماثل عمود احلال $ص_٣$ محل $ص_١$ و $ص_٢$ في الثنائي مع انعكاس الإشارات. كما أن قيمة $س_٢ = \frac{١٢٦}{٥}$ في الأولى تعادل قيمة $ص_٤ = \frac{١٢٦}{٥}$ في الثنائي. وكذلك التماثل في معاملات الاحلال.

٢ - $س_٣$ ، $س_٤$ متغيرات غير أساسية في الأولى، أي أنها تساوي صفر، وحيث أنها تعبر عن موارد عاطلة فهي تعني استغلال الموارد التي تعبر عن طاقتها العاطلة استغلالاً كاملاً وقد ترتب على هذه الندوة أن أصبح سعر الظل المحتسب للوحدة من المورد الأول مساوياً $\frac{١٢}{٥}$ كما يظهر في صف المؤشرات تحت $س_٣$ ، وللوحدة من المورد الثاني $\frac{١٦}{٥}$ كما يظهر تحت $س_٤$. وبالعكس نجد $ص_١$ ، $ص_٢$ متغيرات أساسية في الثنائي، وقيمتها هي $\frac{١٢}{٥}$، $\frac{١٦}{٥}$ في العمود (ع) على التوالي. والواقع أن $ص_١$ هي سعر الظل المحتسب للوحدة من المورد الأول، كما أن $ص_٢$ هي سعر الظل المحتسب للوحدة من المورد الثاني. كما نجد أيضاً أن صف معاملات احلال $ص_١$ مع $ص_٣$ و $ص_٤$ يماثل عمود احلال $س_٣$ محل $س_١$ و $س_٢$ مع انعكاس الإشارات.

٣ - قيمة دالة الهدف في الأولى = $\frac{٣}{٥}$ ٦٣٣ = أقصى حصيلة للأرباح المباشرة = قيمة دالة الهدف في الثنائي = أدنى تكلفة محتسبة للموارد النادرة.

٤ - يمكن استقراء نتائج الثنائي من الحل الأمثل للأولى كما يمكن استقراء نتائج الأولى من الحل الأمثل للثنائي متى تم تحدبد المتغيرات المتقابلة في النموذجين تحديدا صحيحا.

٣ - ٢ - القواعد العامة للمقابلة بين الصيغتين:

لعله من الواضح مما تقدم أن صيغة الثنائي هي المبدول لصيغة الأولى بصفة عامة. ويوضح الجدول التالي القواعد العامة لتحديد الصيغة الثنائية المناسبة لمقابلة صيغة الأولى في ظل الاحتمالات المختلفة.

قواعد المقابلة بين الأولي والثنائي

الموضوع	صيغة الأولي	صيغة الثنائي	ملاحظات
١ ـ دالة الهدف:			
١ ـ ١ ـ المطلوب	تقصية	تدنية	العكس صحيح
١ ـ ٢ ـ المعاملات	$ع_{و}$	$ب_{ر}$	العكس صحيح
١ ـ ٣ ـ المتغيرات	$س_{و}$	$ص_{ر}$	العكس صحيح
٢ ـ القيود الموضوعيه:			
٢ ـ ١ ـ العلاقة	(تقصية)	(تدنية)	العكس صحيح
	=	المتغير المقابل غير محدد الاشارة في القيود التلقائية	العكس صحيح
٢ ـ ٢ ـ المعاملات	($أ_{رو}$)	($أ_{ور}$)	العكس صحيح
٢ ـ ٣ ـ الثوابت	($ب_{ر}$)	($ع_{و}$)	العكس صحيح
٣ ـ القيود التلقائية:	المتغير المعين غير محدد الإشارة	القيد المقابل =	العكس صحيح

وبالاضافة إلى ما هو وارد في الجدول، فإنه كثيراً ما يعترضنا عدد من المشاكل بصدد ايجاد الصيغة المناسبة للنموذج بصفة عامة. وسوف نقتصر هنا على عرض كيفية التغلب على ثلاث من هذه المشاكل. وتقوم المشكلة الأولى في حالة عدم تناسق دالة الهدف مع علاقات القيود، ففي النموذج النمطي للبرمجة، عندما تكون دالة الهدف دالة تقصية تكون علاقات القيود المناسبة لها علاقات تباين سالبة (أي أقل من أو تساوي $\leqslant$). وبالعكس إذا كانت دالة الهدف تدنية فتكون علاقات القيود المناسبة لها علاقات تباين موجبة (أي أكبر من أو تساوي) ولنفرض مثلاً المشكلة التالية:

$$\text{تقصية ع} = 12\,\text{س}_1 - 5\,\text{س}_2 + 8\,\text{س}_3 \qquad (1)$$

في ظل:

$$\left.\begin{array}{rrrl} \text{س}_1 & + \text{س}_2 & - 2\,\text{س}_3 & 32 \\ -\text{س}_1 & + 3\,\text{س}_2 & + \text{س}_3 & 24 \\ 2\,\text{س}_1 & + 2\,\text{س}_2 & - 5\,\text{س}_3 & 12 \end{array}\right\} \qquad (2)$$

ونجد في هذه المشكلة أن تعظيم الهدف لا يتفق مع علاقات التباين الموجبة في القيود ويتم التخلص منها بضرب دالة الهدف في (−١) لتتحول إلى دالة تدنية تتسق مع علاقات القيود. وتصبح دالة الهدف كالآتي:

$$\text{تدنية ع}' = -12\,\text{س}_1 + 5\,\text{س}_2 - 8\,\text{س}_3 \qquad (1)$$

وهي متسقة مع علاقات القيود.

أما المشكلة الثانية فتعترضنا عندما تمتزج علاقات القيود في المشكلة الواحدة، كأن تتواجد علاقات تباين موجبة وسالبة في نفس الوقت. ولنفرض توضيحاً لذلك المشكلة الآتية:

$$\text{تقصية ع} = 18\,\text{س}_1 + 15\,\text{س}_2 \qquad (1)$$

في ظل:

٢ س$_{1}$ + ٤ س$_{2}$ ≥ ١٢٠ (١٠٢)

٤ س$_{1}$ − ٢ س$_{2}$ ≤ ١٨ (٢٠٢) (٢)

س$_{1}$ + س$_{2}$ ≥ ٣٧ (٣٠٢)

س$_{1}$ ، س$_{2}$ ≤ صفر (٣)

ومن الواضح أن إشارة تباين القيد الثاني في (٢) موجبة ولا تتسق مع باقي القيود ومع دالة الهدف. ويمكن التخلص من هذه المشكلة في النموذج الأولي بضرب هذا القيد في (−١) ليصبح كالآتي:

−٤ س$_{1}$ + ٢ س$_{2}$ ≥ −١٨ (٢٠٢)َ

ويترتب على ذلك أن المتغير العاطل الخاص بهذا القيد، والذي يظهر في الحل الأساسي الأول يتخذ قيمة سالبة، خارجاً بذلك على شرط عدم السالبية. ويمكن التغلب على ذلك بعدد من الطرق منها: (١) التخلص من السالبية عن طريق عمليات الصفوف في طريقة الاستبعاد الكامل قبل إعداد جدول الحل الأساسي الأول، (٢) صياغة الثنائي إذا كانت دالة الهدف في الأولى لا تحتوي على معاملات سالبة وحل الثنائي بدلاً من الأولى.

ولتوضيح الطريقة الأولى افترض أننا رغبنا في التخلص من س$_{1}$ في القيد (٢٠٢)َ باستخدام القيد (٣٠٢). ويتم ذلك بضرب (٣٠٢) في ٤ وإضافته جبريا إلى (٢٠٢)َ كالآتي:

٤ س$_{1}$ + ٤ س$_{2}$ ≥ ١٤٨ (٣٠٢) × ٤

−٤ س$_{1}$ + ٢ س$_{2}$ ≥ −١٨ (٢٠٢)َ

٦ س$_{2}$ ≥ ١٣٠ المجموع = (٢٠٢)َ

أما طبقا للطريقة الثانية فتظهر الصيغة الثنائية كالآتي:

تدنيـة ت = ٠ ١٢٠ص$_{١}$ – ١٨ص$_{٢}$ + ٣٧ص$_{٣}$

في ظل: ٢ص$_{١}$ – ٤ص$_{٢}$ + ص$_{٣}$ ≥ ١٨

٤ص$_{١}$ ، ص$_{٢}$ ، ص$_{٣}$ ≥ صفر

ص$_{١}$ ، ص$_{٢}$ ، ص$_{٣}$ ≥ صفر

كما يمكن في الواقع الابقاء على (٢٠٢) دون تعديل اتجاه اشارة التباين على أن يبدأ الحل الأساسي الأول بمتغير وهمي في هذا القيد. (عليك بصياغة المشكلة بهذه الطريقة وحلها وتوضيح دلالة المتغيرات في جدول الحل الأمثل).

تظهر المشكلة الثالثة عندما تكون علاقة أحد القيود أو بعضها علاقة تساوي. ويترتب على ذلك بالطبع أن المتغير المقابل لهذا القيد (أو المتغيرات المقابلة لهذه القيود) في الثنائي يكون غير محدد الإشارة، ونفرض مثلاً:

تقصية ع = ١٢س$_{١}$ + ٩س$_{٢}$ (١)

في ظل: ٢س$_{١}$ + ٣س$_{٢}$ = ١٣٨ (١٠٢)

س$_{١}$ ≤ ١٦ (٢٠٢)

س$_{٢}$ ≤ ٢٨ (٣٠٢)

س$_{١}$ ، س$_{٢}$ ≥ صفر

ويكون ثنائي هذه المشكلة كالآتي:

تدنية ت: ١٣٨ص$_{١}$ + ٣٦ص$_{٢}$ + ٢٨ص$_{٣}$ (١)

في ظل: ٢ص$_{١}$ + ص$_{٢}$ ≥ ١٢ (٢)

٣ص$_{١}$ + ص$_{٣}$ ≥ ٩

ص$_{١}$ غير محدد الاشارة

ص$_{٢}$ ، ص$_{٣}$ ≥ صفر (٣)

ويلاحظ أن ص$_{١}$ في الثنائي، والذي يقابل القيد (١٠٢) في الأولى غير محدد

الإشارة لقيام علاقة التساوي في هذا القيد . ويتم التخلص من هذه المشكلة بتحويل علاقة التساوي إلى علاقتي تباين متضادتين في الاتجاه. فالقيد (١٠٢) يعادل تماماً القيدين:

$$\left.\begin{array}{l} ٢س_{١} + ٣س_{٢} \leq ١٣٨ \\ ٢س_{١} + ٣س_{٢} \geq ١٣٨ \end{array}\right\} \begin{array}{l} (١٠١٠٢) \\ (٢٠١٠٢) \end{array}$$

ثم يتم تحويل إشارة التباين في (٢٠١٠٢) بضربها في (−١) كما سبق أن ذكرنا.

ويصبح الثنائي في هذه الحالة كالآتي:

$$\text{تدنية ت} = ١٣٨ص_{١} - ١٣٨ص_{٢} + ٣٦ص_{٣} + ٢٨ص_{٤} \quad (١)$$

$$\text{في ظل:} \quad \left.\begin{array}{l} ٢ص_{١} - ٢ص_{٢} + ص_{٣} \geq ١٢ \\ ٣ص_{١} - ٣ص_{٢} + ص_{٤} \geq ٩ \end{array}\right\} \quad (٢)$$

$$ص_{١} ، ص_{٢} ، ص_{٣} ، ص_{٤} \geq \text{صفر} \quad (٣)$$

وبذلك نتخلص من مشكلة وجود متغير غير محدد الإشارة في النموذج.

٣ - ٣ - الثنائية والإمكانية والمثالية:

سبق أن ذكرنا أن مبدأ الثنائية يعد من أهم المبادىء التي تقوم عليها البرمجة الخطية. وينص المبدأ على أن:

(أ) إذا كان لكل من النموذج الأولي والنموذج الثنائي حلاً ممكناً، فيكون لكل من النموذجين حلاً أمثلا. فإذا كان الحل الأمثل للأول هو $(س^{*}_{و}) = (س^{*}_{١} ، س^{*}_{٢} ، \ldots ، س^{*}_{ن})$، فإن الحل الأمثل للثنائي يكون $(ص^{*}_{ر}) = (ص^{*}_{١} ، \ldots ، ص^{*}_{م})$، ويكون:

$$\sum_{و=١}^{ن} ع_{و} س^{*}_{و} = \sum_{ر=١}^{م} ب_{ر} ص^{*}_{ر} .$$

ب ـ إذا كان لأي من النموذج الأولي أو النموذج الثنائي حلاً مثالياً ممكناً ينطوي على قيمة محددة لدالة الهدف، فإن النموذج الآخر يكون له حلاً ممكناً ينطـوي على نفس القيمة لدالة الهدف، وتكون هذه القيمة هي القيمة المثالية.

ولتوضيح هذا المبدأ دعنا نميز بين الإمكانية والمثالية. فالإمكانية ترتبط بالقيود الخاصة بالنموذج وتتحدد من واقع العلاقات القائمة بينها. ويكون أي من الحلول ممكناً إذا كان مستوفياً لكل الشروط الواردة في قيود المشكلة، ولنفرض توضيحاً؛ لذلك المثال المبسط التالي:

النموذج الأولي:	النموذج الثنائي:
تقصية ع = ٦ $س_{١}$ + ٤ $س_{٢}$ (١)	تدنية ت = ١٦ $ص_{١}$ + ٢٤ $ص_{٢}$ (١)
في ظل ٢ $س_{١}$ + $س_{٢}$ ≤ ١٦ (١٠٢)	٢ $ص_{١}$ + $ص_{٢}$ ≥ ٦ (١٠٢)
$س_{١}$ + ٣ $س_{٢}$ ≤ ٢٤ (٢٠٢)	$ص_{١}$ + ٣ $ص_{٢}$ ≥ ٤ (٢٠٢)
$س_{١}$ ، $س_{٢}$ ≤ صفر (٣)	$ص_{١}$ ، $ص$ ≥ صفر (٣)

فالحلول الركنية الثلاثة للنموذج الأولي (بخلاف نقطة الصفر) هي:

١ ـ $س_{١}$ = ٨	٢ ـ $س_{١}$ = صفر	٣ ـ $س_{١}$ = ٤ $\frac{٤}{٥}$
$س_{٢}$ = صفر	$س_{٢}$ = ٨	$س_{٢}$ = ٦ $\frac{٤}{٥}$

والحل الأول ممكن حيث يتحقق القيد الأول بالتساوي ويتحقق القيد الثاني بالتباين. أي أن القيد الأول في هذا الحل يصبح متساوية حيث تستنفد طاقة المورد الأول بالكامل ولا أكثر، أما القيد الثاني فيظل متباينة حيث ما يستنفد من المورد الثاني يبلغ ٨ وحدات والمتاح ٢٤، وبديهي أن ٨ < ٢٤. كما أن الحل الثاني ممكن حيث يتحقق القيد الثاني بالتساوي، ويتحقق القيد الأول بالتباين. والحل الثالث ممكن حيث يتحقق القيدان كمتساويتان. وفي كل من الحلول الثلاثة نجد أن كل من $س_{١}$ ، $س_{٢}$ صفر. ولذلك فكل من الحلول الثلاثة يعتبر حلاً ممكناً

للنموذج الأولي.

أما الحلول الركنية الثلاثة للنموذج الثنائي (بخلاف ما لا نهاية) فهي (ضع المشكلة على رسم بياني للتعرف على الحلول الركنية):

١ - $ص_1 = ٤$ ، $ص_2 =$ صفر (٢٠٢)

القيد ٢ - $ص_1 =$ صفر ، $ص_2 = ٦$ (١٠٢)

القيد ٣ - $ص_1 = \frac{١٤}{٥}$ ، $ص_2 = \frac{٢}{٥}$ القيدان معاً

ويلاحظ أن الحل الركني الأول في الثنائي ممكن في القيد الثنائي بالتساوي وممكن في القيد الأول بالتباين حيث: ٢ (٤) + ١ (صفر) = ٨ ، ٦. كما أن الحل الركني الثاني ممكن في القيد الأول بالتساوي وممكن في القيد الثاني بالتباين حيث القيد الثاني:

١ (صفر) + ٣ (٦) = ١٨ ، ٤.

أما الحل الركني الثالث فهو ممكن في كل من القيدين بالتساوي حيث:

القيد الأول: $٢(\frac{١٤}{٥}) + ١(\frac{٢}{٥}) = ٦ = ٦$ (١٠٢)

القيد الثاني: $١(\frac{١٤}{٥}) + ٣(\frac{٢}{٥}) = ٤ = ٤$ (٢٠٢)

وحيث تتحدد الإمكانية من واقع علاقات القيود في كل نموذج، فإن المثالية تتحدد بدالة الهدف، حيث من واقع دالة الهدف يتم المفاضلة بين كل الحلول الممكنة لتحديد أفضلها تحقيقاً للهدف. ولا شك في ضرورة كون الحل الأمثل أحد الحلول الممكنة، غير أنه يتميز عن باقي الحلول في أنه يحقق الهدف المرغوب على أفضل صورة ممكنة، ولذلك يسمى حلاً أمثلاً. وكقاعدة عامة فلن يوجد لأية مشكلة حلاً مثالياً ما لم يتواجد لها أولاً حلا واحداً ممكناً على الأقل. فإذا لم يتواجد للمشكلة حلاً ممكناً فليس لها حل على الاطلاق.

ولتوضيح دور دالة الهدف في اختيار الحل الأمثل من بين الحلول الممكنة

وتوضيح مغزى نص مبدأ الثنائية تقوم بحساب قيمة دالة الهدف لكل الحلول الممكنة لكل من النموذجين، حيث:

للنموذج الأولي:		للنموذج الثنائي:	
الحل	**قيمة ع**	**الحل**	**قيمة ت**
١ - (س$_{١}$ = ٨ ، س$_{٢}$ = صفر)	٤٨	١ - (ص$_{١}$ = ٤ ، ص$_{٢}$ = صفر)	٦٤
٢ - (س$_{١}$ = صفر، س$_{٢}$ = ٨)	٣٢	٢ - (ص$_{١}$ = صفر، ص$_{٢}$ = ٦)	١٤٤
٣ - (س$_{١}$ = $\frac{٢٤}{٥}$ ، س$_{٢}$ = $\frac{٣٢}{٥}$)	٥٤ $\frac{٢}{٥}$*	٣ - (ص$_{١}$ = $\frac{١٤}{٥}$ ، ص$_{٢}$ = $\frac{٢}{٥}$)	٥٤ $\frac{٢}{٥}$*

ولما كانت دالة الهدف في النموذج الأولي تتطلب تقصية (ع)، فإن أقصى قيمة تتحقق لها في الحل الركني الممكن الثالث. أما دالة الهدف في النموذج الثنائي فتتطلب تدنية (ت) ويتحقق لها أدنى قيمة في الحل الركني الممكن الثالث. لاحظ أن النموذجين يتفقان معاً في تحقيق نفس القيمة لدالة الهدف فقط عند الحل الممكن المثالي. كما أنهما للوصول إلى هذا الحل يتجهان وجهتين متضادتين، فقيمة دالة الهدف في التقصية تتجه إلى القيمة الأعلى بينما دالة الهدف في التدنية تتجه نحو القيمة الأدنى، ويتحقق الحل الأمثل عندما تتساوى القيمتان.

وإذا رجعنا للنص (أ) من مبدأ الثنائية، لوجدنا أنه يتطلب وجود حل ممكن للنموذج الأولي ووجود حل ممكن للنموذج الثنائي ليتحقق الحل الأمثل لكل من النموذجين. وحيث أن الإمكانية تتحدد من واقع علاقات القيود، وحيث أن قيود الثنائي تعبر عن الهدف في الأولي والعكس، فهذا يعني أن وجود حل ممكن في الأولي يحقق علاقات القيود في الأولي ودالة الهدف في الثنائي، كما أن وجود حل ممكن في الثنائي يحقق علاقات القيود في الثنائي، ودالة الهدف في الأولي، وما دامت علاقات القيود ودالة الهدف قابلة للتحقق فلا بد وأن يتواجد للمشكلة

حلاً أمثلاً من بين الحلول الممكنة. ومن الطبيعي أن يلزم تساوي قيمة دالة الهدف في النموذجين لتتحقق المثالية.

أما النص (ب) فهو يعني أن وجود حل أمثل محدد لأحد النموذجين يؤدي بالتبعية إلى وجود حل أمثل معادل للنموذج الآخر. وتبرز أهمية هذا المبدأ في أنه يصبح من غير الضروري حل كل من النموذجين للتوصل إلى نتائج كل منهما، بل يكفي حل أحدهما للتعرف على نتائج الآخر، ما دام الحل الممكن لهذا النموذج هو الحل الأمثل، ويتضمن قيمة محددة لدالة الهدف.

٣ ـ ٤ ـ الثنائية والقيمة الاقتصادية للموارد النادرة:

إذا كان النموذج الأولي يهدف إلى تقصية حصيلة الأرباح المباشرة، وكانت القيود الموضوعية تعبر عن هيكل الندرة النسبية للموارد المتاحة لإنتاج تشكيلة المنتجات المرغوبة، فعادة ما يطلق على متغيرات النموذج الثنائي المقابل اصطلاح «أسعار ظل الموارد النادرة». وتعتبر أسعار الظل من وجهة النظر الاقتصادية بمثابة مؤشرات عن القيمة الاقتصادية للوحدة من كل من الموارد النادرة. إلاَّ أننا نود أن نوضح هنا أن أسعار الظل التي تنتج من نموذج البرمجة الخطية هي أسعار محتسبة في ضوء هيكل الندرة النسبية المفروضة، على المشكلة، ولا تعكس هيكل الندرة النسبية العامة لهذه الموارد. فهي مشتقة من الربحية المباشرة لتشكيلة المنتجات المرغوب انتاجها، في ظل هيكل الندرة النسبية للموارد المتاحة للوحدة الاقتصادية، والتي تكون ثابتة المقدار أو القدرة في الفترة القصيرة. وعادة ما لا يتفق هيكل الندرة النسبية للموارد المتاحة للوحدة الاقتصادية داخلياً مع هيكل الندرة النسبية لهذه الموارد في السوق بصفة عامة. والواقع أنه يمكن أن يوجد لمورد معين لدى الوحدة الاقتصادية سعر ظل محتسب موجب، ويكون لهذا المورد في السوق سعر يقل عن سعر الظل كثيراً، بينما لا يمكن للوحدة الحصول عليه بهذا السعر (الطاقة الكهربائية التي قد تضطر الوحدة لتوليدها داخلياً لعدم وصول

خطوط الطاقة إليها بالمقارنة بسعر وحدة الطاقة الكهربائية في السوق). كما أن اختلاف تشكيلة المنتجات المرغوب إنتاجها بنفس الموارد من وحدة اقتصادية إلى أخرى، وكذلك اختلاف الربحية المباشرة على هذه المنتجات، يؤدي إلى اختلاف أسعار الظل المحتسبة لنفس الموارد بين الوحدات الاقتصادية المختلفة.

ولا يعني ما تقدم عدم أهمية أسعار الظل المحتسبة كنتاج البرمجة الخطية. **فأهميتها لا شك فيها من حيث أنها توضح لإدارة الوحدة الاقتصادية الحد الأقصى** للتكلفة البديلة التي يمكن للإدارة أن تضحي بها في سبيل الحصول على وحدة إضافية من الموارد النادرة، في ظل هيكل الندرة القائم وتشكيلة المنتجات المرغوبة. وقد سبق أن أوضحنا ذلك بصدد تفسير بيانات صف المؤشرات في الحل الأمثل لمشكلة تقصية أرباح ومشكلة تدنية تكاليف. ويزداد ذلك وضوحاً من التفريعة التالية.

٣ - ٤ - ١ - التكلفة البديلة والربحية المباشرة لوحدة الموارد النادرة في مراكز الاختناق:

عندما يتم إنتاج مجموعة من المنتجات بمجموعة من الموارد النادرة، فإن كل منتج من المنتجات يكون له ربحية مباشرة تختلف في العادة عن ربحية المنتجات الأخرى، كما يكون له احتياجات من كل مورد تختلف عن احتياجات المنتجات الأخرى. ذلك لأنه لو اتحدت الربحية المباشرة على كل المنتجات، وتساوت احتياجاتها من كل الموارد لاعتبرت كلها بمثابة بدائل كاملة، أو كأنها منتج واحد مختلف التسميات.

ولنفرض مثلاً أن لدينا منتجين $س_١$ ، $س_٢$ متساويان في الربحية المباشرة على الوحدة، ولتكن ٤ جنيه للوحدة من كل. ويتم إنتاج المنتجين بموردين، حيث تحتاج الوحدة من كل من المنتجين إلى ساعتين من طاقة المورد الأول، و ساعة واحدة من طاقة المورد الثاني. ولنفترض أن طاقة المورد الأول ١٥٠ ساعة وطاقة

الثاني ١٠٠ ساعة. فنجد طبقاً لذلك أن العلاقات بين المنتجين والموردين تكون كالآتي:

	المنتجات	$س_١$	$س_٢$	المتاح من المورد
الموارد	$م^١$	٢	٢	١٥٠
	$م^٢$	١	١	١٠٠
الربحية المباشرة لوحدة المنتج		٤	٤	•

وإذا نظرنا للمورد الأول $م^١$ لوجدنا أنه يمكن من إنتاج ٧٥ وحدة من $س_١$ أو ٧٥ وحدة من $س_٢$ أو أي مزيج بينهما بنسبة ١:١، حيث احتياجات كل منهما مساوية لاحتياجات الآخر. بينما يمكن بالمورد الثاني $م^٢$ إنتاج ١٠٠ وحدة من $س_١$ أو ١٠٠ وحدة من $س_٢$ أو أي مزيج منها بنسبة ١:١ لتساوي احتياجاتها أيضاً. وبذلك يكون **الحد الأقصى** لانتاج أي منهما، أو المزيج، مساوياً ٧٥ وحدة، مساوياً طاقة المورد الأول. وحيث أن الربحية المباشرة لكل من المنتجين متساوية، فإن إنتاج $س_١$ أو $س_٢$ أو كلاهما بطاقة المورد الأول سوف يؤدي إلى تحقيق نفس الحصيلة من الأرباح المباشرة. وحيث أن طاقة المورد الأول هي المحدد للحد الأقصى للوحدات الممكن إنتاجها من $س_١$، فيطلق على هذا المورد **مركز اختناق** المنتج $س_١$ وهو أيضاً مركز اختناق المنتج $س_٢$ في المثال الجاري. وإذا اشتركت كل المنتجات في مركز اختناق واحد، فإن باقي الموارد يظل بها طاقة عاطلة، أو تسمى باقي القيود قيود زائدة أو **غير فعالة**. فالقيد الفعال في مثالنا الجاري هو قيد المورد الأول في كلا المنتجين، بينما قيد المورد الثاني غير فعال في أي من المنتجين. وحيث اشتركت كل المنتجات في نفس مركز الاختناق وتساوت احتياجاتها منه وتساوت الربحية المباشرة على كل منها، فإنه يستوي

إنتاج أي منها أو أي مزيج منها من حيث حصيلة الربحية المباشرة. ولا مجال للتفضيل بينهما بهذا المعيار.

ولنقم الآن بقسمة الربحية المباشرة لوحدة كل من المنتجين على معاملات الاستخدام من كل من الموردين لنحصل على ما يسمى **بالربحية المباشرة لوحدات الطاقة من الموارد المتاحة**. ويعد هذا المعيار مفيداً في المفاضلة بين المنتجات في بعض الحالات لاختيار تشكيلة الانتاج المفضلة.

وبإجراء ذلك لمثالنا الجاري نجد أن:

$$\left[\text{ط}_{\text{ر}}\right] = \begin{bmatrix} \text{مصفوفة الربحية} \\ \text{المباشرة لوحدات} \\ \text{الطاقة} \end{bmatrix} = \frac{[\text{ع}_{\text{و}}]}{[\text{أ}]} = \begin{bmatrix} \frac{٤}{٢} & \frac{٤}{٢} \\ \frac{٤}{١} & \frac{٤}{١} \end{bmatrix} = \overset{\text{س}_٢ \quad \text{س}_١}{\begin{bmatrix} \textcircled{٢} & \textcircled{٢} \\ ٤ & ٤ \end{bmatrix}} \begin{matrix} \text{م}^١ \\ \text{م}^٢ \end{matrix}$$

ويلاحظ أن ربحية وحدات الطاقة في كل من الموردين متساوية في كل من المنتجين. وحيث م^{٢} زائد عن الحاجة بصرف النظر عن التشكيلة الانتاجية الممكنة فإن م^{١} هو مركز الاختناق المشترك بين المنتجين، ويستوي فيه إنتاج أي المنتجين. (الدائرة تدل على موقع مركز اختناق كل منتج).

ولنفرض حالة ثانية كالأولى بعاليه فيما عدا أن الوحدة من س$_{٢}$ تحتاج ٣ وحدات من م^{١} بدلاً من وحدتين. فتكون:

$$\left[\text{ط}_{\text{ر}}\right] = \begin{bmatrix} \frac{٤}{٣} & \frac{٤}{٢} \\ \frac{٤}{١} & \frac{٤}{١} \end{bmatrix} = \overset{\text{س}_٢ \quad \text{س}_١}{\begin{bmatrix} ١\frac{١}{٣} & \textcircled{٢} \\ ٤ & ٤ \end{bmatrix}} \begin{matrix} \text{م}^١ \\ \text{م}^٢ \end{matrix}$$

ولعله من الواضح في هذه الحالة أن التخصص في إنتاج س$_{١}$ يصبح السياسة

المفضلة. ذلك لأن الربحية المباشرة على وحدة الطاقة في مركز الاختناق المشترك أفضل في $س_{١}$ عنها في $س_{٢}$. والواقع أن التخصص في $س_{١}$ يؤدي إلى حصيلة أرباح مباشرة قدرها ٣٠٠ جنيه (٧٥ وحدة من $س_{١}$ × ٤ جنيه، أو ١٥٠ ساعة في المورد الأول × ٢ جنيه) بينما التخصص في $س_{٢}$ يحقق ٢٠٠ جنيه (٥٠ وحدة $س_{٢}$ × ٤ جنيه، أو ١٥٠ ساعة في $م^{١}$ × $\frac{٤}{٣}$ جنيه). ويلاحظ أن إنتاج وحدة واحدة من $س_{٢}$ يؤدي إلى ضرورة تخفيض إنتاج $س_{١}$ بمقدار $\frac{١}{٢}$ ١ وحدة بما يؤدي إلى خفض حصيلة الأرباح المباشرة بمقدار ٢ جنيه. كما يلاحظ أيضاً أن تخصيص ساعة واحدة من $م^{١}$ لإنتاج $س_{٢}$ بدلاً من $س_{١}$ يؤدي إلى إنتاج $\frac{١}{٣}$ وحدة من $س_{٢}$ مقابل خفض إنتاج $س_{١}$ بنصف وحدة، ومن ثم خفض حصيلة الأرباح المباشرة بمقدار $\frac{٢}{٣}$ جنيه. فالتخصص في $س_{١}$ هو إذن السياسة المفضلة في ظل هذه الظروف.

ولنفترض كحالة ثالثة أن الربحية المباشرة على $س_{١}$ ، $س_{٢}$ ما زالت متساوية، وأن الطاقة المتاحة من كل من الموردين ما زالت ١٥٠، ١٠٠ على التوالي، بينما استخدامات المنتجات من الموارد [أ] كانت كالآتي:

النسب

$$
\begin{array}{c|c|c}
س_{٢} & س_{١} & ب \\
٧٥ & ١٥٠ & ١٥٠ \\
١٠٠ & ٢٥ & ١٠٠
\end{array}
\qquad = \qquad
\begin{bmatrix} ٢ & ١ \\ ١ & ٤ \end{bmatrix}
\qquad = [\,أ\,]
$$

وبالتالي تكون [$ط_{ر}$] كالآتي:

$$
\begin{array}{c}
م^{١} \\ \\ م^{٢}
\end{array}
\begin{bmatrix} \textcircled{٢} & ٤ \\ ٤ & \textcircled{١} \end{bmatrix}^{\;س_{٢}\quad س_{١}}
\qquad = \qquad
\begin{bmatrix} \frac{٤}{٢} & \frac{٤}{١} \\ \frac{٤}{١} & \frac{٤}{٤} \end{bmatrix}
\qquad = [\,ط_{ر}\,]
$$

ويلاحظ أولاً في هذه الحالة أن مركز اختناق $س_٢$ ما زال $م^١$ بينما أصبح مركز اختناق $س_١$ هو $م^٢$. فما زال الحد الأقصى لعدد وحدات $س_٢$ = ٧٥ وحدة كما تتحدد بالمورد $م^١$ بينما انخفض الحد الأقصى لعدد وحدات $س_١$ إلى ٢٥ وحدة بطاقة المورد $م^٢$. وقد أصبح القيد الأول فعالاً بالنسبة للمنتج $س_٢$، كما أصبح القيد الثاني فعالاً في $س_١$. وقد يبدو لأول وهلة أن التخصص في $س_٢$ يصبح هو السياسة المفضلة حيث ربحية $م^١$ في إنتاج $س_٢$ تبلغ ضعف ربحية $م^٢$ في إنتاج $س_١$، مع تساوي $س_١$ و $س_٢$ في الربحية. غير أن ذلك لا يرد صحيحاً في هذه الحالة. فالربحية المباشرة على وحدات الطاقة في مراكز الاختناق تكون مؤشراً مفيدا إذا ما اشتركت كل المنتجات في مركز اختناق واحد. أما إذا اختلفت مراكز الاختناق بين المنتجات فيصبح من الضروري البحث عن معيار آخر لتحديد تشكيلة الإنتاج المفضلة حيث لا تكفي الربحية المباشرة لوحدات الطاقة في مراكز الاختناق كمؤشر لاختيار تلك التشكيلة. ويتبين ذلك جلياً من تفحص الحلول الركنية الثلاثة لهذه الحالة وقيمة دالة الهدف في كل، حيث تكون كالآتي:

الحل	تشكيلة الإنتاج	قيمة دالة الهدف
١ - التخصص في $س_١$	$س_١$ = ٢٥، $س_٢$ = صفر	١٠٠ جنيه
٢ - التخصص في $س_٢$	$س_١$ = صفر، $س_٢$ = ٧٥	٣٠٠ جنيه
٣ - عدم التخصص	$س_١ = \frac{٥٠}{٧}$ ، $س_٢ = \frac{٥٠٠}{٧}$	$٣١٤ \frac{٢}{٧}$ جنيه

ويتضح من تفحص هذه الحلول الركنية أن الحل الثالث هو الأمثل. ولا يمكن أن يتحدد ذلك عن طريق الربحية المباشرة للمنتجين وحدها ولا عن طريق الربحية المباشرة على وحدات الطاقة في مراكز الاختناق وحدها، بل يقتضي الأمر تفحص كل الحلول الممكنة والمفاضلة بينها بتقييم دالة الهدف لكل. وتنطوي دالة الهدف على الربحية المباشرة للمنتجات كمعاملات وعلى التشكيلة الإنتاجية

موضوع التقييم، كنتاج تفاعل علاقات الموارد بالمنتجات في ظل الكميات المتاحة من كل مورد، كمتغيرات.

ومن تفاعل هذه العلاقات الأخيرة والربحية المباشرة على تشكيلة الإنتاج المثالية تنتج أسعار الظل المحتسبة على وحدة الطاقة من الموارد النادرة. وتكون هذه الأسعار في الحل الركني الثالث الأمثل لثنائي النموذج بعاليه (جبرياً أو بطريقة السمبلكس لأي من الأولي أو الثنائي) كالآتي:

جنيه

- للوحدة من المورد الأول $ص_{١}$ = $\frac{١٢}{٧}$ ، وقيمة $م^{١}$ = $\frac{١٢}{٧}$ × ١٥٠ = $٢٥٧\frac{١}{٧}$
- للوحدة من المورد الثاني $ص_{٢}$ = $\frac{٤}{٧}$ ، وقيمة $م^{٢}$ = $\frac{٤}{٧}$ × ١٠٠ = $٥٧\frac{١}{٧}$
- وقيمة دالة الهدف = القيمة المحتسبة للموارد = $٣١٤\frac{٢}{٧}$

وتمثل أسعار الظل المحتسبة التكلفة البديلة لأستغلال الموارد النادرة في استخدامها الحالي في برنامج الإنتاج الأمثل بدلاً من اتاحتها لاستخدامات أخرى في حالة وجودها. ويعتبر بديل ترك هذه الموارد عاطلة من البدائل الأخرى المتاحة. وتشتق أسعار الظل من تفاعل الربحية المباشرة للمنتجات مع معاملات الاحلال الحدي للموارد بالمنتجات كما سبق وأوضحنا، ومن ثم فهي تتأثر بما يطرأ من اختلافات على هيكل الربحية المباشرة للمنتجات وعلى هيكل استخدامات المنتجات من الموارد.

ففي الحالة لثانية عندما كان هيكل الاستخدامات بالمقارنة بهيكل الربحية المباشرة على المنتجات يقتضي التخصص في $س_{١}$ نجد أن سعر ظل الوحدة من $م^{١}$ ، أي $ص_{١}$ = ٢ جنيه، بينما $ص_{٢}$ = صفر = سعر ظل الوحدة من $م^{٢}$. وعندما اختلف هيكل الاستخدامات في الحالة الثالثة مع بقاء هيكل الربحية المباشرة للمنتجات كما هو عليه إختلفت أسعار الظل لتصبح $ص_{١}$ = $\frac{١٢}{٧}$، $ص_{٢}$ = $\frac{٤}{٧}$.

ولو فرضنا مثلاً أن ربحية $س_{١}$ أصبحت ٦ جنيه للوحدة بينما بقيت $س_{٢}$ على حالها ومع بقاء هيكل الاستخدامات كما في الحالة الثالثة، فسوف نجد أن:

$$(\text{ط}_{\text{ر}}) = \begin{bmatrix} \frac{6}{1} & \frac{4}{2} \\ \frac{6}{4} & \frac{4}{1} \end{bmatrix} = \begin{array}{c} \text{س}_1 \quad \text{س}_2 \\ \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ \frac{3}{2} & 4 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \text{م}^1 \\ \text{م}^2 \end{array}$$

وتظل الحلول الركنية الثلاثة كما هي في الحالة الثالثة بالنسبة لقيم س_1 ، س_2 ، أما دالة الهدف فتصبح قيمتها ١٥٠ جنيه في الحل الأول، ٣٠٠ جنيه في الحل الثاني $\frac{4}{7}$ ٣٢٨ جنيه في الحل الثالث. ويترتب على هذا التغيير في هيكل ربحية المنتجين (٦ إلى ٤ بعد أن كان٤ إلى ٤) إلى تغير أسعار الظل لتصبح: $\text{ص}_1 = \frac{10}{7}$، $\text{ص}_2 = \frac{8}{7}$. (عليك بالتحقق من ذلك بحل الثنائي كتمرين). وبالتالي فقد أدى التغير في هيكل الربحية المباشرة للمنتجات إلى تغير هيكل أسعار الظل المحتسبة على الموارد النادرة. وذلك رغم أن التشكيلة المثالية ظلت كما هي عليه بالنسبة للمنتجات.

ونستطيع بناء على ما تقدم أن نصل إلى النتائج التالية:

١ ـ إذا كان النموذج الأولي يهدف إلى تقصية حصيلة الأرباح المباشرة فإن متغيرات الثنائي تمثل أسعار الظل المحتسبة للموارد النادرة في ضوء هيكل ندرتها النسبية الداخلية، وهيكل استخدام المنتجات منها، وهيكل الربحية المباشرة للمنتجات. وتعتبر هذه الأسعار بمثابة مؤشرات عن التكلفة البديلة لوحدة الموارد في استخدامها الداخلي الحالي.

٢ ـ يؤدي تغير هيكل الاستخدامات مع بقاء العوامل الأخرى على حالها إلى تغير هيكل أسعار الظل المحتسبة، ومن ثم قيم المتغيرات الأساسية في الحل الأمثل للنموذج الثنائي.

٣ ـ يؤدي تغير هيكل الربحية المباشرة للمنتجات مع بقاء العوامل الأخرى على حالها إلى تغير هيكل أسعار الظل المحتسبة، ومن ثم قيم التغيرات الأساسية في الحل

الأمثل للثنائي.

٤ - ليس من الضروري أن تتغير قيم المتغيرات الأساسية في الحل الأمثل للنموذج الأولي حتى تتغير قيم المتغيرات الأساسية في أمثل الثنائي.

٥ - لا تصلح الربحية المباشرة لوحدة الطاقة في مراكز الاختناق كمعيار تفضيل كافي لاختيار تشكيلة الإنتاج المفضلة ما لم تشترك كل المنتجات في مركز اختناق واحد.

٤ - طريقة السمبلكس ومشكلة التحلل:

عادة ما يتم التوصل إلى الحل الأمثل بطريقة السمبلكس في عدد من التكرارات لا يزيد عن عدد القيود الموضوعية. وبالتالي فيقال أن المشكلة متقاربة Convergent حيث يتم في عدد محدود من التكرارات التوصل للحل الأمثل. ويحدث في كل تكرار من التكرارات (الانتقال من حل أساسي إلى الذي يليه) أن تتقدم دالة الهدف نحو القيمة المثالية. فإذا كانت المشكلة هي تقصية هدف معين ازدادت قيمة دالة الهدف كلما انتقلنا من تكرار إلى آخر والعكس في حالة التدنية. وتسمى المشكلة بناء على ذلك متقاربة لأنها تقترب بقيمتها في كل تكرار إلى الهدف المرغوب أكثر مما كانت عليه في سابقه.

ولكنه يحدث في بعض الأحيان، عند الانتقال من حل أساسي إلى الحل الأساسي الذي يليه أن يتخذ متغير (أو أكثر) في الحل الأساسي الجديد قيمة صفرية. ويتم ذلك عند ما يتساوى أكثر من صف في قيمة أصغر النسب الموجبة عند اختيار صف البؤرة لتحديد المتغير الواجب استبعاده من الحل الأساسي القائم مقابل إضافة المتغير الجديد في الحل الأساسي الجديد. فإذا تساوى صفين (أو أكثر) في قيمة أقل النسب الموجبة، فإن اختيار أحدهما كصف للبؤرة يؤدي في الحل الأساسي الجديد أن يتخذ المتغير الأساسي في الصف الآخر قيمة صفرية. وإذا لم يكن الحل الأساسي الجديد هو الأمثل، وكان المتغير المرغوب إضافته في التكرار

التالي يشترك مع المتغير الأساسي الذي يتخذ قيمة صفرية في الحل الأساسي الحالي بمعامل احلال موجب، فإن هذا يعني أن المتغير المرغوب إضافته سوف يحل محل هذا المتغير في التكرار التالي بقيمة صفرية في المتغيرات الأساسية، دون تحسن في دالة الهدف. ويقال أن المشكلة في هذه الحالة مشكلة متحللة Degenerate أو دوارة Cycling . ذلك لأن هذه العملية، عملية إضافة متغير جديد يتخذ قيمة صفرية محل متغير أساسي يتخذ قيمة صفرية دون تحسن دالة الهدف، يمكن أن تتكرر عدداً كبيراً من المرات دون الوصول للحل الأمثل. أي أن خطوات وقواعد السمبلكس يمكن أن تؤدي في بعض الحالات إلى الدوران في حلقة مفرغة.

غير أنه إذا كان للمشكلة حلاً أمثلا ممكناً بخلاف الحل القائم عادة ما يترتب على هذا التكرار الذي لا يحقق التقارب لدالة الهدف تغيير في معاملات الاحلال بين المتغيرات الأساسية وغير الأساسية، بحيث يترتب على تكرار الدوران في هذه الحلقة المفرغة العدد الكافي من المرات، الخروج منها والتوصل إلى الحل الأمثل. وإذا أمكن ذلك فإن التوصل إلى الحل الأمثل قد يتحقق في عدد من التكرارات يزيد كثيراً أو قليلاً عن عدد القيود الموضوعية.

ولتوضيح ذلك نفترض المشكلة التالية:

تقصية = $\frac{١}{٢}$ ٣ $س_{١}$ + ٥ $س_{٢}$ + + ٤ $س_{٣}$ + ٢ $س_{٤}$ + ٥ $س_{٥}$ (١)

في ظل: $س_{١}$ + ٢ $س_{٢}$ + $س_{٣}$ + ٢ $س_{٥}$ ≥ ٣٠٠

$س_{٢}$ + ٢ $س_{٣}$ + $س_{٤}$ ≥ ١٥٠ (٢)

٢ $س_{١}$ $س_{٣}$ + ٤ $س_{٤}$ + $س_{٥}$ ≥ ٧٥٠

كل $س_{و}$ ≤ صفر

(وعليك أن تضع المشكلة في جدول الحل الأساسي الأول وإضافة المتغيرات العاطلة $س_{٦}$، $س_{٧}$، $س_{٨}$ للقيود الثلاثة. ودالة الهدف حتى تستطيع متابعة ما يلي. قم بالانتقال من حل أساسي إلى الذي يليه طبقاً للتعليمات).

ونجد من صف المؤشرات في جدول الحل الأساسي الأول، حيث ($س_{٦}$، $س_{٧}$، $س_{٨}$) = (٣٠٠، ١٥٠، ٧٥٠)، أن $س_{٢}$، $س_{٥}$ يحققان أعلى ربحية وهما متساويان. ولنعتبر $س_{٢}$ بمثابة المتغير المرغوب إضافته، ونقوم بحساب النسب لنجد أن النسبتين في الصف الأول والثاني متساويتين وكل يساوي ١٥٠. فإذا قمنا باحلال $س_{٢}$ محل $س_{٧}$ في الحل الأساسي الثاني لأصبحت قيمة $س_{٦}$ في هذا الحل مساوية للصفر. كما أن صف المؤشرات في هذا الحل سوف يشير بإدخال $س_{٥}$ الذي نجد أنه سوف يحل محل $س_{٦}$ في الحل الأساسي الثالث وبقيمة مساوية للصفر. ونجد صف المؤشرات بجدول الحل الأساسي الثالث يشير بإدخال $س_{٤}$ ليحل محل $س_{٢}$ أو $س_{٨}$. ولنقم بإدخال $س_{٤}$ ليحل محل $س_{٨}$ لنجد أن $س_{٢}$ في جدول الحل الأساسي الرابع من المتغيرات الأساسية وقيمتها = صفر، وسوف يشير جدول الحل الأساسي الرابع إلى إدخال $س_{٣}$ التي تضطر إلى احلالها محل $س_{٢}$ بقيمة مساوية للصفر في جدول الحل الأساسي الخامس، والذي فيه نجد أن $س_{١}$ مربحة ويلزم إدخالها في الحل الأساسي بدلاً من $س_{٥}$، حيث تنكسر الحلقة المفرغة إلى الحل الأمثل في ستة تكرارات بالرغم من أن لدينا ثلاثة قيود موضوعية.

٥ ـ تحليل الحساسية والثنائية في نموذج البرمجة الخطية:

يعتبر نموذج البرمجة الخطية من النماذج التخطيطية ذات القدرة الكبيرة على تناول عدد هائل من المتغيرات والقيود، متى توافرت شروط تطبيقه. وقد ثبت عملياً فائدة هذا النموذج الجمة في تخطيط عديد من الشئون الاقتصادية على مستوى الوحدة الاقتصادية العاملة وعلى مستوى الصناعات والقطاعات وعلى المستوى القومي. كما له العديد من الاستخدامات في المجالات العسكرية والتقنية والهندسية. وهو كنموذج تخطيطي يعتمد على بيانات تقديرية أو معيارية متوقعة قدتتكون منها الغالبية العظمى من معاملات دوالة وثوابت قيوده بالإضافة إلى

متغيراته الأصلية . وعادة ما تكون هذه البيانات هي المتوقعة عن فترة التخطيط التي يستخدم النموذج في إعداد الخطة بشأنها .

وكثيراً ما يأتي الواقع الفعلي بخلاف ما كان متوقعاً أن يحدث عندما كان هذا الواقع في عداد المستقبل عند إعداد الخطة . وإذا كان الاختلاف بين الواقع الفعلي وما كان متوقعاً عنه بينا ، فإن ذلك ولا شك سوف يؤثر في سلامة الخطة التي كانت موضوعة له . والمقصود بالاختلاف البين في هذه الحالة هو ذلك الذي يؤثر في جوهر النتائج بصرف النظر عن مقدار أو قيمة هذا التأثير . وإذا حدث مثل هذا الاختلاف في معاملات أو مؤشرات نموذج البرمجة الخطية فإن ذلك قد يؤدي إلى عدم استمرار مثالية الحل الذي كان قد تم وضع الخطة على أساسه .

ولا يؤدي كل ما يحدث من اختلاف في الواقع عن المتوقع إلى البعد عن الحل الأمثل . فقد تحدث اختلافات ، قد تكون كبيرة في بعض الأحيان ، دون تأثير على تشكيلة الإنتاج المثالية مثلا . كما قد تحدث اختلافات ضئيلة من حيث القيمة أو المقدار وتؤدي إلى التأثير على هذه التشكيلة . ويصبح من المفيد في ظل هذه الظروف التعرف مسبقاً على مدى الاختلافات التي يمكن أن تحدث دون تأثير على مثالية الحل الذي تم التخطيط على أساسه ، فإذا زادت الاختلافات عن ذلك المدى أصبح من الواجب مراجعة الخطة . ويتم ذلك في البرمجة الخطية عن طريق تحليل الحساسية .

والمقصود بتحليل الحساسية هو تحديد المديات التي يمكن أن تتقلب أو تتغير في حدودها معاملات وثوابت النموذج دون تأثير على قيم المتغيرات الأساسية في الحل الأمثل . وسوف يتناول هذا البند عرض أسلوب تحليل الحساسية في صورة مبسطة .

٥ ١ ـ الاختلافات في معاملات دالة الهدف :

عادة ما تنطوي متغيرات دالة الهدف على تكاليف أو تضحيات أو على منافع أو أرباح . ويقوم نموذج البرمجة الخطية بتحديد تشكيلة المتغيرات الأساسية في الحل

الأمثل من هذه المتغيرات في أحد جوانبه بالإسترشاد بمعاملات هذه المتغيرات في دالة الهدف. وقد يرغب متخذ القرار في التعرف على النتائج التي قد تترتب على اختلاف أحد أو بعض هذه المعاملات على تشكيلة المتغيرات الأساسية المثالية، لأن هذه المعاملات عادة ما تكون تقديرية كما سبق وذكرنا. ويجيب أسلوب تحليل الحساسية على هذا التساؤل عن طريق تحديد مديات التغير في معاملات دالة الهدف والتي لا تؤثر في هذه التشكيلة.

ولتوضيح ذلك دعنا نتفحص جدول الحل الأساسي الأمثل للمشكلة الواردة في البند (٤) بعاليه (الذي يفترض أنك قد توصلت إليه) والذي يظهر كما يلي:

جدول الحل الأساسي الأمثل لتحديد
تشكيلة الإنتاج المثاليـة
خمسة منتجات في ثلاثة موارد

			٣,٥	٥	٤	٢	٥	٠	٠	٠	عر
عو	س*	ب	س١	س٢	س٣	س٤		س٦	س٧	س٨	
٣,٥	س١	٢٥٠	١	١٠/٩	٠	٠	٥/٣	٧/٩	−٤/٩	١/٩	
٤,ـ	س٣	٥٠	٠	٨/٩	١	٠	١/٣	٢/٩	٤/٩	−١/٩	
٢,ـ	س٤	٥٠	٠	−٧/٩	٠	١	−٢/٣	−٤/٩	١/٩	٢/٩	
المؤشرات		١١٧٥	٠	−٨/٩	٠	٠	−٥/٦	−٤٩/١٨	−٤/٩	−٧/١٨	

٥ ـ ١ ـ ١ ـ المتغيرات غير الأساسية:

سوف يفيدنا في هذا الصدد أن نتذكر ما سبق أو أردناه عن دلالة صف المؤشرات وعلاقته بقيم متغيرات الثنائي. ولننظر مثلا إلى المتغير س٢ بعاليه، وهو

متغير أصلي في مشكلة اختيار تشكيلة انتاج، أي يرمز إلى منتج، ولكنه متغير غير أساسي في الحل الأمثل، أي أنه منتج تقرر عدم انتاجه. وإذا سألنا لماذا تم ذلك؟ لأجاب علينا صف المؤشرات بما يفيد أن انتاج وحدة واحدة منه سوف يؤدي إلى نقص حصيلة الأرباح بمبلغ $\frac{٨}{٩}$ جنيه. وإذا ما سألنا كيف ذلك والوحدة منه تحقق أرباح مباشرة قدرها ٥ جنيه؟ فيجب الآن أن نكون قادرين على الإجابة بإحدى الصورتين التاليتين:

الأولى:

	جنية	جنيه
- صحيح أن الوحدة من س$_{٢}$ تحقق أرباح مباشره	—	$\frac{٤٥}{٩}$
- كما أن إنتاجها يؤدي إلى توفير إمكانيات إنتاج $\frac{٧}{٩}$ وحدة من س$_{٤}$ تحقق $\frac{٧}{٩}$ × ٢ —		$\frac{١٤}{٩}$
- إلاَّ أن ذلك يودي إلى نقص س$_{١}$ $\frac{١٠}{٩}$ وحدة كانت تحقق $\frac{١٠}{٩}$ × ٣,٥	$\frac{٣٥}{٩}$	
- كما تنقص س$_{٣}$ بمقدار $\frac{٨}{٩}$ وحدة كانت تحقق $\frac{٨}{٩}$ × ٤	$\frac{٣٢}{٩}$	
- لتكون جملة النقص		($\frac{٦٧}{٩}$)
- ويكون صافي النقص في حصيلة الأرباح المترتبة على ذلك		($\frac{٨}{٩}$)

أو الثانية:

- صحيح أن الوحدة من س$_{٢}$ تحقق أرباح مباشرة:		٥
إلاَّ أن إنتاجها يحتاج إلى:		
٢ وحدة من المورد النادر الأول بسعر $\frac{٤٩}{١٨}$ = ٢ × $\frac{٤٩}{١٨}$ =	$\frac{٤٩}{٩}$	
بالإضافة إلى وحدة من المورد الثاني بسعر $\frac{٤}{٩}$ = ١ × $\frac{٤}{٩}$ =	$\frac{٤}{٩}$	
لتكون جملة تكلفة الموارد النادرة اللازمة لإنتاج الوحدة		$\frac{٥٣}{٩}$
ويتحقق بذلك خسارة بواقع/ للوحدة من س$_{٢}$		$\frac{٨}{٩}$

وتعتمد الطريقة الأولى على معاملات الاحلال الحدي وربحية المنتجات في الحل الأساسي، وتعتمد الطريقة الثانية على أسعار ظل الموارد النادرة واحتياجات وحدة المنتج منها.

وحيث عرفنا سبب عدم إنتاج س٢ رغم أن الوحدة منها تحقق أرباح مباشرة قدرها ٥ جنيه، فما هي الحدود التي يمكن في مداها أن تتغير هذه الربحية دون أن تصبح س٢ مرشحة للدخول في تشكيلة الإنتاج المثالية لتحل محل أحد المنتجات الأخرى؟ ويمكن الإجابة على هذا التساؤل بالمنطق أو طبقاً لقواعد محددة.

فمن جهة المنطق يمكن القول أنه بما أن انتاج س٢ يحقق خسائر بالنسبة لتشكيلة الإنتاج المثالية القائمة قدرها $\frac{٨}{٩}$ جنيه للوحدة رغم أن الوحدة تحقق ربح مباشر قدره ٥ جنيه، فإن إنخفاض هذا الربح إلى الصفر أو إلى — $\frac{٨}{٩}$ سوف يؤدي إلى زيادة الخسائر الناجمة عن س٢ ومن ثم يتأكد عدم انتاجها. أما إذا ارتفعت الربحية المباشرة للوحدة من س٢ فإن هذا الأرتفاع لو أدى إلى تغطية الخسائر وقدرها $\frac{٨}{٩}$ جنيه للوحدة وفاق ذلك لأصبحت س٢ مربحة، أو بمعنى آخر فإن الزيادة في ربحية س٢ عما هي عليه بما يزيد ولو بقدر ضئيل جداً عن $\frac{٨}{٩}$ جنيه إلى أن تصبح س٢ مربحة بهذا القدر الزائد عن $\frac{٨}{٩}$ ٥ جنيه ويصبح من الواجب إحلالها محل أحد المنتجات الأخرى في تشكيلة الإنتاج القائمة.

أما من جهة القواعد المحددة، فدعنا نعود إلى الصيغة الأصلية للمشكلة في البند الرابع. وإذا قمنا بصياغة النموذج الثنائي لهذه الصيغة لوجدنا أن قيد النموذج الثنائي المقابل للمتغير س٢ يكون كما يأتي:

٢ ص١ + ١ ص٢ + صفر ص٣ $\geq$ ٥   (٢/٢)َ

وإذا افترضنا أن ربحية س٢ يمكن أن تتغير بمقدار (ـــ ع٢)، لأصبح هذا القيد كالآتي:

٢ ص١ + ١ ص٢ + صفر ص٣ $\geq$ ٥ + Δ ع٢

ومن واقع صف المؤشرات في جدول الحل الأمثل بعاليه نقوم بالتعويض عن

قيمة $ص_١$ ، $ص_٢$ ، $ص_٣$ كالآتي:

$$٢\left(\frac{٤٩}{١٨}\right) + ١\left(\frac{٤}{٩}\right) + \text{صفر}\left(\frac{٧}{١٨}\right) \leqslant ٥ \pm \Delta\, ع_٢ \quad (٢/٢)$$

وبطرح ٥ من طرفي القيد نجد أن:

$$\frac{٥٣}{٩} - \frac{٤٥}{٩} \leqslant -\quad ع_٢$$

أي أن $\frac{٨}{٩} \leqslant \Delta\, ع_٢ \leqslant -\infty$

وكقاعدة عامة بالنسبة للمتغيرات الأصلية غير الأساسية في نموذج التقصية يجب أن تنحصر التغيرات في معاملات دالة الهدف بين:

$$[\,-\infty\,] \text{ و } [\,ع_و - \sum_{ر=١}^{م} أ_{رو} ص_ر\,]$$ ، أي أن:

$$[\,ع_و - \sum_{ر=١}^{م} أ_{رو} ص_ر\,] \leqslant \Delta\, ع_و \leqslant [\,-\infty\,]$$

(وعليك بإجراء تحليل مماثل للمتغير الأصلي غير الأساسي $س_٥$).

أما فيما يتعلق بالمتغيرات العاطلة في نموذج التقصية فهي ترمز للطاقة العاطلة من الموارد النادرة المتاحة. ويفيد وجودها في مجموعة المتغيرات غير الأساسية في الحل الأمثل بأن طاقة الموارد التي ترتبط بها قد استغلت بالكامل ومن ثم يكون لها أسعار ظل محتسبة موجبة. ومن المنطقي أنه إذا وجدت لهذه الموارد فرص استغلال أخرى بديلة تؤدي إلى تحقيق ربحية مباشرة على وحدة الموارد النادرة تقل عن سعر ظلها المحتسب في برنامج الإنتاج الأمثل فإن ذلك يؤكد ضرورة استمرار استغلالها في هذا البرنامج. أما إذا كانت الربحية المباشرة على وحدة الموارد النادرة في هذه الفرصة البديلة تزيد عن سعر ظلها المحتسب في برنامج الإنتاج الأمثل فيصبح من الواجب تحويل الموارد لهذه الفرصة البديلة والتضحية باستغلالها في برنامج الإنتاج الحالي. وبمعنى آخر فإن ربحية المورد النادر يمكن أن تنخفض من الصفر إلى $-\infty$ أو يمكن أن تزداد من الصفر إلى ما لا يزيد عن سعر الظل المحتسب دون تأثير على تشكيلة الإنتاج المثالية.

وبصفة عامة فيمكن القول أن صف المؤشرات في جدول الحل الأمثل يوضح القيم التي يمكن لمعاملات دالة الهدف أن تزداد بها (تقصية) أو تنقص بها (تدنية) بالنسبة للمتغيرات غير الأساسية دون تأثير على تشكيلة المتغيرات الأساسية المثالية. أما النقص في هذه المعاملات في حالة التقصية أو الزيادة فيها في حالة التدنية فيمكن أن تصل إلى ما لا نهاية دون تأثير على التشكيلة المثالية.

٥ - ١ - ٢ - المتغيرات الأساسية:

بالنظر إلى جدول الحل الأمثل بعاليه نجد أن $س_١$ ، $س_٣$ ، $س_٤$ متغيرات أساسية، أي أنها المنتجات التي تم إنتاجها في تشكيلة الإنتاج المثالية. ولنفترض مثلاً أن ربحية $س_٤$ ، أي $ع_٤ = ٢$ قد تغيرت بمقدار ($\pm \triangle ع_٤$). فيصبح المطلوب هو تحديد الحد الأقصى لمقدار ($\pm \triangle ع_٤$) والذي يؤدي إلى تغيير تشكيلة الإنتاج المثالية. ولتحديد ذلك نقوم بالخطوات التالية:

١ - لنرمز بالرمز [$ل_{ر و}$]، حيث ر = رقم الصف الذي يقع فيه المتغير الأساسي المرغوب اختبار حساسية المعامل الخاص به في دالة الهدف للتغيرات، و = رقم العمود، لمعاملات الاحلال الحدي في جدول الحل الأمثل لهذا المتغير مع باقي المتغيرات. ويكون $ل_{ر و}$ للمتغير $س_٤$ هو $ل_{٣١}$ ، $ل_{٣٢}$ ، $ل_{٣٣}$ ..... $ل_{٣٨}$ ، حيث يقع $س_٤$ في الصف الثالث.

٢ - لنرمز لصف المؤشرات في جدول الحل الأمثل بالرمز [$ع_و - ى_و$]*.

٣ - لنقوم بإيجاد النسب بين [$ع_و - س_و$]* و[$ل_{ر و}$] (مع التغاضي عن النسب التي يكون البسط أو المقام فيها مساوياً للصفر.

وتكون نتاج هذه الخطوات بالنسبة للمتغير $س_٤$ كالآتي:

$\frac{ع_١ - ي_١}{ل_{١٣}}$ ، $\frac{ع_٢ - ي_٢}{ل_{٢٣}}$ ، $\frac{ع_٣ - ي_٣}{ل_{٣٣}}$ ، $\frac{ع_٤ - ي_٤}{ل_{٤٣}}$ ، $\frac{ع_٥ - ي_٥}{ل_{٥٣}}$

— ، $-\frac{٨}{٩} \div \frac{٧}{٩}$ ، — ، — ، $-\frac{٥}{٦} \div -\frac{٢}{٣}$ ،

— ، $\frac{٨}{٧}$ ، — ، — ، $\frac{٥}{٤}$ ،

$\frac{ع_٦ - ي_٦}{ل_{٦٣}}$ ، $\frac{ع_٧ - ي_٧}{ل_{٧٣}}$ ، $\frac{ع_٨ - ي_٨}{ل_{٨٣}}$ ،

$-\frac{٤٩}{١٨} \div -\frac{٤}{٩}$ ، $-\frac{٤}{٩} \div \frac{١}{٩}$ ، $-\frac{٧}{١٨} \div \frac{٢}{٩}$.

$\frac{٤٩}{٨}$ ، -٤ ، $-\frac{٧}{٤}$.

٤ ـ قم باختيار أقل النسب الموجبة لتمثل الحد الأقصى للزيادة وأكبر النسب السالبة جبرياً لتمثل الحد الأقصى للنقص. ونجد أن أقل النسب الموجبة للمتغير $س_٤$ هي $\frac{٨}{٧}$، كما أن أكبر النسب السالبة هي $-\frac{٧}{٤}$، ومعنى ذلك أن ربحية $س_٢$ يمكن أن تزيد بمقدار لا يزيد عن $\frac{٨}{٧}$ جنيه، وتقل بمقدار لا يزيد عن $\frac{٧}{٤}$ جنيه دون أن تتغير تشكيلة الإنتاج المثالية. أي أن:

$$\frac{٨}{٧} \geqslant \Delta ع_٤ \geqslant -\frac{٧}{٤}$$

وحيث بدأنا بتطبيق القواعد في هذه الحالة يصبح من الواجب توضيح مغزاها المنطقي. فالمفروض أننا نعرف الآن أن تشكيلة المتغيرات المثالية تصبح غير مثالية لو تحولت أي قيمة من القيم في صف المؤشرات إلى قيمة موجبة في حالة التقصية أو إلى قيمة سالبة في حالة التدنية (بالطريقة التي نتبعها وهي الشائعة). ونعرف أيضاً أننا نصل إلى القيم في صف المؤشرات عن طريق ضرب معاملات دالة الهدف

للمتغيرات الأساسية في معاملات الاحلال الحدي في كل عمود من الأعمدة، ثم نقوم بطرح حصيلة الضرب من ربحية المتغير في العمود. ويلزم في حالة التقصية أن تكون صافي مجموع حصيلة الضرب الموجبة تزيد عن أو تساوي ربحية المتغير في العمود حتى تكون القيمة في صف المؤشرات سالبة (والعكس في حالة التدنية). وتؤدي زيادة ربحية متغير ما في الحل الأساسي إلى زيادة هذه الحصيلة إذا كان معامل الأحلال موجباً كما تؤدي إلى نقص حصيلة الضرب إذا كان معامل الأحلال سالباً. وبالتالي فإن اقصى قيمة للزيادة يجب أن لا تزيد عما يجعل أي من القيم السالبة في صف المؤشرات مساوية للصفر وإلاَّ تحولت بعد ذلك إلى قيمة موجبة (في حالة التقصية). ومن ثم يصبح الحد الأقصى للزيادة مشتقاً من صف المؤشرات ذا القيم السالبة (في حالة التقصيـة) مقسـومـاً على معـاملات الأحلال السالبة المؤدية إلى نقص صافي حصيلة الضرب الموجبة. وبقسمة هذه القيم السالبة في صف المؤشرات على معاملات الاحلال السالبة في صف المتغير الأساسي المعين نحصل على المتغيرات المختلفة التي تؤدي إلى تحول قيم صف المؤشرات في أعمدة معاملات الاحلال السالبة إلى قيم صفرية. وحيث يكفي أن تصبح قيمة واحدة في صف المؤشرات موجبة حتى تصبح تشكيلة المتغيرات الأساسية غير مثالية، فإننا نختار أقل التغيرات الموجبة لتمثل الحد الأقصى للزيادة. وينصب عكس المنطق السابق على الحد الأقصى للنقص. (وعليك الآن اختيار حساسية ع١، ع٣، أي تحديد مديات التغير فيها، أو قيمة ٨ ع١، ١٠ ٨ ع٣.

ولا يعني تحديد مديات التغير في معاملات دالة الهدف التي لا تؤثر على تشكيلة المتغيرات المثالية، أن كل المعاملات يمكن أن تتغير في نفس الوقت في حدود هذه المديات دون تأثير على التشكيلة. فالواقع أن العيب الرئيسي في هذا التحليل أنه يفترض أن التغيرات التي تحدث في معامل دالة الهدف لمتغير أساسي أو غير أساسي تتم مع بقاء العوامل الأخرى على حالها، أي مع بقاء المعاملات الأخرى في دالة الهدف وكذلك معاملات وثوابت باقي النموذج على حالها. ويوجد عدد من

الأساليب المتقدمة تمكن من إسقاط فرض بقاء العوامل الأخرى على حالها، وليس هنا متسع لتناولها.

كما يراعى أنه ليس معنى تغير ربحية متغير معين دون تغير تشكيلة المتغيرات المثالية أن تبقى قيمة دالة الهدف على ما كانت عليه، أو تبقى قيم صف المؤشرات على ما كانت عليه. فالواقع أن تغير معامل أي متغير من المتغيرات الأساسية في دالة الهدف، مع بقاء العوامل الأخرى على حالها، سوف يؤدي بالضرورة إلى تغير قيمة دالة الهدف وبعض أو كل القيم في صف المؤشرات. ولكن المقصود ببقاء تشكيلة المتغيرات المثالية على ما هي عليه هو بقاء قيم المتغيرات في الحل الأساسي الأمثل دون تغيير مع تغير قيمة دالة الهدف بما يتلاءم مع ما حدث من تغيرات في معامل المتغير المعين في دالة الهدف.

٥ ـ ٢ ـ التغير في معاملات الاستخدام أو المعاملات الفنية

يلزم التفرقة في هذا المجال أيضاً بين معاملات استخدام المتغيرات الأساسية ومعاملات استخدام المتغيرات غير الأساسية.

فالتغير في معامل استخدام متغير غير أساسي من مورد نادر بالزيادة يزيد من التكلفة المحتسبة لإنتاج هذا المنتج. وحيث أنه كان من غير الاقتصادي إنتاجه بالتكلفة الأقل فيكون من غير المعقول انتاجه بالتكلفة الأعلى. فتغير معاملات استخدام المتغيرات غير الأساسية بالزيادة لا يؤدي إذن إلى تغيير تشكيلة الانتاج المثالية.

أما إذا كان التغير في معامل استخدام متغير غير أساسي بالنقص، فإن مقدار النقص الذي لا يؤدي إلى تغيير تشكيلة الانتاج المثالية يتوقف على سعر ظل المورد الذي نقص استخدام المنتج منه ومقدار النقص في الاستخدام. فالمنتج س٢ مثلا في مثالنا السابق كان يحتاج إلى وحدتين من المورد الأول ووحدة واحدة من المورد الثاني. وقد ترتب على ذلك أن ربحيته المباشرة قلت عن تكلفته المحتسبة

بمقدار $\frac{٨}{٩}$ جنيه ولذلك لم يدخل في تشكيلة الانتاج المثالية. فما هو مقدار النقص في استخدام $س_٢$ من المورد الأول والذي يجعل التكلفة المحتسبة لاستخدامات هذا المنتج مساوية لربحيته المباشرة، أي الذي يؤدي إلى أن $ى_٢ = ع_٢$ بحيث تكون $ع_٢ - ى_٢$ = صفر. وحيث لدينا سعر ظل الوحدة من المورد الأول وهي $\frac{٤٩}{١٨}$، ولدينا زيادة التكلفة المحتسبة للمنتج $س_٢$ عن ربحيته المباشرة وهي $\frac{٨}{٩}$ والتي تمثل الخسائر التي تتحقق عند إنتاج وحدة من هذا المنتج باستخداماته الحالية، وكلاهما من صف المؤشرات، فان تلافي هذه الخسائر يستدعي انقاص استخداماته من المورد الأول بما يساوي هذه الخسائر، ويتم ذلك بقسمة الخسائر على سعر الظل المحتسب لوحدة المورد لمعرفة عدد وحدات الاستخدام الوجب انقاصها.

أي: $\frac{٨}{٩} \div \frac{٤٩}{١٨} = \frac{١٦}{٤٩}$ وحدة من المورد الأول.

فيعني ذلك أنه لو نقصت استخدامات $س_٢$ من المورد الأول من وحدتين إلى:

$٢ - \frac{١٦}{٤٩} = \frac{٨٢}{٤٩}$ وحدة لتمكن هذا المنتج من تغطية تكلفته المحتسبة من ربحيته المباشرة دون إضافة إلى حصيلة الأرباح المباشرة المثالية ودون تخفيضها. أي أنه يصبح في وصع يستوي فيه انتاجه او عدم انتاجه. أما إذا نقصت احتياجاته من المورد الأول بما يزيد عن $\frac{١٦}{٤٩}$ فسوف يتحول إلى منتج مربح ويلزم إضافته إلى تشكيلة الإنتاج. ولو نقصت احتياجاته بما يقل عن $\frac{١٦}{٤٩}$ فسوف يظل غير قادر على تغطية تكلفته المحتسبة من ربحيته المباشر، ويتحتم عدم انتاجه.

وتكون القاعدة العامة إذن بالنسبة للمتغيرات غير الأساسية في الحل الأمثل أن:

أ ـ زيادة معامل استخدام المنتج من المورد لا يؤثر في مثالية الحل الأساسي مهما بلغ مقدار الزيادة.

ب ـ نقص معامل استخدام المنتج من المورد يجب أن لا يزيد عما يؤدي إلى تلافي الخسائر التي تتحقق بإنتاج وحدة من المنتج منسوبة إلى سعر ظل الوحدة من المورد ويكون الحد الأقصى للنقص مساوياً:

قيمة صف المؤشرات في عمود المنتج ÷ قيمة صف المؤشرات في عمود المورد.
ويمكن صياغة هذه القاعدة بصفة عامة من واقع الحل الأمثل للنموذج الثنائي كالآتي:

$$\frac{-ص_{م+ر}}{ص_ر} \geqslant \Delta أ_{رو} \geqslant +\infty$$

حيث م = عدد المتغيرات الأصلية في الثنائي وهي تساوي عدد قيود الأولى، حيث (و) تشير إلى المتغير المعين في النموذج الأولي، وتشير إلى رقم المتغير في النموذج الثنائي (عليك بتحويل جدول الحل الأمثل في البند ٥ ـ ١ إلى صيغته الثنائية لتجد أن $ص_١$ تناظر $س_٦$. وأن $ص_٥$ تناظر $س_٢$).

أما بالنسبة للمتغيرات الأساسية في الحل الأمثل فإن أي تغير في معامل استخدام أيها من مورد معين سوف يؤدي إلى تغيير تشكيلة الإنتاج المثالية، لو كان هذا المورد مستغلاً بالكامل في برنامج الإنتاج الأمثل، وسواء كان التغير بالزيادة أو بالنقص. أما إذا كان المورد الذي تغير معامل استخدام المنتج منه به طاقة عاطلة، فإن أي نقص في معامل الاستخدام سوف يؤدي إلى زيادة الطاقة العاطلة بما يعادل مقدار النقص مضروباً في عدد وحدات المنتج في التشكيلة المثالية أما إذا كان التغير في معامل الاستخدام من المورد ذا الطاقة العاطلة بالزيادة فيلزم أن تكون الحصيلة الكلية للزيادة في حدود الطاقة العاطلة وإلاَّ تغيرت تشكيلة الإنتاج المثالية. ويتم حساب الحد الأقصى للزيادة في معامل الاستخدام بقسمة الطاقة العاطلة الظاهرة في الحل الأساسي على عدد وحدات المنتج الذي تغير معامل استخدامه كما تظهر في الحل الأساسي.

٥ ـ ٣ ـ التغير في كميات الموارد المتاحة:

يؤدي التغير في كميات الموارد المتاحة إلى ضرورة تغير قيمة تشكيلة المتغيرات الأساسية في الحل الأمثل. فلو كان التغير يتعلق بمورد عاطل فإن التغير الناتج في

الحل الأساسي سوف ينصب على مقدار الطاقة العاطلة في هذا المورد ، ما لم يكون التغير بالنقص بما يزيد عما يستنفد الطاقة العاطلة. فإذا حدث ونقصت كمية المورد العاطل بما يزيد عن الطاقة العاطلة فسوف يؤدي ذلك إلى تغيير تشكيلة المتغيرات الأساسية الأخرى. أما الزيادة في طاقة المورد العاطل فسوف تؤدي إلى زيادة الطاقة العاطلة.

ويمكن حساب قيم المتغيرات الأساسية في الحل الأمثل الجديد نتيجة تغير كمية المتاح من مورد معين بالاستعانة بمعاملات الاحلال الحدي في جدول الحل الأمثل الأخير. ولتوضيح ذلك نلاحظ أن مصفوفة معاملات الاحلال الحدي بين الموارد الثلاثة والمنتجات الثلاثة كما في جدول الحل الأمثل في البند ٥ ـ ١ هي كالآتي:

$$[\text{أ}_{\text{رو}}]^* = \begin{bmatrix} \frac{١}{٩} & -\frac{٤}{٩} & \frac{٧}{٩} \\ -\frac{١}{٩} & \frac{٤}{٩} & \frac{٢}{٩} \\ \frac{٢}{٩} & \frac{١}{٩} & -\frac{٤}{٩} \end{bmatrix}$$

ونلاحظ أيضا أن حاصل ضرب هذه المصفوفة في العمود [ب] في جدول الحل الأساسي **الأول** ينتج قيمة المتغيرات في الأساسي الأمثل كالآتي:

$$[\text{أ}_{\text{رو}}]^* \times [\text{ب}] = \begin{bmatrix} \frac{١}{٩} & -\frac{٤}{٩} & \frac{٧}{٩} \\ -\frac{١}{٩} & \frac{٤}{٩} & \frac{٧}{٩} \\ \frac{٢}{٩} & \frac{١}{٩} & -\frac{٤}{٩} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ٣٠٠ \\ ١٥٠ \\ ٧٥٠ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٢٥٠ \\ ٥٠ \\ ٥٠ \end{bmatrix} = [\text{س}^*]$$

ولو فرضنا أن المتاح من المورد الأول قد ازداد بمقدار ١٠ وحدات مثلاً ، فان **الحل الأمثل الجديد يكون:**

$$[\text{أ}_{\text{رو}}]^* \times [\text{ب}] = \begin{bmatrix} \frac{١}{٩} & -\frac{٤}{٩} & \frac{٧}{٩} \\ -\frac{١}{٩} & \frac{٤}{٩} & \frac{٢}{٩} \\ \frac{٢}{٩} & \frac{١}{٩} & -\frac{٤}{٩} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ٣١٠ \\ ١٥٠ \\ ٧٥٠ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٢٥٧\frac{٦}{٩} \\ ٥٢\frac{٢}{٩} \\ ٤٥\frac{٥}{٩} \end{bmatrix} = [\text{س}^*]$$

وبالطبع يتم حساب ربحية الحل الأساسي الأمثل الجديد يضرب $[\text{س}^*]' \times [\text{ع}_\text{و}]$.

غير أن هذا الاجراء لا يمكن اتباعه دون قيود، فقد يترتب على تغير الكمية المتاحة من مورد معين ضرورة تحول متغير أساسي إلى متغير غير أساسي أو العكس. ومن ثم يصبح من المفيد معرفة حدود التغيرات في كميات الموارد المتاحة، والتي لا تؤدي إلى تحول أي من المتغيرات الأساسية إلى متغيرات غير أساسية. وفي ضوء هذه الحدود يتم حساب قيم متغيرات الحل الأساسي الجديد بالطريقة بعاليه. أما إذا كانت التغيرات خارج هذه الحدود فإنه سوف يتطلب الأمر ضرورة التوصل إلى حل أساسي جديد بطريقة السمبلكس مبتدئين من الحل القائم الذي يعاد حسابه بالطريقة بعاليه، والذي نجد أنه لا يستوفي شرط عدم السالبية. ولنفرض لتوضيح ذلك أن كمية المتاح من المورد الأول قد زادت بمقدار ١١٥ وحدة لتصبح ٤١٥ وحدة طاقة. وبالطريقة السابقة نجد أن:

$$[\text{أ}_\text{و}]^* \times [\text{ب}] = \begin{bmatrix} \frac{٧}{٩} & -\frac{٤}{٩} & \frac{١}{٩} \\ \frac{٢}{٩} & \frac{٤}{٩} & -\frac{١}{٩} \\ -\frac{٤}{٩} & \frac{١}{٩} & \frac{٢}{٩} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ٤١٥ \\ ١٥٠ \\ ٧٥٠ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٣٣٩\frac{١}{٩} \\ ٧٥\frac{٥}{٩} \\ -١\frac{١}{٩} \end{bmatrix} = [\text{س}^*]$$

حيث يتضح أن $\text{س}_٤$ أصبح يتخذ قيمة سالبة = $-١\frac{١}{٩}$. وهذا بالطبع غير جائز ويصبح من اللازم استبعاد $\text{س}_٤$ واحلاله بمتغير جديد حتى يصبح الحل ممكناً. والواقع أن أقصى زيادة في المورد الأول، والتي لا تؤدي إلى خروج $\text{س}_٤$ من الحل الأساسي تعادل ($٥٠ \div \frac{٤}{٩}$)، أي تساوي $١١٢\frac{١}{٢}$ وحدة. لاحظ أن الـ ٥٠ هي قيمة $\text{س}_٤$ في الحل الأمثل، وأن الـ $\frac{٤}{٩}$ تمثل معامل الإحلال الحدي السالب في صف $\text{س}_٤$ وعمود المورد الأول.

وكقاعدة عامة فإن الحد الأقصى للتغيرات في كمية الموارد المتاحة والتي لا تؤدي إلى خروج أحد المتغيرات الأساسية من الحل الأساسي الأمثل تتحدد بالآتي:

$$\text{الحد الأقصى للزيادة} = \text{أقل القيم الموجبة من} \left[\frac{-\text{ قيمة المتغيرات في الحل الأساسي الأمثل}}{\text{معاملات الاحلال الحدي السالبة في عمود المورد}}\right]$$

$$\text{أي } \Delta ب^{*}_{ر} = \text{أقل القيم الموجبة من} \left[\frac{-س^{*}_{و}}{أ^{*}_{رو}\ \text{سالبة}}\right] \text{، على ر.}$$

$$\text{الحد الأقصى للنقص} = \text{أكبر القيم السالبة من} \left[\frac{-س^{*}_{و}}{أ^{*}_{رو}\ \text{موجبة}}\right] \text{، على ر.}$$

$$\text{أي } \Delta \bar{ب}_{ر}$$

وتكون هذه الحدود للمشكلة في جدول الحل الأمثل في البند (٥ ـ ١) كالآتي:

$$\left(-٥٠ \div -\frac{٤}{٩} = ١١٢\frac{١}{٢}\right) \geqslant \Delta ب_{١} \geqslant \text{أكبر}\left(-٢٥٠ \times \frac{٩}{٧} \text{ أو } -٥٠ \times \frac{٩}{٢}\right)؛$$

$$\text{أي: } ١١٢\frac{١}{٢} \geqslant \Delta ب_{١} \geqslant -٢٢٥$$

$$\left(-٢٥٠ \times -\frac{٩}{٤} = ٥٦٢\frac{١}{٢}\right) \geqslant \Delta ب_{٢} \geqslant \text{أكبر}\left(-٥٠ \times \frac{٩}{٤} \text{ أو } -٥٠ \times \frac{٩}{١}\right)$$

$$\text{أي: } ٥٦٢\frac{١}{٢} \geqslant \Delta ب_{٢} \geqslant -١١٢\frac{١}{٢}$$

$$\left(-٥٠ \times -\frac{٩}{١} = ٤٥٠\right) \geqslant \Delta ب_{٣} \geqslant \text{أكبر}\left(-٢٥٠ \times \frac{٩}{١} \text{ أو } -٥٠ \times \frac{٩}{٢}\right)؛$$

$$\text{أي: } ٤٥٠ \geqslant \Delta ب_{٣} \geqslant -٢٢٥$$

وترتيباً على ذلك تكون مديات التغير في كميات الموارد المتاحة، والتي لا تؤدي إلى خروج أي من المتغيرات الأساسية من الحل الأساسي الأمثل (رغم تغير قيمة هذه المتغيرات في الحل الأمثل وبالضرورة كما سبق وبينا) تكون كالآتي:

٣٠٠ + $\frac{١}{٢}$ ١١٢ = $\frac{١}{٢}$ ٤١٢ > $ب_{١}$ > ٣٠٠ − ٢٢٥ = ٧٥

١٥٠ + $\frac{١}{٢}$ ٥٦٢ = $\frac{١}{٢}$ ٧١٢ > $ب_{٢}$ > ١٥٠ − $\frac{١}{٢}$ ١١٢ = $\frac{١}{٢}$ ٣٧

٧٥٠ + ٤٥٠ = ١٢٠٠ > $ب_{٣}$ > ٧٥٠ − ٢٢٥ = ٥٢٥

فإذا تمت التغيرات في هذه الحدود فيمكن الحصول على الحل الأمثل الجديد بضرب مصفوفة معاملات الإحلال الحدي [$أ_{رو}$]* في العمود [ب]′ الجديد.

ويراعى أيضاً أن هذا التحليل يحدث بالنسبة لكل مورد بصفة مستقلة ومع بقاء كميات الموارد الأخرى وكل العوامل الأخرى على حالها.

أسئلة وتمارين الفصل

أولاً: الأسئلة:

السؤال الأول:

ميز بين كل زوج مما يأتي:

١ ـ مصفوفة الكميات ومصفوفة معاملات الاحلال الحدي، ٢ ـ مصفوفة معاملات الاستخدام المباشرة، ومصفوفة الاحتياجات الكلية من الموارد النادرة، ٣ ـ مصفوفة الكميات الكلية ومصفوفة المعاملات الفنية، ٤ ـ المتغير (و) في النموذج الأولي والمتغير المقابل (م + و) في النموذج الثنائي، ٥ ـ سعر الظل المحتسب للمورد النادر وسعر السوق لنفس المورد، ٦ ـ وجود قيمة صفرية في صف المؤشرات ووجود قيمة صفرية في العمود (ب)، ٧ ـ وجود قيمة سالبة في صف المؤشرات ووجود قيمة موجبة في نفس الوقت، ٨ ـ تشكيلة الانتاج المثالية في حالة تداخل النشاط والانتاج الكلي في نفس الحالة، ٩ ـ تغير معامل استخدام منتج غير أساسي وتغير معامل استخدام منتج أساسي، ١٠ ـ زيادة المتاح من كمية مورد نادر ونقص المتاح من كمية مورد غير نادر.

السؤال الثاني:

برر لماذا تعتبر كل من العبارات التالية خطأ أو صواب فيها لا يزيد عن ثلاثة سطور لكل عبارة.

١ ـ يمكن أن تكون حالة تداخل النشاط في اتجاه واحد إذا كانت المنتجات السابقة تعتمد على المنتجات اللاحقة دون أن تعتمد المنتجات اللاحقة على السابقة.

٢ ـ يتم ايجاد مصفوفة الاستخدام الكلية من الموارد النادرة عن طريق ايجاد مقلوب مصفوفة الاستخدام المباشرة من هذه الموارد.

٣ - يتم تقييم الاستخدامات الوسيطة بتكلفتها المتغيرة في نموذج البرمجة الخطية إذا لم يتوافر لها سعر بيع تنافسي في السوق.

٤ - يختلف مفهوم الأرباح المباشرة عن مفهوم الأرباح المضافة في أن الأولى تمثل مقدار ثابت بالنسبة لوحدة المنتج بينما الثانية تتغير طبقاً لمسببات اضافتها.

٥ - يتضمن صف الاستخدامات الأخرى في جدول المستخدم والمنتج على مستوى الوحدة الاقتصادية استخدامات أخرى وسيطة بالاضافة إلى عوائد عوامل الانتاج المدفوعة والمسددة نقداً.

٦ - يتم التعبير عن كميات الموارد النادرة في نموذج المستخدم والمنتج بقيم نقدية تسهيلاً للعمليات الحسابية.

٧ - يعبر كل متغير عاطل في ثنائي مشكلة التدنية عن متغير زائد في أولى نفس المشكلة.

٨ - إذا كان المتغير العاطل في أولى التقصية ليس بين المتغيرات الأساسية في الحل الأمثل فإن المتغير الأصلي المقابل له في الثنائي يجب أن يكون هو الآخر بين المتغيرات غير الأساسية.

٩ - إذا لم تتفق علاقات التباين في القيود مع صيغة دالة الهدف، فإن هذا يعني أن المشكلة متحللة.

١٠ - يمكن أن يكون لمشكلة معينة حل ممكن وحيد في الأولى بينما لا يكون لها أي حل ممكن في الثنائي.

١١ - إذا كانت دالة الهدف في الأولى تتقهقر نحو قيمة أقل فهذا يعني اما أن دالة الهدف في الثنائي تتقدم نحو قيمة أعلى، أو أن المشكلة متحللة.

١٢ - يعتبر سعر الظل المحتسب لوحدة المورد النادر الحد الأدنى للتضحية التي يمكن أن نضحي بها في سبيل توفير وحدة اضافية من هذا المورد.

١٣ - يكون سعر الظل المحتسب لوحدة المورد النادر مساوياً للربحية المباشرة على وحدة الطاقة من هذا المورد كمركز اختناق، بصرف النظر عن تعدد مراكز الاختناق.

١٤ - تفيد الربحية المباشرة على وحدات الطاقة في مراكز الاختناق في تحديد تشكيلة الانتاج المثالية وخاصة إذا اختلفت هذه الربحية في مراكز الاختناق المختلفة.

١٥ - يترتب على تغير قيم المتغيرات الأساسية في الحل الأمثل في نموذج التدنية الأولى ضرورة تغير قيم المتغيرات الأساسية في الحل الأمثل للثنائي.

١٦ - تبدأ مشكلة التحلل في الظهور عندما يتخذ أحد المتغيرات الأساسية في الحل الأساسي قيمة سالبة.

١٧ - تؤدي الزيادة في ربحية المتغيرات غير الأساسية في دالة الهدف إلى عدم استمرار مثالية تشكيلة المتغيرات الأساسية.

١٨ - يمكن أن تتغير احتياجات المتغير الأساسي من الموارد النادرة في حدود معينة دون تغير في قيمة متغيرات الحل الأساسي الأمثل، بينما لا يمكن ذلك لو حدث أي تغير، ولو طفيف، في ربحية المتغير.

١٩ - ما دامت التغيرات التي تحدث في معاملات وثوابت نموذج البرمجة الخطية تحدث في الحدود الموضوعة لها من خلال تحليل الحساسية، فسوف تظل تشكيلة المتغيرات المثالية كما هي عليه بصرف النظر عما يحدث من هذه التغيرات.

٢٠ - تؤدي الزيادة في مورد نادر كان يمثل مركز اختناق لمنتج لم يتم انتاجه إلى إتاحة الفرصة لانتاج هذا المنتج.

ثانياً: التمارين:

التمرين الأول:

تقوم احدى الشركات بانتاج أربعة منتجات تحتاج الوحدة من المنتج الثالث إلى ٢ وحدة من المنتج الأول و٦ وحدة من المنتج الثاني، كما تحتاج الوحدة من المنتج الرابع إلى ٦ وحدة من المنتج الثاني و٢ وحدة من المنتج الثالث. ويتم انتاج كل منتج في خط انتاجي مستقل حيث تبلغ طاقة خط انتاجي المنتج الأول ٦٠٠٠ وحدة والمنتج الثاني ١٦٠٠٠ وحدة والمنتج الثالث ٢٤٠٠ وحدة والمنتج الرابع ٨٠٠ وحدة. هذا ويمكن بيع كل من المنتجات الأربعة في السوق بربح مباشر للوحدة من كل منها يبلغ ٥، ٦، ١٠، ٤ جنيه على التوالي. غير أن كمية المبيعات المنتظرة من كل منتج ينتظر أن لا تزيد عن ٢٤٠٠ وحدة للمنتج الأول و١٤٠٠ وحدة للثاني، ١٠٠٠ وحدة للثالث، ٦٠٠ وحدة للرابع.

المطلوب:

(١) تحديد تشكيلة الانتاج المثالية، وحساب الانتاج الكلي المطلوب من كل منتج للوفاء بكل من الاستخدامات الوسيطة والطلب الخارجي المتوقع.

(٢) شرح الأرقام الظاهرة في صف المؤشرات في جدول الحل الأمثل رقماً رقماً.

(٣) بفرض زيادة طاقة خط انتاج $س_١$ بمقدار ٥٠٠ وحدة، فما هو أثر ذلك على الحل الأمثل.

(٤) بفرض انخفاض الربحية المباشرة على $س_٤$ الى جنيه واحد فهل يستمر انتاج هذا المنتج.

(٥) بفرض أنه يلزم لانتاج كل من المنتجات الأربعة عناصر تكلفة متغيرة كالآتي (بخلاف الاستخدامات الوسيطة بين المنتجات) (بالجنيه):

المنتج		الأول	الثاني	الثالث	الرابع
عنصر التكلفة:	مواد مباشرة	٢	$\frac{١}{٢}$	٠	١
	أجور مباشرة	١	$\frac{١}{٢}$	$\frac{١}{٢}$	$\frac{١}{٤}$
	م. صناعية متغيرة	٣	$\frac{١}{٤}$	$\frac{١}{٤}$	١

فما هو مقدار الميزانية التقديرية للاستخدامات من هذه العناصر واللازم لتحقيق برنامج الانتاج الأمثل.

التمرين الثاني:

تقوم احدى الشركات بانتاج ثلاثة منتجات تتداخل مع بعضها تبادلياً. وفيما يلي مصفوفة المبادلات في الاستخدامات الوسيطة بين المنتجات الثلاثة «بالجنيه».

	المستخدم في:	$س_١$	$س_٢$	$س_٣$
المنتج من:	$س_١$	٤٠٠	١٠٠٠	٠
	$س_٢$	٠	٢٠٠٠	٣٢٠
	$س_٣$	٦٠٠	٥٠٠	٤٨٠
الاستخدامات الأخرى		١٠٠٠	١٥٠٠	٨٠٠
		٢٠٠٠	٥٠٠٠	١٦٠٠

وتقوم الشركة بانتاج المنتجات الثلاثة باستخدام أربعة موارد مشتركة تظهر العلاقة الفنية بينها وبين المنتجات كالآتي:

	المنتج	$س_١$	$س_٢$	$س_٣$	المتاخ من المورد
المورد	الأول	٠	$\frac{١}{١٠}$	$\frac{٣}{١٠}$	١٥٤٠
	الثاني	$\frac{٢}{١٠}$	٠	$\frac{١}{١٠}$	٢٠٨٠
	الثالث	$\frac{١}{١٠}$	$\frac{١}{١٠}$	$\frac{١}{١٠}$	١٢٣٢
	الرابع	$\frac{٢}{١٠}$	$\frac{١}{١٠}$	٠	١٥٤٠

فإذا علمت أن الوحدة من المنتج الأول تحقق أرباحا مباشرة قـدرها ٢٠ جنيـه بينما الوحدة من الثاني تحقق ١٢ جنيـه ومن الثالث ١٦ جنيـه إذا ما تم بيعهـا في السوق.

المطلوب:

١ ـ ايجاد تشكيلة الانتاج المثالية للوفاء باحتياجات الاستخدام الداخلي وتقصية حصيلة الأرباح المباشرة.

٢ ـ اعداد جدول المستخدم والمنتج الناتج عما تقدم.

التمرين الثالث:

تقوم احدى الشركات بانتاج أربعة منتجات متداخلة يقل سعر بيع ثلاثة منها في السوق عن تكلفته المتغيرة ويحقق منتجاً واحداً أرباحاً مبـاشرة قدرهـا ٦ جنيه للوحدة. وفيما يلي نموذج البرمجة الخطية لهذه الشركة:

تقصية: − ٢ س$_{1}$ + ٦ س$_{2}$ − ٤ س$_{3}$ − ٤ س$_{4}$

في ظل: ٦ س$_{1}$ − ٢ س$_{2}$ + ٢ س$_{3}$ + ٤ س$_{4}$ ≥ ٢٨٠ المورد الأول.

− ٤ س$_{1}$ + ٨ س$_{2}$ − ٢ س$_{3}$ ≥ ٤٨٠ المورد الثاني.

− ٤ س$_{1}$ + ٦ س$_{2}$ − ٢ س$_{3}$ + ٥ س$_{4}$ ≥ ٤٠٠ المورد الثالث

كل س$_{و}$ ≥ صفر.

المطلوب:

١ ـ هل تعتقد (دون حل المشكلة) أنه يجب عـلى الشركة أن تقتصر عـلى انتاج س$_{2}$؟ ولماذا؟

٢ ـ قم بحل المشكلة بطريقة السمبلكس وحدد تشكيلة الانتاج المثالية.

٣ ـ برر لماذا لم تقتصر الشركة على انتـاج س$_{2}$ بالـرغم من انخفاض سعـر بيع المنتجات الأخرى عن تكلفتها المتغيرة.

٤ - ما هي العلاقة التي تعتقد أنها قائمة بين كل من الموارد الثلاثة والمنتجات الأربعة.

٥ - قم بتحديد مديات التغير في ربحية كل من المنتجات الأربعة والتي لا تؤدي إلى تغيير تشكيلة الانتاج المثالية.

٦ - قم بتحويل جدول الحل الأمثل إلى صيغة الحل الأمثل للنموذج الثنائي.

٧ - عن طريق الشرح المقارن لدلالة الأرقام في صف المؤشرات والعمود [ب] قارن بين الجدولين مستعيناً بمعاملات الاحلال الحدي.

التمرين الرابع:

تقدمت لشغل أحد الوظائف، فقدم لك مدير الموازنة المشكلة التالية:

تقصية: − ٢ س$_1$ + ١٨ س$_2$ + ع$_3$ س$_3$ + ع$_4$ س$_4$

في ظل: ٢ س$_1$ + ٤ س$_2$ + ٦ س$_3$ + ٨ س$_4$ ≤ ٦٠

− ٩ س$_1$ + ١٢ س$_2$ − ١٥ س$_3$ − ١٨ س$_4$ ≤ ٣٠

كل س$_j$ ≥ صفر.

وقد أخبرك المدير أن ربحية س$_3$، س$_4$ تعتبر سراً من أسرار الشركة، وأنه قد قام بحل هذه المشكلة ووجد أن الحل الأمثل يضم س$_1$، س$_2$ فقط في تشكيلة الانتاج المثالية وقد طلب منك على سبيل الاختبار: (١) تحديد الحل الأمثل الذي توصل إليه. (٢) صياغة النموذج الثنائي وتحديد قيم متغيراته. (٣) تحديد أكبر قيمة لكل من ع$_3$، ع$_4$ والتي يظل في ظلهما الحل الأساسي الأمثل يقتصر على انتاج س$_1$ و س$_2$.

التمرين الخامس:

فيما يلي النموذج الأولي لتقصية حصيلة الأرباح لاحدى الشركات التي تستطيع انتاج أربعة منتجات بموردين:

تقصية: $2\text{س}_1 + \text{صفر}\,\text{س}_2 - 5\text{س}_3 + 2\text{س}_4$

في ظل: $2\text{س}_1 + 2\text{س}_2 - \text{س}_3 \leq 48$.

$-4\text{س}_1 - 10\text{س}_2 + 4\text{س}_3 + 2\text{س}_4 \leq 36$

$\text{س}_1 ، \text{س}_2 ، \text{س}_3 ، \text{س}_4 \geq \text{صفر}$

المطلوب:

(١) قم بصياغة النموذج الثنائي لهذه المشكلة. (٢) قم بوضع الأولى والثنائي في صيغة جدول الحل الأساسي الأول، وقارن بين الصيغتين من جميع النواحي. (٣) قم بحل النموذج الثنائي بقواعد واجراءات التدنية. (٤) قم بصياغة جدول الحل الأمثل للأولى من واقع جدول الحل الأمثل للثنائي وقارن بين الجدولين من جميع النواحي، (٥) قم بتحليل حساسية معاملات دالة الهدف للتغيرات، (٦) بفرض أن معامل س_1 قد ازداد إلى ٤ وحدات من المورد الأول بدلاً من وحدتين، فما هو أثر ذلك على الحل الأمثل، (٧) بفرض أن معامل س_1 من المورد الثاني قد ازداد إلى ٢ (بدلاً من −٤) فما هو أثر ذلك على الحل الأمثل، (٨) قم بتحديد مديات التغيرات في ثوابت القيود (العمود [ب]) والتي لا تؤدي إلى اخراج أي من متغيرات الحل الأساسي الأمثل.

التمرين السادس:

فيما يلي نموذج البرمجة الخطية الخاص بإحدى الشركات الصناعية:

تدنية: $600\text{ص}_1 + 300\text{ص}_1 + 600\text{ص}_3$

في ظل: $\text{ص}_1 + 2\text{ص}_3 \geq 3$

$2\text{ص}_1 + \text{ص}_2 \geq 5$

$\text{ص}_1 + 2\text{ص}_2 + \text{ص}_3 \geq 4$

$\text{ص}_2 + 4\text{ص}_3 \geq 2$

$2\text{ص}_1 + \text{ص}_3 \geq 5$

كل $\text{ص}_ر \geq$ صفر.

المطلوب:

(١) حل النموذج الثنائي لهذه المشكلة بطريقة السمبلكس وابداء ملاحظاتك عليه. (٢) تحديد مديات التغير في ربحية المنتجات (في النموذج الثنائي) والتي لا تؤثر في الحل الأمثل. (٣) بفرض أن الكمية المتاحة من المورد الثالث قد ازدادت إلى ١٥٠٠ وحدة فما هو أثر ذلك على تشكيلة المتغيرات المثالية، (٤) بفرض أن القيدان التاليان قد تم اضافتهما إلى ثنائي المشكلة الأصلية:

$$س_١ = ١٠$$

$$س_٢ \geqslant ٥٠$$

فما هو الحل الأمثل للمشكلة في هذه الحالة.

الفصل الثالث عشر
في
طرق التوزيع

DISTRIBUTION METHODS

١ ـ مقدمة:

تعتبر المحاولة العلمية التي نشرها فرانك هتشكوك سنة ١٩٤١ لوضع نموذج مشكلة التوزيع (أو كما تسمى أيضاً مشكلة النقل Transportation problem) وحلها من أولى المحاولات العلمية التي أسهمت في ارساء قواعد طرق التوزيع عموماً. ثم أدت الحرب العالمية الثانية بعد ذلك إلى توجيه العناية الكافية لدراسة بحوث العمليات عموماً Operations Research وإرساء أسس البرمجة الخطية خصوصاً. وفي سنة ١٩٥١ حدث تقدم كبير في وسائل البرمجة الخطية بصفة عامة وكان الفضل في ذلك يرجع أساساً إلى دانتزج Dantzig وكوبمانز Koopmans وخاصة لما أسهما به من نماذج لحل مشكلة التوزيع. غير أن النماذج التي كانت متوفرة لمشكلة التوزيع حتى ذلك الحين لم تكن سهلة الاستيعاب على العقلية غير الرياضية، مما أدى إلى محاولة إعادة صياغة المشكلة بطريقة يسهل معها استيعابها واستخدامها بدون الحاجة إلى التعمق في الدراسات الرياضية المتخصصة.

وكانت محاولة كوبر Cooper وكارنس Charnes سنة ١٩٥٣ لوضع نموذج مشكلة التوزيع في صورة مبسطة أولى المحاولات المثمرة في هذا المجال حيث توصلا إلى ما يسمى بطريقة «الحجر المنقل Stepping Stone» المشهورة. ثم قام فرجيسون Ferguson بتهذيب طريقة الحجر المتنقل سنة ١٩٥٥ لتصبح ما يسمى بطريقة التوزيع المعدلة Modified Distribution Method . وفي أواخر نفس العام

ظهر ما يسمى بطريقة فوجل التقريبية Vogel's Approximation Method التي تعتبر في واقع الأمر طريقة مساعدة لإحدى الطريقتين السابقتين في حل مشاكل التوزيع.

وتعتبر مشكلة التوزيع حالة خاصة من حالات نموذج البرمجة الخطية. وسوف نعرض الطريقة في هذا الفصل بالصورة التي يمكن بها استيعاب الطرق الخاصة لحلها تاركين صياغتها في صورة مشكلة برمجة خطية لنهاية الفصل.

٢ ـ مشكلة نمطية:

تصور أحد شركات النسيج التي تمتلك ثلاثة مصانع تقع في مراكز جغرافية مختلفة وذات طاقات انتاجية مختلفة، وتنتج جميعاً منتج نمطي كالآتي:

مصنع باركوس	٣٠٠	طن
مصنع فارسكور	٢٥٠	طن
مصنع المحلة الكبرى	٦٠٠	طن
إجمالي الطاقة	١١٥٠	طن

تصور أيضاً أن هذه الشركة تقوم بتوزيع إنتاجها في أربع مدن رئيسية كالآتي:

القاهرة	٣٥٠	طن
الاسكندرية	٣٥٠	طن
أسيوط	٢٠٠	طن
السويس	٢٥٠	طن

حيث يباع المنتج بنفس السعر في كل الجهات.

وبفرض أن مصاريف النقل من المصدر (م) إلى مركز التوزيع (ن) كانت كالآتي للطن بالجنيه:

مركز التوزيع	القاهرة	اسكندرية	أسيوط	السويس
المصدر: باكوس	٤	١	٦	٥
فارسكور	٣	٧	٢	٦
المحلة	٣	٣	٥	٤

وحيث أن سعر بيع المنتج واحد في مراكز التوزيع المختلفة فإنه يترتب على ذلك أن تخفيض تكاليف نقل المنتجات من مراكز الانتاج إلى مراكز التوزيع يترتب عليه حتماً زيادة الأرباح بمقدار الانخفاض في تكلفة النقل. لاحظ أن اجمالي الطلب على المنتج في مراكز التوزيع الأربعة يساوي اجمالي العرض الذي تسمح به حدود طاقة المصانع الثلاثة.

ولنفرض الآن أننا قمنا بتخصيص إنتاج المصانع الثلاثة إلى مراكز التوزيع الأربعة كالآتي:

مـن	إلـى	عدد الوحدات	تكلفة نقل الوحدة	تكلفة النقل
باكوس	الاسكندرية	٣٠٠	١	٣٠٠
المحلة	الاسكندرية	٥٠	٣	١٥٠
المحلة	القاهـرة	٣٥٠	٣	١٠٥٠
المحلة	السويـس	٢٠٠	٤	٨٠٠
فارسكور	السويـس	٥٠	٦	٣٠٠

فارسكور	أسيـــوط	٢٠٠	٢	٤٠٠
	المجموع	١١٥٠		٣٠٠٠

ويؤدي ذلك إلى الوفاء بكل الطلب مقابل تكلفة نقل قدرها ٣٠٠٠ جم.

ولنفرض الآن أننا قمنا بتخصيص إنتاج المصانع الثلاثة إلى مراكز التوزيع وأرسلنا ٣٤٩ وحدة من المحلة إلى القاهرة ثم أرسلنا ٢٠١ وحدة من المحلة إلى السويس ووحدة واحدة من فارسكور إلى القاهرة. وسيترتب على ذلك أن التوزيع والتكلفة تصبح كالآتي:

مـــن		عدد الوحدات	تكلفة نقل الوحدة	تكلفة النقل
باكوس	الاسكندرية	٣٠٠	١	٣٠٠
المحلة	الاسكندرية	٥٠	٣	١٥٠
المحلة	القـاهـرة	٣٤٩	٣	١٠٤٧
المحلة	السويـس	٢٠١	٤	٨٠٤
فارسكور	السويـس	٤٩	٦	٢٩٤
فارسكور	أسيـوط	٢٠٠	٢	٤٠٠
فارسكور	القـاهـرة	١	٣	٣
	المجموع	١١٥٠		٢٩٩٨

ومن الواضح أنه قد ترتب على ذلك انخفاض تكلفة النقل بمقدار ٢ جنيه نتيجة تحويل وحدة إضافية من المحلة إلى السويس بدلاً من إرسالها للقاهرة وإرسال وحدة من فارسكور للقاهرة بدلاً منها.

افترض الآن أننا غيرنا التوزيع ليصبح كالآتي:

مـن	إلـى	عدد الوحدات	تكلفة نقل الوحدة	تكلفة النقل
باكوس	الاسكندرية	٣٠٠	١	٣٠٠
المحلة	الاسكندرية	٥٠	٣	١٥٠
المحلة	القـاهـرة	٣٠٠	٣	٩٠٠
المحلة	السويـس	٢٥٠	٤	١٠٠٠
فارسكور	القـاهـرة	٥٠	٣	١٥٠
فارسكور	أسيـوط	٢٠٠	٢	٤٠٠
	المجموع	١١٥٠		٢٩٠٠

يترتب على ذلك انخفاض التكلفة بمقدار ٩٨ جنيه وهي تعادل النقص في التكلفة المترتب على شحن ٤٩ وحدة من فارسكور إلى القاهرة بدلاً من شحنها من فارسكور إلى السويس وشحن ٤٩ وحدة من المحلة إلى السويس بدلاً من شحنها إلى القاهرة.

	جنيه
فشحن وحدة من فارسكور إلى القاهرة يؤدي إلى زيـادة التكلفـة بمقـدار	٣
وكما يؤدي عدم شحن نفس الوحدة إلى السويس إلى نقص التكلفة بمقـدار	(٦)
ولكن ذلك سيؤدي إلى ضرورة إرسال وحدة من المحلة للسويس وتكلفتها	٤
ويؤدي عدم شحن نفس الوحدة إلى القاهـرة إلى نقـص التكلفـة بمقـدار	(٣)
فيكـون الوفـر في التكـاليـف الذي يمكـن تحقيقـه مـن وراء ذلـك	(٢)

وحيث أن عدد الوحدات التي يمكن تحويلها من فارسكور إلى القاهرة بدلاً من

إرسالها للسويس هو ٤٩ وحدة فإن إجمالي الوفورات في التكلفة الناتج عن هذا التحويل يكون ٤٩ × ٢ = ٩٨ جنيه.

ولنحاول الآن وضع الخطوات التي اتخذناها في صورة روتينية.

٢ ـ ١ ـ التوزيع الحكمي الأول وطريقة الحجر المتنقل:

سنحاول الآن التوصل إلى التوزيع الأمثل لمصادر العرض المختلفة على مراكز الطلب المختلفة بحيث ينتج أقل التكاليف الممكنة عن طريق إتباع الحجر المتنقل. وفي أثناء متابعتنا لخطوات الحل سنعرف لماذا سميت الطريقة بهذا الاسم.

الخطوة الأولى ـ وضع التوزيع في صورة جدول وإجراء التوزيع المبدئي:

دعنا نلخص البيانات المتعلقة بهذه المشكلة في صورة جدول كالمبين بالجدول (٤ ـ ١).

جدول (٤ ـ ١)

بيانات المشكلة

من / إلى	القاهرة	الاسكندرية	أسيوط	السويس	العرض
باكوس	٤	١	٦	٥	٣٠٠
فارسكور	٣	٧	٢	٦	٢٥٠
المحلة	٣	٣	٥	٤	٦٠٠
الطلب	٣٥٠	٣٥٠	٢٠٠	٢٥٠	١١٥٠

لاحظ أن كل صف من الصفوف يخص مصدراً من مصادر العرض (المصانع المختلفة) وأن كل عمود من الأعمدة يخص مركزاً من مراكز الطلب (المدن المختلفة). لاحظ أيضاً أن العمود الأخير يبين اجمالي الكميات المعروضة على

حسب مصادرها ، وأن الصف الأخير يبين اجمالي الكميات المطلوبة على حسب حاجة مراكز الطلب المختلفة منها . وأهم من ذلك كله لاحظ ضرورة تساوي العرض الاجمالي مع الطلب الاجمالي (مجموع الطلب = مجموع العرض = ١١٥٠ طن) . وسنطلق على ضرورة تساوي اجمالي العرض مع اجمالي الطلب :

شرط التوازن : ويجب أن يتحقق هذا الشرط في أي مشكلة توزيع قبل اتخاذ اي خطوة أخرى كما سنرى فيما بعد .

لاحظ أن الجدول يخصص خلية (خانة) لأظهار العلاقة بين كل مصدر من مصادر العرض وكل مركز من مراكز الطلب . هذا وقد قمنا باستغلال هذه الخلايا لإظهار تكلفة نقل الطن من مصدر العرض إلى مقر الطلب (الأرقام الظاهرة في المربعات الصغرى في الركن الشمالي الشرقي لكل خلية) وذلك بإشارة سالبة لأن التكلفة تعبر في واقع الأمر عن أرباح سالبة . أي أن زيادة التكلفة يماثل الانخفاض في الأرباح والعكس . وذلك سوف يمكننا في الواقع من استخدام نفس الروتين سواء كان الهدف هو خفض التكاليف أو زيادة الأرباح .

أما وقد نظمنا بياناتنا في الجدول رقم (٤ ـ ١) واتفقنا أن الصفوف تمثل مصادر العرض والأعمدة تمثل مقار الطلب ، وأن شرط التوازن متوفر ، وأن التكلفة (أو الأرباح) توضع في مربعات صغرى في الركن الشمالي الشرقي من كل خلية ، فإننا يمكن أن نبدأ في توزيع الكميات المتاحة في كل مصدر من مصادر العرض على مراكز الطلب المختلفة . والواقع أنه يمكن إجراء هذا التوزيع المبدئي بأي طريقة تحلو لنا بشرط عدم الخروج على طاقة مصادر العرض المختلفة وعدم تخصيص أي كمية زائدة لأي مركز من مراكز الطلب ـ بمعنى أن مجاميع الصفوف (في عمود العرض) ومجاميع الأعمدة (في صف الطلب) لا بد وأن تظل كما هي بدون تغيير .

ولنفرض الآن أننا اتبعنا الروتين الآتي في إجراء التوزيع المبدئي :

نبدأ من أقصى الشمال الشرقي للجدول ، ونحاول استيفاء حاجة مراكز الطلب

أولاً بأول، وبحيث أن لا نتخطى أي مركز من مراكز الطلب دون الوفاء باحتياجاته كاملة، وبحيث أن لا نتخطى أي مصدر من مصادر العرض دون أن نخصص إمكانياته كاملة.

فمثلاً إذا بدأنا بالقاهرة وباكوس، نجد أن احتياجات القاهرة ٣٥٠ وحدة بينما طاقة باكوس ٣٠٠ وحدة فنقوم بتخصيص طاقة باكوس إلى القاهرة. ولكن قبل أن ننتقل للوفاء باحتياجات الاسكندرية يجب أن نفي بباقي احتياجات القاهرة أولاً (٥٠ وحدة) ويتم ذلك عن طريقة تخصيص ٥٠ وحدة من إنتاج فارسكور (المصدر التالي في الترتيب المبين في الجدول) للقاهرة. وقبل أن ننتقل إلى المحلة يجب أن نقوم بتخصيص باقي طاقة فارسكور أولاً ويتم ذلك عن طريق تخصيص ٢٠٠ وحدة الباقية إلى الاسكندرية ثم نستوفي باقي احتياجات اسكندرية من المحلة... وهكذا. وتسمى هذه الطريقة بطريقة **الركن الشمالي الشرقي** لإجراء التوزيع الحكمي الأول (أو التوزيع المبدئي).

فإذا ما اتبعنا هذه القواعد فيما يتعلق بالجدول (٤ ـ ١) لحصلنا على الجدول (٤ ـ ٢) الآتي:

جدول (٤ ـ ٢)

التوزيع الحكمي الأول طبقاً لطريقة الركن الشمالي الشرقي

من / إلى	القاهرة	الاسكندرية	أسيوط	السويس	العرض
باكوس	٤ ـ / ٣٠٠ (−)	١ ـ (+)	٦ ـ	٥ ـ	٣٠٠
فارسكور	٣ ـ / ١٥٠ (+)	٧ ـ / ٢٠٠ (−)	٢ ـ	٦ ـ	٢٥٠
المحلة	٣ ـ	٣ ـ / ١٥٠	٥ ـ / ٢٠٠	٤ ـ / ٢٥٠	٦٠٠
الطلب	٣٥٠	٣٥٠	٢٠٠	٢٥٠	١١٥٠

ولنرمز لكل خلية في الجدول بالرمز (س) ونحدد موقعها فيه عن طريق رقمين يبين الأول منها رقم الصف التي تقع فيه الخلية والثاني منها رقم العمود التي تقع فيه. فمثلاً الخلية ($س_{٣٢}$) هي التي تقع في الصف الثاني (فارسكور) والغمود الثالث (أسيوط).

ولنرمز أيضاً لتكلفة نقل الوحدة من أي مصدر عرض إلى أي مركز طلب بالرمز (ت) ثم نحدد موقعها في الخلية أيضاً عن طريق رقمين يبين الأول رقم الصف والثاني رقم العمود. فمثلاً ($ت_{٣٤}$) تمثل تكلفة النقل من المصدر في الصف الثالث (المحلة) إلى مقر الطلب في العمود الرابع (السويس). وفي هذه الحالة $ت_{٣٤}$ = ٤ جنيه.

ولنعود إلى الجدول رقم (٤ـ٢). فقد قمنا بتوزيع الكميات المتاحة في مصادر العرض على مراكز الطلب المختلفة عن طريق ما سميناه بطريقة الركن الشمالي الشرق. ولنحاول الآن احتساب تكلفة هذا البرنامج للتوزيع كالآتي:

مـن	إلـى	عدد الوحدات	تكلفة نقل الوحدة	تكلفة النقل
باكوس	القاهرة	٣٠٠	٤	١٢٠٠
فارسكور	القاهرة	٥٠	٣	١٥٠
فارسكور	الاسكندرية	٢٠٠	٧	١٤٠٠
المحلة	الاسكندرية	١٥٠	٣	٤٥٠
المحلة	أسيوط	٢٠٠	٥	١٠٠٠
المحلة	السويس	٢٥٠	٤	١٠٠٠
	المجموع	١١٥٠		٥٢٠٠

ولا شك أن هذا البرنامج يعتبر مكلف جداً بالنسبة للبرنامج الذي توصلنا

إليه في البند السابق عن طريق التوزيع المباشر والتي بلغت تكلفته ٢٩٠٠ جم.

الخطوة الثانية: تقويم الخلايا غير المستغلة على طريقة الحجر المتنقل:

افترض أننا نرغب في اختبار أثر نقل وحدة واحدة من باكوس إلى الاسكندرية بدلا من نقلها إلى القاهرة على تكلفة برنامج النقل السابقة. فبنفس الطريقة التي توصلنا إليها في أواخر البند السابق نقوم بالآتي:

(١) نقل وحدة من باكوس إلى الاسكندرية يكلف ١ جم كما يترتب عليه نقص التكلفة بمقدار ٤ جنيه.

(٢) ولكن ذلك سيؤدي إلى زيادة الكمية المرسلة إلى الاسكندرية عن الكمية المرغوبة بمقدار وحدة واحدة. كما سيؤدي إلى نقص الكمية المرسلة إلى القاهرة عن الكمية المرغوبة بمقدار وحدة واحدة.

(٣) ولا بد لتسوية هذه الاختلافات من وجود مصد مشترك بين الاسكندرية والقاهرة والمصدر المشترك في هذه الحالة هو فارسكور.

(٤) فإذا أرسلنا وحدة زيادة من فارسكور إلى القاهرة (ليصبح عدد الوحدات ٥١) وخفضنا وحدة من الكميات المرسلة من فارسكور إلى الاسكندرية (ليصبح عدد الوحدات ١٩٩) لترتب على ذلك توازن الطلب مع العرض في كل أجزاء النموذج.

(٥) ولكن إرسال وحدة من فارسكور إلى القاهرة يكلف ٣ جم ويترتب عليه نقص في التكلفة بمقدار ٧ جم.

(٦) ويترتب على ذلك أن مجموع التغير في التكلفة لهذا الروتين يكون:

+	وحدة من باكوس إلى الاسكندرية	١ جم
-	وحدة من باكوس إلى القاهرة	(٤)
+	وحدة من فارسكور إلى القاهرة	٣
-	وحدة من فارسكور إلى الاسكندرية	(٧)

الخفض في التكلفة (الزيادة في الأرباح) (٧) جم

(٧) وتكون (٦) في صورة جبرية كالآتي:

+ س $_{٢١}$ يترتب عليها	+ ت $_{٢١}$	=	١ جم
− س $_{١١}$ يترتب عليها	− ت $_{١١}$	=	−٤
+ س $_{١٢}$ يترتب عليها	+ ت $_{١٢}$	=	٣
− س $_{٢٢}$ يترتب عليها	− ت $_{٢٢}$	=	−٧
	ت$^{*}_{٢١}$	=	−٧ جم

(٨) أي أن المسار + ت $_{٢١}$ ← − ت $_{١١}$ ← + ت $_{١٢}$ ← − ت $_{٢٢}$ = −٧ جم.
وهو المسار الموضح في الجدول (٤ ـ ٢) حيث يلاحظ وجود نوعين من الأسهم:

الأسهم المتصلة: وتعني إمكانية نقل وحدة من مصدر معين إلى مقر طلب آخر بدلا من نقلها من نفس المصدر إلى مقر الطلب الأول.

الأسهم المتقطعة: وتعني ضرورة استيفاء النقص (أو الزيادة) في الخلية على رأس السهم عن طريق زيادة (أو نقص) عدد الوحدات الموجودة في الخلية على ذيل السهم. وبالتالي فلا يمكن نقل كميات من نفس المصدر إلى خلايا مختلفة في نفس العمود (لا يمكن النقل من فارسكور إلى باكوس مثلاً أو بالعكس).

(٩) وبإتباع الطريقة المبينة في كل من (٦) أو (٧) يمكن تقويم باقي الخلايا الغير مستعملة في الجدول كالآتي:

ت$^{*}_{٣١}$ = + ت $_{٣١}$ − ت $_{٣٣}$ + ت $_{٢٣}$ − ت $_{٢٢}$ + ت $_{١٢}$ − ت $_{١١}$

٦ − ٥ + ٣ − ٧ + ٣ − ٤ = − ٤ جم (نقص في التكلفة)

لاحظ أنه لتقويم أحد الخلايا غير المستغلة فإن مسار التقويم لا يمكن أن يستخدم أي من الخلايا غير المستغلة الأخرى. وتسمى الخلايا غير المستغلة بالخلايا المائية بينما الخلايا المستغلة تعتبر بمثابة خلايا جافة (أو فيها أحجار يمكن

الوقوف عليها ومن ثم سميت الطريقة بطريقة الحجر المتنقل). ويلزم لتقويم أي خلية مائية استعمال الخلايا الجافة فقط عن طريق التنقل من خلية جافة إلى أخرى (من حجر إلى آخر). ويترتب على ذلك أنه لا يمكن أن يتم تقويم أي خلية مائية إلاّ عن طريق إتباع مسار واحد فقط. لاحظ أيضاً أن تغير الاتجاه في المسار لا يمكن أن يتم إلاّ على شكل زاوية قائمة، أي أن اتجاهات المسار يجب أن تقتصر على الاتجاهات الأفقية والرأسية كوسيلة للربط بين أحد الخلايا المائية وباقي الخلايا الحجرية. (ويلزم في الواقع توافر شرطاً آخر لإمكانية توافر مسار تقويم واحد لكل خلية مائية، وسنتناوله بالشرح فيما بعد) ولنعود الآن لتقويم باقي الخلايا المائية:

$ت^{*}_{٤١} = + ت_{٤١} - ت_{٤٣} + ت_{٢٣} - ت_{٢٢} + ت_{١٢} - ت_{١١}$

= ٥ − ٤ + ٣ − ٧ + ٣ − ٤ = − ٤ جم

$ت^{*}_{٣٢} = + ت_{٣٢} - ت_{٣٣} + ت_{٢٣} - ت_{٢٢}$

= ٢ − ٥ + ٣ − ٧ = − ٧ جم

$ت^{*}_{٤٢} = + ت_{٤٢} - ت_{٤٣} + ت_{٢٣} - ت_{٢٢}$

= + ٦ − ٤ + ٣ − ٧ = − ٢ جم

$ت^{*}_{١٣} = + ت_{١٣} - ت_{١٢} + ت_{٢٢} - ت_{٢٣}$

= + ٣ − ٣ + ٧ − ٣ = + ٤ جم

لاحظ أنه لإمكانية وجود مسار واحد لتقويم الخلايا غير المستغلة فانه يجب أن يكون:

عدد الخلايا المستغلة = [(عدد الصفوف + عدد الأعمدة) − ١]

فإذا كان عدد الصفوف (م) وعدد الأعمدة (ن) فإن عدد الخلايا المستغلة يجب أن يساوي (م + ن − ١). ويسمى هذا الشرط بشرط عدم تحلل المشكلة أو عدم سيرها في حلقة مفرغة Non - degeneracy condition . وسنتعرض له بتفصيل

أكبر فيما بعد. (المشكلة الحالية: عدد الصفوف ٣ وعدد الأعمدة ٤ والخلايا المستغلة عددها ٦).

الخطوة الثالثة: تعديل التوزيع بنتائج تقويم الخلايا غير المستغلة:

لنعيد تصوير الجدول رقم (٤ ـ ٢) بحيث نظهر تقويم الخلايا غير المستعملة كما يظهر في الجدول رقم (٤ ـ ٣).

ويلاحظ من الجدول أننا وضعنا تقويم الخلايا غير المستغلة في دوائر في الركن الجنوبي الغربي لكل خلية غير مستعملة.

جدول رقم (٤ ـ ٣)

التوزيع الحكمي الأول مع تقويم الخلايا غير المستغلة

من / إلى	القاهرة	الاسكندرية	أسيوط	السويس	العرض
باكوس	[-٤] ٣٠٠	[-١] (-٧)	[-٦] (-٤)	[-٥] (-٤)	٣٠٠
فارسكور	[-٣] ٥٠	[-٧] ٢٠٠	[-٢] (-٧)	[-٦] (-٢)	٢٥٠
المحلة	[-٣] (+٤)	[-٣] ١٥٠	[-٥] ٢٠٠	[-٤] ٢٥٠	٦٠٠
الطلب	٣٥٠	٣٥٠	٢٠٠	٢٥٠	١١٥٠

ولا شك أننا كنا نهدف من تقويم الخلايا (غير المستغلة) إلى اختبار إمكانية تحسين برنامج التوزيع بما يؤدي إلى تحقيق وفورات في التكاليف. فإذا ما عرفنا أن شرط عدم التحلل يلزمنا باستخدام خلية واحدة غير مستغلة في الجولة الواحدة فإنه يصبح من المفضل أن نختار من بين الخلايا غير المستغلة تلك التي تحقق أكبر وفورات في التكاليف (أي تلك التي تكون نتيجة تقويمها أكبر قيمة مطلقة بإشارة سالبة). وفي المثال تحت البحث نجد أن هناك خليتان هما $س_{٢١}$،

$س_{٣٢}$ يؤدي استخدام كل منها إلى نفس الخفض في التكلفة لكل وحدة من الـوحدات التي يمكن نقلها خلال هذه الخلية (-٧ لكل منها). ولا شك أنه في هـذه الحالـة يمكن اختيار أيهما. ولكن ما هو الحد الأقصى لعدد الـوحدات التي يمكن نقلهـا خلال الخليـة المختارة؟

لنضع مسار تقويم الخلية المختارة (أما $س_{٢١}$ أ ، $س_{٣٢}$) ثم الكميات الموجودة حالياً في كل خلية من خلايا المسار كالآتي: (سنختار $س_{٢١}$):

مسار $س_{٢١}$	=	+ $س_{٢١}$	− $س_{١١}$	+ $س_{١٢}$	− $س_{٢٢}$
الكميات الموجودة	=	صفر	٣٠٠	٥٠	٢٠٠

لاحظ أن المسار لا بد وأن يتكون من عدد زوجي من الخلايا (في هذه الحالة ٤) وأن نصف هذا العدد تسبقه إشارة موجبة بينما النصف الآخر تسبقه إشارة سالبة. ويطلق على الخلايا الموجبة في المسار «الأركان الموجبة» كما يطلق على الخلايا السالبة «الأركان السالبة».

ويتحدد الحد الأقصى للوحـدات التي يمكـن نقلهـا خلال الخليـة غيـر المستغلةوالمرغوب استغلالها، بأقل الوحدات الموجودة في كل من الأركان السالبة (وهي في هذه الحالة ٢٠٠ وحدة الموجودة في الخلية $س_{٢٢}$).

ويترتب على ذلك أن إعادة التوزيع يجب أن تكون كالآتي:

انقل ٢٠٠ وحدة من $س_{١١}$ إلى $س_{٢١}$ ثم انقل ٢٠٠ وحدة من $س_{٢٢}$ إلى $س_{١٢}$ ، وإذا ما نفذنا ذلك يصبح التوزيع الجديد كالمبين في الجدول رقم (٤ ـ ٤) ويقتضي البرنامج الجديد أن يكون التوزيع والتكلفة كالآتي:

(١)	(٢)	التكلفة (١) × (٢)
$س_{١١}$ = ١٠٠	$ت_{١١}$ = ٤	٤٠٠
$س_{٢١}$ = ٢٠٠	$ت_{٢١}$ = ١	٢٠٠

$س_{١٢}$ = ٢٥٠ $ت_{١٢}$ = ٣   ٧٥٠

$س_{٢٣}$ = ١٥٠ $ت_{٢٣}$ = ٣   ٤٥٠

$س_{٣٣}$ = ٢٠٠ $ت_{٣٣}$ = ٥   ١٠٠٠

$س_{٤٣}$ = ٢٥٠ $ت_{٤٣}$ = ٤   ١٠٠٠

٣٨٠٠ جم

جدول رقم (٤ ـ ٤)

جدول التـوزيـع الثـاني

من / إلى	القـاهـرة	الاسكندرية	أسيـوط	السويس	العرض
باكوس	[٤–] ١٠٠	[١–] ٢٠٠	[٦–] ٣+	[٥–] ٣+	٣٠٠
فارسكور	[٣–] ٢٥٠	[٧–] ٧+	[٢–] صفر	[٦–] ٥+	٢٥٠
المحلـة	[٣–] ٣–	[٣–] ١٥٠	[٥–] ٢٠٠	[٤–] ٢٥٠	٦٠٠
الطلب	٣٥٠	٣٥٠	٢٠٠	٢٥٠	١١٥٠

لاحظ أن الوفورات الناتجة من هذا التعديل والبالغ قدرها ١٤٠٠ جم تساوي عدد الوحدات المنقولة خلال الخلية $س_{٢١}$ مضروباً في الوفر الناتج عن نقل وحدة واحدة خلال $س_{٢١}$ ، أي = ٢٠٠ × –٧ = –١٤٠٠ = التخفيض في التكاليف.

الخطوة الرابعة: كرر الخطوات الثانية والثالثة إلى أن تصل إلى برنامج التوزيع الأمثل:

تتكرر كل من الخطوتين السابقتين حتى نصل إلى نقطة يصبح فيها تقويم كل الخلايا غير المستغلة أرقاماً موجبة، بمعنى عدم إمكانيـة تحقيـق أي وفـورات في التكاليف بإجراء أي تغيير في برنامج النقل. فوجود رقم سالب يمثل تقويم أحد الخلايا غير المستغلة يعني أن استغلال هذه الخلية سوف يؤدي إلى تحقيق تخفض في

التكاليف يساوي هذا الرقم مضروباً في عدد الوحدات التي يمكن أن يتم نقلها خلالها. أما وجود رقم موجب في أي خلية غير مستغلة فيعني أن استغلال هذه الخلية سيؤدي إلى زيادة التكاليف بمقدار هذا الرقم مضروباً في عدد الوحدات التي يتم نقلها خلالها.

ولنقوم الآن الخلايا غير المستغلة في الجدول (٤ ـ ٤).

$$ت^*_{٣١} = ت_{٣١} - ت_{٣٣} + ت_{٢٣} + ت_{٢١} = +٦ - ٥ + ٣ - ١ = +٣ \text{جم}$$

$$ت^*_{٤١} = ت_{٤١} - ت_{٤٣} + ت_{٢٣} - ت_{٢١} = ٥ - ٤ + ٣ - ١ = +٣ \text{جم}$$

$$ت^*_{٢٢} = ت_{٢٢} - ت_{١٢} + ت_{١١} - ت_{٢١} = +٧ - ٣ + ٤ - ١ = +٧ \text{جم}$$

$$ت^*_{٣٢} = ت_{٣٢} - ت_{١٢} + ت_{١١} - ت_{٢١} + ت_{٢٣} - ت_{٣٣}$$

$$= +٢ - ٣ + ٤ - ١ + ٣ - ٥ \quad = \text{صفر}$$

$$ت^*_{٤٢} = ت_{٤٢} - ت_{١٢} + ت_{١١} - ت_{٢١} + ت_{٢٣} - ت_{٤٣}$$

$$= +٦ - ٣ + ٤ - ١ + ٣ - ٤ \quad = +٥ \text{ جم}$$

$$ت^*_{١٣} = ت_{١٣} - ت_{٢٣} + ت_{٢١} - ت_{١١} = +٣ - ٣ + ١ - ٤ = -٣ \text{ جم}$$

أي أن الخلية $س_{١٣}$ هي الوحيدة التي يمكن عن طريقها تحقيق وفورات في التكاليف قدرها ثلاثة جنيهات لكل وحدة يمكن نقلها خلال هذه الخلية. هذا وقد أظهرنا تقويم الخلايا غير المستغلة في الجدول (٤ ـ ٤) أيضاً. ومن فحص مسار الخلية $س_{١٣}$ نجد أن:

مسار $س_{١٣}$ =	$+ س_{١٣}$	$- س_{٢٣}$	$+ س_{٢١}$	$- س_{١١}$
الكميات الموجودة	صفر	١٥٠	٢٠٠	١٠٠

أي الحد الأقصى للوحدات التي يمكن نقلها خلالها هو ١٠٠ وحدة.

وإذا ما عدلنا التوزيع المبين في الجدول (٤ ـ ٤) على هذا الأساساس لأصبح التوزيع التالي كما هو مبين في الجدول (٤ ـ ٥).

جدول رقم (٤ ـ ٥)

جدول التـوزيـع الثـالث

إلى / مـن	القاهـرة	الاسكندرية	أسيـوط	السويس	العرض
باكوس	(-٤) +٣	(-١) ٣٠٠	(-٦) +٣	(-٥) +٣	٣٠٠
فارسكور	(-٣) ٢٥٠	(-٧) +٤	(-٢) -٣	(-٦) +٢	٢٥٠
المحلـة	(-٣) ١٠٠	(-٣) ٥٠	(-٥) ٢٠٠	(-٤) ٢٥٠	٦٠٠
الطلب	٣٥٠	٣٥٠	٢٠٠	٢٥٠	١١٥٠

وتبلغ تكلفة هذا البرنامج ما يلي:

٣٠٠ × ١ = ٣٠٠ جم

٢٥٠ × ٣ = ٧٥٠

١٠٠ × ٣ = ٣٠٠

٥٠ × ٣ = ١٥٠

٢٠٠ × ٥ = ١٠٠٠

٢٥٠ × ٤ = ١٠٠٠

مجموع التكلفة = ٣٥٠٠ جم

وبذلك فقد حققنا وفورات في التكلفة قدرها ٣٠٠ جم (١٠٠ × −٣) عن البرنامج السابق. كما يظهر الجدول أيضاً تقويم الخلايا غير المستغلة ومنها نجد أن

هذا التوزيع ما زال غير أمثلاً حيث تقويم $س_{٣٢}$ = −٣، ويعني أن استغلالها يحقق وفورات في التكاليف. وحيث أن مسارها كالآتي:

مسار $س_{٣٢}$ =	+ $س_{٣٢}$	− $س_{١٢}$	+ $س_{١٣}$	− $س_{٣٣}$
الكميات	صفر	٢٥٠	١٠٠	٢٠٠

فإن الحد الأقصى للوحدات التي يمكن نقلها خلالها يكون ٢٠٠ وحدة (وبذلك تكون الوفورات المتوقعة هي (٢٠٠ × −٣) ٦٠٠ جم).

وبإعادة التوزيع بحيث يتم استغلال الخلية $س_{٣٢}$ يصبح التوزيع كما هو مبين في الجدول (٤ ـ ٦).

جدول رقم (٤ ـ ٦)

جدول التوزيع الرابع

إلى / من	القاهرة	الاسكندرية	أسيوط	السويس	العرض
باكوس	(−٤) +٣	(−١) ٣٠٠	(−٦) +٦	(−٥) +٣	٣٠٠
فارسكور	(−٣) ٥٠	(−٧) +٤	(−٢) ٢٠٠	(−٦) +٢	٢٥٠
المحلة	(−٣) ٣٠٠	(−٣) ٥٠	(−٥) +٣	(−٤) ٢٥٠	٦٠٠
الطلب	٣٥٠	٣٥٠	٢٠٠	٢٥٠	١١٥٠

ويتبين من تقويم الخلايا غير المستغلة في الجدول أن هذا هو التوزيع الأمثل للكميات الموجودة في مصادر العرض الثلاثة على مراكز الطلب الأربعة، وذلك لعدم وجود أي قيمة سالبة لأي خلية غير مستغلة في الجدول. ويعني ذلك أن استغلال أي من الخلايا غير المستعملة يؤدي إلى زيادة التكلفة. ويكون برنامج التوزيع الأمثل كالآتي:

مـــن	إلـــى	عدد الوحدات	تكلفة الوحدة	التكلفة الكلية
باكـوس	الاسكندرية	٣٠٠	١	٣٠٠ جم
فارسكور	القـاهـرة	٥٠	٣	١٥٠
فارسكور	أسيـوط	٢٠٠	٢	٤٠٠
المحلـة	القـاهـرة	٣٠٠	٣	٩٠٠
المحلـة	الاسكندرية	٥٠	٣	١٥٠
المحلـة	السويس	٢٥٠	٤	١٠٠٠
	اجمـالي	١١٥٠		٢٩٠٠ جم

لاحظ أن هذا هو نفس التوزيع الذي توصلنا إليه في البند ٢. والفارق هنا أنه يمكننا التأكيد بأنه التوزيع الأمثل عن طريق النظر إلى تقييم الخلايا غير المستغلة بينما يحتاج الأمر في الحالة الأولى احتساب تكلفة كل برامج التوزيع الممكنة حتى نتمكن من الجزم بأن أحدها هو البرنامج الأمثل.

ملخص الخطوات المتبعة:

نلخص الخطوات التي اتبعناها في استخدام قـاعـدة الركـن الشمالي الشرقـي للتوزيع المبدئي وطريقة الحجر المنقل لتقويم الخلايا غير المستغلة بصدد التوصل إلى برنامج التوزيع الأمثل فيما يلي:

١ - ضع بيانات المشكلة في صورة مصفوفة توزيع (جدول). وقد جرت العادة على تخصيص الصفوف لمصادر الكميات المرغوب توزيعها (العرض) وعلى تخصيص الأعمدة لغايات أو مقاصد هذا التـوزيـع (مقـار الطلـب أو مـراكـز الطلب). تأكد من توافر شرط التوازن:

مجموع الصفوف = مجموع الأعمدة.

٢ ـ قم بإجراء التوزيع المبدئي الأول عن طريق إتباع قاعدة الركن الشمالي الشرقي.

٣ ـ تأكد من أن المشكلة بعد إجراء هذا التوزيع غير متحللة وذلك عن طريق التأكد من صحة المعادلة: عدد الخلايا المستغلة = [عدد الصفوف + عدد الأعمدة -١] (إذا لم يتوفر هذا الشرط فسوف نقوم بمعالجة ذلك فيما بعد).

٤ ـ قم بإيجاد قيمة كل الخلايا المائية (الخلايا غير المستغلة) وذلك عن طريق تحديد مسار تقويم كل خلية على حدة واحتساب الوفورات في التكاليف (الأرقام السالبة) والزيادات في التكاليف (الأرقام الموجبة) التي تترتب على نقل وحدة واحدة خلال هذه الخلية.

٥ ـ اختار من بين الخلايا المائية تلك التي تؤدي إلى تحقيق أقصى الوفورات في التكاليف (الخلية ذات أكبر قيمة مطلقة بإشارة سالبة) وفي حالة تساوي خليتين أو أكثر اختار من بينها تلك التي يمكن نقل أكبر عدد من الوحدات خلالها ـ كما يتبين من **الخطوة التالية**. إذا كانت قيم كل الخلايا المائية موجبة فقد توصلت إلى التوزيع الأمثل.

٦ ـ احسب الحد الأقصى لعدد الوحدات التي يمكن نقلها خلال الخلية المختارة عن طريق تحديد الأركان الموجبة والأركان السالبة لمسار تقويم الخلية ـ اختار أقل الوحدات الموجودة في واحد من الأركان السالبة ـ ويمثل هذا العدد الحد الأقصى للوحدات التي يمكن نقلها خلال الخلية المختارة.

٧ ـ قم بإعادة التوزيع على أساس الخلية المختارة.

٨ ـ كرر الخطوات من ٣ إلى ٧ إلى أن تصل إلى برنامج التوزيع الأمثل.

٣ ـ طريقة التوزيع المعدلة:

لا تختلف طريقة التوزيع المعدلة عن طريقة الحجرالمتنقـل كثيراً، إلا أنها تؤدي إلى روتين أكثر كفاءة في تحديد أفضل الخلايا المائية الواجب استخدامها. هذا

وسنشرح طريقة التوزيع المعدلة عن طريق المثال السابق.

الخطوة الأولى: إعداد جدول التوزيع وإجراء التوزيع الحكمي الأول:

كان جدول التوزيع الحكمي الأول في المثال السابق كما يلي (جدول ٤ ـ ٧):

جدول رقم (٤ ـ ٧)

التوزيع الحكمي الأول طبقاً لقاعدة الركن الشمالي الشرقي

من \ إلى	القاهرة	الاسكندرية	أسيوط	السويس	العرض
باكوس	-٤ ، ٣٠٠	-١	-٦	-٥	٣٠٠
فارسكور	-٣ ، ٥٠	-٧ ، ٢٠٠	-٢	-٦	٢٥٠
المحلة	-٣	-٣ ، ١٥٠	-٥ ، ٢٠٠	-٤ ، ٢٥٠	٦٠٠
الطلب	٣٥٠	٣٥٠	٢٠٠	٢٥٠	١١٥٠

وتتميز طريقة التوزيع المعدلة بأنه عندما يتم تحديد التوزيع المبدئي (الحكمي الأول) يتم احتساب مقدار معين لكل صف ولكل عمود في مصفوفة التوزيع ليتم استخدامها في تقويم الخلايا المائية. فمثلا إذا رمزنا للصف بالرمز ص، حيث $ص_{١}$ تعني الصف الأول، $ص_{٢}$ الصف الثاني.. وهكذا. وإذا رمزنا العمود بالرمز ع حيث $ع_{١}$ تعني العمود الأول، فإن كل خلية لا بد وأن تقع في صف معين وعمود معين. وبذلك فإذا كانت:

$ص_{م}$ = القيمة المعطاة للصف م

$ع_{ن}$ = القيمة المعطاة للعمود ن

وكما سبق وعرفنا فإن: $ت_{من}$ = تكلفة (أو ربح) نقل الوحدة خلال الخلية

التي تقع في الصف م والعمود ن، فإننا نقوم بتحديد قيمة كل من $ص_م$ ، $ع_ن$ من المعادلة الاتية :

$ص_م + ع_ن$ = التكلفة (أو الربح) $ت_{من}$ الموجودة في الخلية الحجرية $س_{من}$.

لاحظ أنه لا يمكن استخدام التكلفة في الخلايا المائية لإيجاد قيمة كل من $ص_م$ ، $ع_ن$ بل يجب أن يقتصر ذلك فقط على استخدام التكلفة الموجودة في الخلايا الحجرية.

الخطوة الثانية : تحديد قيمة كل من $ص_م$ ، $ع_ن$:

في المشكلة تحت البحث تكون العلاقات المحددة لقيمة كل من $ص_م$ ، $ع_ن$ كالآتي :

١ - $ص_١ + ع_١$ = - ٤ = $ت_{١١}$

٢ - $ص_٢ + ع_١$ = - ٣ = $ت_{١٢}$

٣ - $ص_٢ + ع_٢$ = - ٧ = $ت_{٢٢}$

٤ - $ص_٣ + ع_٢$ = - ٣ = $ت_{٢٣}$

٥ - $ص_٣ + ع_٣$ = - ٥ = $ت_{٣٣}$

٦ - $ص_٣ + ع_٤$ = - ٤ = $ت_{٤٣}$

لاحظ وجود ست معادلات في سبعة مجهولات هي: $ص_١$ ، $ص_٢$ ، $ص_٣$ ، $ع_١$ ، $ع_٢$ ، $ع_٣$ ، $ع_٤$. ويترتب على ذلك عدم إمكانية تحديد قيمة أي من المجهولات ما لم تتحدد قيمة احداها خارج النموذج.

وسنفترض دائماً أن قيمة $ع_١$ = صفر . ويترتب على ذلك ما يلي:

١ - $ع_{١}$ = صفر — فرض

٢ - $ص_{١}$ = $ت_{١١}$ - $ع_{١}$ = -٤ - صفر = -٤ من (١) والفرض

٣ - $ص_{٢}$ = $ت_{١٢}$ - $ع_{١}$ = -٣ - صفر = -٣ من (٢) والفرض

٤ - $ع_{٢}$ = $ت_{٢٢}$ - $ص_{٢}$ = -٧ - (-٣) = -٤ من (٢) ، (٣)

٥ - $ص_{٣}$ = $ت_{٢٣}$ - $ع_{٢}$ = -٣ - (-٤) = ١ من (٤) ، (٤)

٦ - $ع_{٣}$ = $ت_{٣٣}$ - $ص_{٣}$ = -٥ - ١ = -٦ من (٥) ، (٥)

٧ - $ع_{٤}$ = $ت_{٤٣}$ - $ص_{٣}$ = -٤ - ١ = -٥ من (٦) ، (٥)

لاحظ أننا اقتصرنا في ايجاد قيمة كل من $ص_{م}$ ، $ع_{ن}$ على استخدام التكاليف الخاصة بالخلايا المستغلة (أي الخلايا الحجرية) ويترتب على ذلك أن معادلة مثل $ص_{٢}$ + $ع_{٣}$ = $ت_{٣٢}$ هي خلية مائية وليست خلية حجرية.

هذا ويظهر جدول التوزيع الحكمي الأول بقيم كل من $ص_{م}$ ، $ع_{ن}$ كالآتي (جدول ٤ ـ ٧ معدل):

(جدول رقم ٤ ـ ٧ معدل)

التوزيع الحكمي الأول مع بيان قيمة كل من $ص_{م}$ ، $ع_{ن}$

إلى / من	$ع_{١}$ = صفر	$ع_{٢}$ = -٤	$ع_{٣}$ = -٦	$ع_{٤}$ = -٥	العرض
$ص_{١}$ = -٤	[-٤] ٣٠٠	[-١]	[-٦]	[-٥]	٣٠٠
$ص_{٢}$ = -٣	[-٣] ٥٠	[-٧] ٢٠٠	[-٢]	[-٦]	٢٥٠
$ص_{٣}$ = ١	[-٣]	[-٣] ١٥٠	[-٥] ٢٠٠	[-٤] ٢٥٠	٦٠٠
الطلب	٣٥٠	٣٥٠	٢٠٠	٢٥٠	١١٥٠

والواقع أنه ليس من الضروري كتابة المعادلات السابقة لاحتساب قيمة كل من $ص_م$ ، $ع_ن$ حيث يمكن تحديدها ذهنياً بالمران.

الخطوة الثالثة : تقويم الخلايا المائية عن طريق استخدام قيم $ص_م$ ، $ع_ن$:

يتم تقويم الخلايا المائية عن طريق استخدام المعادلة الآتية:

$$ت^*_{من} = ص_م + ع_ن - ت_{من}$$

حيث $ت^*_{من}$ = القيمة المعطاة للخلية المائية $س_{من}$

لاحظ أننا نستخدم قيم $ص_م$ ، $ع_ن$ (التي يتم ايجادها عن طريق تكلفة الخلايا الحجرية) لايجاد قيمة الخلايا المائية وليس العكس.

وبإتباع هذه المعادلة تكون قيم الخلايا المائية كالآتي:

$ت^*_{٢١} = ص_١ + ع_٢ - ت_{٢١} = - ٤ - ٤ + ١ = - ٧$.

$ت^*_{٣١} = ص_١ + ع_٣ - ت_{٣١} = - ٤ - ٦ + ٦ = - ٤$

$ت^*_{٤١} = ص_١ + ع_٤ - ت_{٤١} = - ٤ - ٥ + ٥ = - ٤$

$ت^*_{٣٢} = ص_٢ + ع_٣ - ت_{٣٢} = - ٣ - ٦ + ٢ = - ٧$.

$ت^*_{٤٢} = ص_٢ + ع_٤ - ت_{٤٢} = - ٣ - ٥ + ٦ = - ٢$

$ت^*_{١٣} = ص_٣ + ع_١ - ت_{١٣} = ١ + صفر + ٣ = + ٤$

وبمقارنة هذا التقويم بما سبق أن توصلنا إليه في نفس المرحلة بإتباع طريقة الحجر المتنقل نجد أنه لا توجد أي اختلافات على الاطلاق.

الخطوة الرابعة: تعديل التوزيع طبقاً لتقويم الخلايا المائية:

في هذه الحالة ـ كما كان عليه الحال باتباع طريقة الحجر المتنقل ـ نجد أن لدينا خليتان يؤديان إلى نفس الوفر في التكلفة هما $س_{٢١}$ ، $س_{٣٢}$ ومقداره ٧ جنيه لكل

وحدة يتم نقلها خلال إحدى هاتين الخليتين. وإذا ما قارنا مسار الخليتين لوجدنا أن أقصى كمية يمكن نقلها في أيهما هي ٢٠٠ وحدة وسنختار هنا $س_{٣٢}$ (وكنا قد اخترنا $س_{٢١}$ سابقاً).

ويكون التوزيع الجديد كما هو مبين في الجدول الآتي (جدول ٤ ـ ٨).

(جـدول ٤ ـ ٨)

التوزيع الثاني المعدل مع بيان قيمة كل من $ص_م$، $ع_ن$ الجديدة

من \ إلى	$ع_١$=صفر	$ع_٢$= صفر	$ع_٣$ = ١	$ع_٤$ =−١	العرض
$ص_١$ = −٤	[−٤] ٣٠٠	[−١]	[−٦]	[−٥]	٣٠٠
$ص_٢$ = −٣	[−٣] ٥٠	[−٧]	[−٢] ٢٠٠	[−٦]	٢٥٠
$ص_٣$ = −٣	[−٣] ٨	[−٣] ٣٥٠	[−٥]	[−٤] ٢٥٠	٦٠٠
الطلب	٣٥٠	٣٥٠	٢٠٠	٢٥٠	١١٥٠

وكما يتضح من الجدول أن التوزيع الجديد ترتب عليه انخفاض عدد الخلايا المستغلة إلى خمس خلايا، مما يصبح معه من المستحيل إيجاد قيمة كل من $ص_م$، $ع_ن$ لكل م وكل ن (كما يترتب عليه أيضاً عدم إمكانية تقويم كل الخلايا غير المستغلة طبقاً لطريقة الحجر المتنقل) وتسمى المشكلة بهذه الحالة بالمشكلة المتحللة.

وذلك لأن شرط عدم التحلل أصبح غير مستوفى.

الخطوة الخامسة: اختبار المشكلة للتحلل ومعالجة الوضع إذا اقتضى الأمر:

وكل ما يلزمنا لمعالجة الوضع في المشكلة المتحللة هـو إضـافـة خليـة أخـرى للخلايا المستغلة حتى نتمكن من تقويم باقي الخلايا سواء كان ذلك التقويم يتم عن طريق إتباع طريقة التوزيع المعدلة، أو طريقة الحجر المتنقل. ولنفرض أننا أضفنـا

عدد صغير جدا من الوحدات ($\frac{١}{١٠٠٠٠٠}$ من الطن مثلاً) لأحد الخلايا غير المستغلة بحيث لا يؤثر ذلك على شرط التوازن. بمعنى أن عدد الوحدات المضافة ضئيل جدا بحيث يترتب على إهماله عدم التأثير في إجمالي الطلب أو العرض. ولنرمز لهذا الحجم الضئيل من الوحدا بالرمز (ϵ) ونضعه في أحد الخلايا غير المستغلة لتحويلها إلى خلية مستغلة. (لاحظ أننا وضعنا هذا الرمز في الخلية س$_{١٣}$). يترتب على ذلك أن عدد الخلايا المستغلة أصبح مساوياً لعدد الصفوف زائداً عدد الأعمدة ناقصاً واحداً. ومن ثم أصبح شرط عدم التحلل مستوفى.

والآن نتمكن من احتساب قيمة كل ص$_{م}$ وكل ع$_{ن}$ باستخدام تكاليف الخلايا المستغلة بما فيها الخلية (ϵ)، كما سبق في الخطوة الثالثة. فمثلاً:

ص$_{٣}$ = ت$_{١٣}$ − ع$_{١}$ = −٣ − صفر = −٣

ع$_{٤}$ = ت$_{٤٣}$ − ص$_{٣}$ = −٤ − (−٣) = −١

وهكذا لباقي الصفوف والأعمدة حتى نتوصل للقيم الموجودة في الجدول.

سادساً: تكرار الخطوات من الثالثة إلى الخامسة حتى نصل إلى الحل الأمثل:

★ تقتضي الخطوة الثالثة تقويم الخلايا غير المستغلة عن طريق استخدام قيم ص$_{م}$، ع$_{ن}$. ويكون التقويم كالآتي:

ت*$_{٢١}$ = ص$_{١}$ + ع$_{٢}$ − ت$_{٢١}$ = −٤ + صفر + ١ = −٣ ⟵

ت*$_{٣١}$ = ص$_{١١}$ + ع$_{٣}$ − ت$_{٣١}$ = −٤ + ١ + ٦ = +٣

ت*$_{٤١}$ = ص$_{١}$ + ع$_{٤}$ − ت$_{٤١}$ = −٤ − ١ + ٥ = صفر

ت*$_{٢٢}$ = ص$_{٢}$ + ع$_{٢}$ − ت$_{٢٢}$ = −٣ − صفر + ٧ = +٤

ت*$_{٤٢}$ = ص$_{٢}$ + ع$_{٤}$ − ت$_{٤٢}$ = −٣ − ١ + ٦ = +٢

ت*$_{٣٣}$ = ص$_{٣}$ + ع$_{٣}$ − ت$_{٣٣}$ = −٣ + ١ + ٥ = +٣

وبذلك تكون الخلية $س_{٢١}$ هي الوحيدة التي يترتب عليها وفورات في التكاليف.

★ وتتطلب الخطوة الرابعة تعديل التوزيع طبقاً لنتيجة تقويم الخلايا المائية ويكون ذلك كما هو مبين في الجدول التالي (جدول ٤ ـ ٩).

(جدول ٤ ـ ٩)

التوزيع الثالث مع بيان قيمة كل من $ص_م$ ، $ع_ن$ الجديدة

من / إلى	$ع_١$ = صفر	$ع_٢$ = صفر	$ع_٣$ = ١	$ع_٤$ = −١	العرض
$ص_١$ = −١	(−٤)	(−١) ٣٠٠	(−٦)	(−٥)	٣٠٠
$ص_٢$ = −٢	(−٣) ٥٠	(−٧)	(−٢) ٢٠٠	(−٦)	٢٥٠
$ص_٣$ = −٣	(−٣) ٣٠٠	(−٣) ٥٠	(−٥)	(−٤) ٢٥٠	٦٠٠
الطلب	٣٥٠	٣٥٠	٢٠٠	٢٥٠	١١٥٠

★ وتقتضي الخطوة الخامسة معالجة المشكلة للتحلل بعد اختبارها. وبإجراء هذا الاختبار على الجدول (رقم ٤ ـ ٩) نجد أن عدد الخلايا المستغلة ٦ وأن عدد الصفوف + عدد الأعمدة − ١ يساوي ٦ . وبذلك فالمشكلة أصبحت غير متحللة، كما أننا تخلصنا من (η) في الخلية $س_{١٣}$ (حيث ٣٠٠ + η = ٣٠٠ وذلك لضآلة قيمة η).

كما تقتضي هذه الخطوة حساب قيمة كل $ص_م$ وكل $ع_ن$ وقد قمنا بذلك كما هو مبين في الجدول.

★ وتقتضي الخطوة السادسة تكرار الخطوات من الثالثة إلى الخامسة.

★ وطبقاً للخطوة الثالثة نقوم بتقويم الخلايا المائية. ويكون ذلك كالآتي:

ت*١١ = ص١	+ ع١ − ت١١	= −١ + صفر	+ ٤ = + ٣	كل القيم موجبة يعني التوزيع الأمثل
ت*٣١ = ص١	+ ع٣ − ت٣١	= −١ + ١	+ ٦ = + ٦	
ت*٤١ = ص١	+ ع٤ − ت٤١	= −١ − ١	+ ٥ = + ٣	
ت*٢٢ = ص٢	+ ع٢ − ت٢٢	= −٣ + صفر	+ ٧ = + ٤	
ت*٤٢ = ص٢	+ ع٤ − ت٤٢	= −٣ − ١	+ ٦ = + ٢	
ت*٣٣ = ص٣	+ ع٣ − ت٣٣	= −٣ + ١	+ ٥ = + ٣	

ويعني ذلك أن التوزيع المبين بالجدول (٤ ـ ٩) هو التوزيع الأمثل:

وهو نفس التوزيع الذي توصلنا إليه في الجدول رقم (٤ ـ ٦) بإتباع طريقة الحجر المتنقل. كما أن تقويم الخلايا غير المستغلة هو نفس التقويم الذي توصلنا إليه في الجدول رقم (٤ ـ ٦) بإتباع طريقة الحجر المتنقل أيضاً.

٣ ـ ١ ـ الطريقتين ومشكلة التحلل:

ويبدو لنا مما سبق أن كل من الطريقتين (طريقة الحجر المتنقل وطريقة التوزيع المعدلة) يؤدي إلى نفس النتيجة. غير أن طريقة التوزيع المعدلة تعتبر أكثر كفاءة في تقويم الخلايا غير المستغلة (الخلايا المائية). لاحظ أيضاً أن مشكلة التحلل لم تنتج عن استخدام طريقة التوزيع المعدلة وإنما نتجت عن اختيارنا للخلية س٣٢ بدلا من الخلية س٢١ التي استخدمناها في طريقة الحجر المتنقل. وكلاهما يؤدي إلى نفس الخفض في التكلفة. لاحظ أن مسار كل من الخليتين كان كالآتي:

مسار س٢١	= + س٢١	− س١١	+ س١٢	− س٢٢
الكميات الموجودة	= صفر	٣٠٠	٥٠	٢٠٠
مسار س٣٢	= س٣٢	− س٢٢	+ س٢٣	س٣٣
الكميات الموجودة	= صفر	٢٠٠	١٥٠	٢٠٠

الأركان السالبة في مسار س٢١ هي ٣٠٠ ، ٢٠٠ وأقلها ٢٠٠ ، يعني ذلك أن نقل ٢٠٠ وحدة خلال س٢١ يؤدي إلى :

مسار س٢١ بعد التعديل	=	+ س٢١	− س١١	+ س١٢	− س٢٢
الكميات الموجودة	=	٢٠٠	١٠٠	٢٥٠	صفر

لاحظ أن مسار س٢١ يؤدي إلى إخلاء خلية واحدة (س٢٢) مقابل شغل خلية أخرى (س٢١).

أما الأركان السالبة في مسار س٣٢ فهي ٢٠٠ ، ٢٠٠ وأقلها ٢٠٠ . ويعني ذلك أن نقل ٢٠٠ وحدة خلال س٣٢ يؤدي إلى :

مسار س٣٢ بعد التعديل	=	+ س٣٢	− س٢٢	+ س٢٣	− س٣٣
الكميات الموجودة	=	٢٠٠	صفر	٣٥٠	صفر

ويعني ذلك أن شغل س٣٢ يؤدي إلى إخلاء خليتين هما س٢٢ ، س٣٣ (وهي الأركان السالبة) مقابل شغل خلية واحدة مما يؤدي إلى نقص عدد الخلايا المستغلة وظهور مشكلة التحلل .

وبذلك فلو كنا اخترنا الخلية س٢١ بدلاً من الخلية س٣٢ في طريقة التوزيع المعدلة لما تحللت المشكلة . ولكن تحلل المشكلة كما سبق ورأينا لا يؤدي إلى مشاكل عويصة ويمكن التغلب عليه بسهولة . وذلك فإذا أظهر تقويم الخلايا غير المستغلة أن أكثر من واحدة منها تؤدي إلى نفس الوفر في التكلفة وأن إحداها يؤدي إلى تحلل المشكلة ولكنه في نفس الوقت يسمح بنقل عدد أكبر من الوحدات عن الخلايا الأخرى التي يؤدي استخدامها إلى عدم تحلل المشكلة ، فمن الأفضل اختيار الأولي رغم ما ينتج عن ذلك من تحلل في المشكلة يسهل علاجه (وبشرط وضع η في أقل الخلايا غير مستغلة تكلفة وبحيث تكون هذه الخلية لم يسبق

استغلالها أبداً في الجداول السابقة) حيث أن ذلك سيؤدي في معظم الأحيان إلى التوصل إلى الحل الأمثل في عدد من الخطوات أقل.

لاحظ أيضاً أن مشكلة التحلل قد ينتج عنها الحاجة إلى شغل أكثر من خلية واحدة بكميات ضئيلة (η) حتى يمكن التغلب على المشكلة. والواقع أنه ليس هناك أي ضرر أو أي تعقيد يمكن أن ينتج عن إضافة أي عدد من الخلايا (η) بما يكفي لإعادة شرط عدم التحلل إلى وضع الاستيفاء. ولكنه في هذه الحالة يجب اختيار الخلايا المضافة حكمياً بدقة حتى لا تسير المشكلة في حلقة مفرغة، بمعنى أن كل خطوة تالية تؤدي إلى إعادة الأمر إلى ما كان عليه في خطوات سابقة. فإذا حدث ذلك فيجب نقل (η) إلى خلية أخرى من الخلايا غير المستغلة حتى نتفادى الدوران في حلقة مفرغة (وتسمى المشكلة من هذا النوع a Cycling problem).

٣ ـ ٢ ـ عدم توافر شرط التوازن Unsatisfied Rim Condition

افترض أن كل بيانات المشكلة السابقة كما هي فيما عدا أن الطلب على المنتج في الجهات المختلفة كان كالآتي:

القاهرة	٣٥٠	طن	كما هي
الاسكندرية	٣٥٠	طن	كما هي
أسيوط	٢١٠	طن	بزيادة ١٠ طن
السويس	٢٦٠	طن	بزيادة ١٠ طن
	١١٧٠		

لاحظ أن مجموع الطلب أصبح يزيد عن مجموع العرض بمقدار ٢٠ وحدة، وبالتالي فإن شرط التوازن الذي يجب أن يتوفر في مصفوفة التوزيع أصبح غير

مستوفى. افترض الآن أننا تخيلنا مصنعاً وهمياً (هـ$_{١}$) ليقوم بإمداد مقدار ٢٠ وحدة واللازمة للوفاء بشرط التوازن. فيصبح التوزيع المبدئي طبقاً لطريقة الركن الشمالي الشرقي كما هو مبين في الجدول رقم (٤ ـ ١٠).

لاحظ أن شرط عدم التحلل مستوفى. ولاحظ أننا اعتبرنا الصفر كتكلفة خلايا صف مصدر الإنتاج الوهمي وذلك لأنه لن يحدث ويتم نقل أي وحدات خلال هذا الصف فعلاً. وبمعنى آخر فإن التكلفة صفر لن تؤثر على إجمالي التكاليف لبرنامج التوزيع الأمثل.

(جدول ٤ ـ ١٠)

التوزيع المبدئي مع مصدر إنتاج وهمي ومع قيمة كل من ص$_{م}$، ع$_{ن}$

من / إلى	ع$_{١}$=صفر	ع$_{٢}$ = −٤	ع$_{٣}$ = −٦	ع$_{٤}$ = −٥	العرض
ص$_{١}$ = −٤	[−٤] ٣٠٠	[−١]	[−٦]	[−٥]	٣٠٠
ص$_{٢}$ = −٣	[−٣] ٥٠	[−٧] ٢٠٠	[−٢]	[−٦]	٢٥٠
ص$_{٣}$ = ١	[−٣]	[−٣] ١٥٠	[−٥] ٢١٠	[−٤] ٢٤٠	٦٠٠
هـ$_{١}$ = ص$_{٤}$ = ٥	[٠]	[٠]	[٠]	[٠] ٢٠	٢٠
الطلب	٣٥٠	٣٥٠	٢١٠	٢٦٠	١١٧٠

هذا وقد قمنا باحتساب قيمة كل ص$_{م}$، ع$_{ن}$ كما بينا فيما سبق.

ويعالج الصف الوهمي معالجة أي صف حقيقي آخر حتى يتم التوصل إلى برنامج التوزيع الأمثل.

★ فنقوم بتقويم الخلايا غير المستغلة بما فيها خلايا الصف الوهمي غير المستغل كالآتي:

$ت^*_{٢١} = ص_{١} + ع_{٢} \quad ت_{٢١} = -٤ - ٤ + ١ = -٧$ ، ★

$ت^*_{٣١} = ص_{١} + ع_{٣} - ت_{٣١} = -٤ - ٦ + ٦ = -٤$

$ت^*_{٤١} = ص_{١} + ع_{٤} - ت_{٤١} = -٤ - ٥ + ٥ = -٤$

$ت^*_{٣٢} = ص_{٢} + ع_{٣} - ت_{٣٢} = -٣ - ٦ + ٢ = -٧$ ، ★

$ت^*_{٤٢} = ص_{٢} + ع_{٤} - ت_{٤٢} = -٣ - ٥ + ٦ = -٢$

$ت^*_{١٣} = ص_{٣} + ع_{١} - ت_{١٣}$ = ١ + صفر + ٣ = +٤

$ت^*_{١٤} = ص_{٤} + ع_{١} - ت_{١٤}$ = ٥ + صفر − صفر = + ٥

$ت^*_{٢٤} = ص_{٤} + ع_{٢} - ت_{٢٤}$ = ٥ − ٤ − صفر = +١

$ت^*_{٣٤} = ص_{٤} + ع_{٣} - ت_{٣٤}$ = ٥ − ٦ − صفر = −١

★ وباختيار $س_{٢١}$ يكون جدول التوزيع الثاني كما هو مبين في الجدول (٤ ـ ١١).

(جدول ٤ ـ ١١)

التوزيع الثاني مع احتساب قيمة كل $ص_{م}$، $ع_{ن}$ الجديدة

من / إلى	$ع_{١}$ = صفر	$ع_{٢} = ٣$	$ع_{٣} = ١$	$ع_{٤} = ٢$	العرض
$ص_{١} = -٤$	[−٤] ١٠٠	[−١] ٢٠٠	[−٦]	[−٥]	٣٠٠
$ص_{٢} = -٣$	[−٣] ٢٥٠	[−٧]	[−٢]	[−٦]	٢٥٠
$ص_{٣} = -٦$	[−٣]	[−٣] ١٥٠	[−٥] ٢١٠	[−٤] ٢٤٠	٦٠٠
$هـ_{١}$ = $ص_{٤} = -٣$	[٠]	[٠]	[٠]	[٠] ٢٠	٢٠
الطلب	٣٥٠	٣٥٠	٢١٠	٢٦٠	١١٧٠

★ ويكون تقويم الخلايا غير المستعملة في الجدول (٤ ـ ١١) كالآتي (شرط عدم التحلل متوفر):

ت*٣١ = ص١ + ع٣ − ت٣١ = −٤ + ١ + ٦ = +٣
ت*٤١ = ص١ + ع٤ − ت٤١ = −٤ + ٢ + ٥ = +٣
ت*٢٢ = ص٢ + ع٢ − ت٢٢ = −٣ + ٣ + ٧ = +٧
ت*٣٢ = ص٢ + ع٣ − ت٣٢ = −٣ + ١ + ٢ = صفر
ت*٤٢ = ص٢ + ع٤ − ت٤٢ = −٣ + ٢ + ٦ = +٥
ت*١٣ = ص٣ + ع١ − ت١٣ = −٦ + صفر + ٣ = −٣ ★ ←
ت*١٤ = ص٤ + ع١ − ت١٤ = −٢ + صفر − صفر = −٢
ت*٢٤ = ص٤ + ع٢ − ت٢٤ = −٢ + ٣ − صفر = +١
ت*٣٤ = ص٤ + ع٣ − ت٣٤ = −٢ + ١ − صفر = −١

* (وباختيار س١٣ يكون جدول التوزيع الثالث (٤ ـ ١٢).

جـدول (٤٠ ـ ١٢)

التوزيع الثالث مع احتساب قيمة كل من صم ، عن الجديدة

ص / ع	ع١ = صفر	ع٢ = صفر	ع٣ = −٢	ع٤ = −١	العرض
ص١ = −١	[−٤]	[−١] ٣٠٠	[−٦]	[−٥]	٣٠٠
ص٢ = −٣	[−٣] ٢٥٠	[−٧]	[−٢]	[−٦]	٢٥٠
ص٣ = −٣	[−٣] ١٠٠	[−٣] ٥٠	[−٥] ٢١٠	[−٤] ٢٤٠	٦٠٠
هـ١ = ص٤ = ١	[٠]	[٠]	[٠]	[٠] ٢٠	٢٠
الطلب	٣٥٠	٣٥٠	٢١٠	٢٦٠	١١٧٠

★ ويكون تقويم الخلايا غير المستغلة في الجدول (شرط عدم التحلل مستوفى) كالآتي:

ت$^{*}_{١١}$ = + ٣ ‏ ‏ ت$^{*}_{٢٢}$ = +٤ ‏ ‏ ت$^{*}_{١٤}$ = +١

ت$^{*}_{٢١}$ = + ٢ ‏ ‏ ت$^{*}_{٣٢}$ = −٣ ←★ ‏ ‏ ت$^{*}_{٢٤}$ = +١

ت$^{*}_{٤١}$ = + ٣ ‏ ‏ ت$^{*}_{٤٢}$ = +٢ ‏ ‏ ت$^{*}_{٣٤}$ = −١

★ وباختيار س$_{٣٢}$ يكون جدول التوزيع الرابع (٤ ـ ١٣).

(جـدول ٤ ـ ١٣)

التوزيع الرابع مع قيمة ص$_{م}$، ع$_{ن}$ الجديدة

من / إلى	ع$_{١}$ = صفر	ع$_{٢}$ = صفر	ع$_{٣}$ = +١	ع$_{٤}$ = −١	العرض
ص$_{١}$ = −١	[−٤]	[−١] ٣٠٠	[−٦]	[−٥]	٣٠٠
ص$_{٢}$ = −٣	[−٣] ٤٠	[−٧]	[−٢] ٢١٠	[−٦]	٢٥٠
ص$_{٣}$ = −٣	[−٣] ٣١٠	[−٣] ٥٠	[−٥]	[−٤] ٢٤٠	٦٠٠
هـ$_{١}$ = ص$_{٤}$ = ١	[٠]	[٠]	[٠]	[٠] ٢٠	٢٠
الطلب	٣٥٠	٣٥٠	٢١٠	٢٦٠	١١٧٠

★ وحيث أن شرط عدم التحلل مستوفى، فإن تقويم الخلايا غير المستغلة يكون كالآتي:

ت$^{*}_{١١}$ = + ٣ ‏ ‏ ت$^{*}_{٢٢}$ = +٤ ‏ ‏ ت$^{*}_{١٤}$ = +١

ت$^{*}_{٣١}$ = + ٦ ‏ ‏ ت$^{*}_{٤٢}$ = +٢ ‏ ‏ ت$^{*}_{٢٤}$ = +١

ت$^{*}_{٤١}$ = + ٣ ‏ ‏ ت$^{*}_{٣٣}$ = +٣ ‏ ‏ ت$^{*}_{٣٤}$ = +٢

★ وحيث أن قيم الخلايا غير المستغلة كلها موجبة فإن التوزيع المبين في الجدول (٤ ـ ١٣) هو التوزيع الأمثل، ويقتضي إرسال:

			جم	جم
إلى القاهرة	: ٤٠	وحدة من فارسكور تكلفتها	١٢٠	
	: ٣١٠	وحدة من المحلة تكلفتها	٩٣٠	
المجموع	٣٥٠	= الطلب		١٠٥٠
			جم	
إلى الاسكندرية	: ٣٠٠	وحدة من باكوس تكلفتها	٣٠٠	
	٥٠	وحدة من المحلة تكلفتها	١٥٠	
المجموع	٣٥٠	= الطلب		٤٥٠
إلى أسيوط	: ٢١٠	وحدة من فارسكور تكلفتها	٤٢٠	
المجموع	٢١٠	= الطلب		٤٢٠
إلى السويس	: ٢٤٠	وحدة من المحلة تكلفتها	٩٦٠	
	(٢٠)	وحدة وهمية تكلفتها	صفر	
	٢٤٠	وحدة حقيقية أقل من الطلب بمقدار ٢٠ وحدة من الوحدات الوهمية.		٩٦٠
إجمالي تكلفة برنامج التوزيع الأمثل				٢٨٨٠

٣ ـ ٣ ـ وجود محددات أخرى:

١ ـ يمكن إدخال اي محددات أخرى على نموذج مشكلة التوزيع بشرط تناسق هذه المحددات مع متطلبات الطريقة. فإذا كانت الشركة في مثالنا السابق مثلاً تلتزم بموجب عقد جزائي بتوريد كل الكميات المطلوبة في السويس (٢٦٠ طن) وإلاّ إلتزمت بدفع غرامة معينة عن كل طن لا يتم توريده، فإنه في هذه الحالة يمكن أن نتخذ هذا الشرط في الاعتبار عن طريق إعطاء تكلفة كبيرة جداً لنقل

الطن من مصدر الإنتاج الوهمي إلى السويس. ويمكن في الواقع اعتبار قيمة الغرامة للطن بمثابة تكلفة نقل طن وهمي (أي نقص الكميات المرسلة للسويس بمقدار طن حقيقي) من مصدر الإنتاج الوهمي إلى السويس. فمثلاً إذا كانت الشركة ملزمة بغرامة قدرها ١٠٠ جم عن كل طن لا يتم توريده من الـ ٢٦٠ طن إلى السويس فإن تكلفة الخلية $س_{٤٤}$ في الجداول الأربعة السابقة تصبح $ت_{٤٤}$ = ١٠٠ بدلاً من صفر ويتم حل المشكلة على هذا الأساس. والواقع أنه في هذه الحالة يمكن إتباع أحد طريقتين:

أ ـ الأولى تقتضي حل المشكلة دون التقيد بـالمحددات الأضافية (دون أن نأخذ في الاعتبار أن طلب السويس يجب أن يتم استيفائه بالكامل في هذا المثال) ثم بعد ذلك نقيم الحل الأمثل بإضافة المحددات الإضافية. وينتج عن هذه الطريقة معلومات إضافية تساعد في تقييم تكلفة المحددات الأضافية على برنامج التوزيع الأمثل.

ب ـ الثانية تقتضي أن يتم تكوين نموذج المشكلة من البداية بحيث يأخذ في الاعتبار كل المحددات. وينتج عن ذلك التوصل إلى الحل الأمثل مباشرة والذي يفي بمقتضيات كل المحددات (ففي المثال تحت البحث مثلاً يتم اعتبار $ت_{٤٤}$ = ١٠٠ منذ الجدول الأول الذي يمثل التوزيع الحكمي الأول).

والواقع أن الطريقة الأولى ـ رغم احتياجها إلى بعض الجهد الإضافي ـ تعتبر أفضل حيث تساعد البيانات الناتجة عنها في تقويم التكلفة الاقتصادية للمحددات الإضافية المفروضة على المشكلة.

فبعد التوصل إلى الحل الأمثل المبين في الجدول (٤ ـ ١٣) دعنا نعتبر $ت_{٤٤}$ = ١٠٠ فيصبح الجدول (٤ ـ ١٣) المعدل بهذا التغير كما يلي (جدول ٤ ـ ١٤).

(جـدول ٤ ـ ١٤)

التوزيع الرابع المعدل بتكلفة ت$_{٤٤}$ الجديدة وقيم كل ص$_م$، ع$_ن$ الملائمة

من / إلى	ع$_١$ = صفر	ع$_٢$ = صفر	ع$_٣$ = ١	ع$_٤$ = −١	العرض
ص$_١$ = −١	[−٤]	[−١] ٣٠٠	[−٦]	[−٥]	٣٠٠
ص$_٢$ = −٣	[−٣] ٤٠	[−٧]	[−٢] ٢١٠	[−٦]	٢٥٠
ص$_٣$ = −٣	[−٣] ٣١٠	[−٣] ٥٠	[−٥]	[−٤] ٢٤٠	٦٠٠
هـ$_١$ = ص$_{٤٤}$ −٩٩	[٠]	[٠]	[٠]	[−١٠٠] ٢٠	٢٠
الطلب	٣٥٠	٣٥٠	٢١٠	٢٦٠	١١٧٠

وحيث أن شرط عدم التحلل مستوفى، فإن تقويم الخلايا غير المستغلة الجدول يكون كالآتي:

ت$^*_{١١}$ = +٣ ت$^*_{١٢}$ = +٤ ت$^*_{١٤}$ = −٩٩ ★

ت$^*_{٣١}$ = +٣ ت$^*_{٤٢}$ = +٢ ت$^*_{٢٤}$ = −٩٩

ت$^*_{٤١}$ = +٣ ت$^*_{٣٣}$ = +٣ ت$^*_{٣٤}$ = −٩٨

وباختيار س$_{١٤}$ يكون جدول التوزيع الخامس كالآتي: (جدول ٤ ـ ١٥)

جـدول (٤ ـ ١٥)

التوزيع الخامس وقيم كل $ص_م$ ، ع ن الملائمة

من \ إلى	$ع_١$ = صفر	$ع_٢$ = صفر	$ع_٣$ = ١	$ع_٤$ = −١	العرض
$ص_١$ = −١	[−٤]	[−١] ٣٠٠	[−٦]	[−٥]	٣٠٠
$ص_٢$ = −٣	[−٣] ٤٠	[−٧]	[−٢] ٢١٠	[−٦]	٢٥٠
$ص_٣$ = −٣	[−٣] ٢٩٠	[−٣] ٥٠	[−٥]	[−٤] ٢٦٠	٦٠٠
$هـ_١$ = $ص_٤$ = صفر	[٠] ٢٠	[٠]	[٠]	[−١٠٠]	٢٠
الطلب	٣٥٠	٣٥٠	٢١٠	٢٦٠	١١٧٠

وحيث أن شرط عدم التحلل مستوفى فإن تقويم الخلايا غير المستغلة في الجدول يكون كالآتي:

$ت^{*}_{١١}$ = +٣ $ت^{*}_{٢٢}$ = +٤ $ت^{*}_{٢٤}$ = صفر

$ت^{*}_{٣١}$ = +٦ $ت^{*}_{٤٢}$ = +٢ $ت^{*}_{٣٤}$ = +١

$ت^{*}_{٤١}$ = +٣ $ت^{*}_{٣٣}$ = +٣ $ت^{*}_{٢٤}$ = + ٩٩

ويتبين من ذلك أن التوزع المبين في الجدول (٤ ـ ١٥) هو التوزيع الأمثل في ظل مقتضيات ضرورة الوفاء بطلب السويس بالكامل، وذلك عن طريق خفض الكميات المرسلة للقاهرة بمقدار ٢٠ وحدة. لاحظ أن وجود قيمة مساوية للصفر في تقييم أحد الخلايا غير المستغلة يعني إمكان التوصل إلى نفس الحل الأمثل عن

طريق استخدام هذه الخلية. وتكون تكلفة الحل الجديد (بعد احتسابها) مساوية ٢٩٠٠ جم، أي بزيادة عن الحل السابق قدرها ٢٠ جم وهي كالآتي:

إرسال ٢٠ وحدة إضافية من المحلة للسويس

يكلف	٢٠×٤=	٨٠	جم
وعدم إرسال ٢٠ وحدة من المحلة للقاهرة يترتب			
عليه توفير	٢٠×٣=	٦٠	
الزيادة الصافية في التكلفة نتيجة هذا التعديل		٢٠	جم

لاحظ أننا توصلنا للحل الأمثل مرتين. المرة الأولى في الجدول (٤ - ١٣) من غير قيد الوفاء بطلب السويس والمرة الثانية في الجدول رقم (٤ - ١٥) بطلب السويس مستوفى. وبالتالي تكون التكلفة الاقتصادية لشرط الوفاء بطلب السويس بالكامل = ٢٠ جم. ومعنى ذلك أنه إذا كانت إجمالي الغرامة التي تتحملها الشركة لا تزيد عن ٢٠ جم (في هذا المثال) إذا لم يتم استيفاء طلب السويس بالكامل فإن من مصلحة الشركة عدم استيفائه. أما إذا كانت الغرامة تزيد عن ٢٠ جم فإن من مصلحة الشركة استيفاء الطلب بالكامل. لاحظ أننا إذا اتبعنا الطريقة الثانية فتوصلنا إلى الحل الأمثل المبين في الجدول رقم (٤ - ١٥) فقط دون التوصل إلى الحل الأمثل المبين في الجدول رقم (٤ - ١٣) لما أمكننا تحديد التكلفة الاقتصادية للشرط الإضافي الذي يقضي بالوفاء بطلب السويس بالكامل.

٢ - وكمثال آخر للمحددات الأخرى التي يمكن أن نفرض على مشكلة التوزيع، افترض البيانات الخاصة بالمثال السابق بعد تعديلها كالآتي:

طاقة المصانع الثلاثة مجتمعة	١٠٥٠	طن
طاقة التوزيع (النقل) الموجودة في كل من:		
باكوس	٣٠٠	طن

فارسكور	٢٥٠	طن
المحلـة	٦٠٠	طن
	١١٥٠	

الطلب المتوقع في مراكز التوزيع المختلفة:

الاسكندرية	٣٠٠	طن
القـاهـرة	٣٥٠	طن
أسيـوط	٢٠٠	طن
السويس	٢٥٠	طن
المجموع	١١٠٠	

لاحظ في هذه الحالة أن هذه: (١) طاقة التوزيع تزيد عن طاقة الإنتاج بمقدار ١٠٠ طن.

(٢) الطلب يزيد عن طاقة الإنتاج بمقدار ٥٠ طن ويقل عن طاقة التوزيع بمقدار ٥٠ طن.

ومعنى ذلك أن (١) ٥٠ طن من إجمالي الطلب لن يتم استيفائها لعجز الطاقة الانتاجية.

(٢) ١٠٠ طن من طاقة التوزيع سوف تظل عاطلة وذلك لعجز الطاقة الإنتاجية أيضاً.

فإذا ما أضفنا مصدر إنتاج وهمي ليقوم بإنتاج ٥٠ وحدة وهمية لتغلبنا على المشكلة الأولى. كما أننا إذا أضفنا مركز طلب وهمي ليمتص ١٠٠ وحدة توزيع وهمية لتغلبنا على المشكلة الثانية ويكون جدول بيانـات المشكلـة طبقـاً لـذلـك كالآتي:

جدول (٤ ـ ١٦)

جدول بيانات المشكلة

من / إلى	القاهرة	الاسكندرية	أسيوط	السويس	وهمي	العرض
باكوس	−٤	−١	−٦	−٥	٠	٣٠٠
فارسكور	−٣	−٧	−٢	−٦	٠	٣٥٠
المحلة	−٣	−٣	−٥	−٤	٠	٦٠٠
وهمي	٠	٠	٠	٠	−م	٥٠
الطلب	٣٠٠	٣٥٠	٢٠٠	٢٥٠	١٠٠	١٢٠٠

لاحظ أننا وضعنا تكلفة كبيرة جداً (−م) في الخلية س$_{٥٤}$ وذلك لإلغاء احتمال توزيع أي وحدات وهمية على مراكز الطلب الوهمية، كما أن مراكز الطلب الوهمية لا بد وأن تستوفي طلبها من طاقة التوزيع الحقيقية حتى يتم امتصاص الزيادة في طاقة التوزيع الحقيقية عن طاقة الانتاج الحقيقية. وهذا ضروري لأن طاقة مركز الإنتاج الوهمي غير موجودة أصلاً، كما أن مركز الطلب الوهمي غير موجود أصلاً والغرض من إضافتها إلى جدول المشكلة هو تمكيننا من إيجاد الحل الأمثل في ظل الظروف المتوفرة. فإذا ما سمحنا لمركز الإنتاج الوهمي بالوفاء بطلب مركز الطلب الوهمي لما تمكنا من تحديد برنامج الاستغلال الأمثل لطاقة التوزيع الفعلية والتي تزيد عن طاقة الإنتاج الفعلية بمقدار ١٠٠ وحدة (وليس ٥٠ وحدة).

أما باقي الخلايا الوهمية فتكلفتها صفر لأنها لن تؤثر في تكلفة برنامج الإنتاج والتوزيع الأمثل.

ومتى تم وضع نموذج المشكلة في الصورة الملائمة فإن خطوات الحل لن تختلف عن الخطوات المبينة فيما سبق. (للقارىء أن يقوم بحل هذه المشكلة بكل من طريقتي الحجر المتنقل وطريقة التوزيع المعدلة).

٣ ـ ٤ ـ ملخص خطوات طريقة التوزيع المعدلة:

١ ـ قم بإعداد جدول بيانات المشكلة.

٢ ـ قم بإجراء التوزيع المبدئي (الحكمي الأول) أما طبقاً لطريقة الركن الشمالي الشرقي السابق استخدامها أو طبقاً لطريقة فوجل التقريبية كما سيرد شرحها فيما بعد.

٣ ـ حدد قيم الصفوف والأعمدة عن طريق المعادلتين الآتيتين:

$$ع_{١} = صفر$$

$$ص_{م} + ع_{ن} = ت_{من}$$

٤ ـ قم بتقويم الخلايا المائية طبقاً للمعادلة الآتية:

$$ت^{\star}_{من} = ص_{م} + ع_{ن} - ت_{من}$$

حيث $ت_{من}$ = التكلفة أو الربح في الخلية $س_{من}$

٥ ـ إذا كان تقويم كل الخلايا المائية موجباً ـ فقد توصلت إلى برنامج التوزيع الأمثل.

٦ ـ إذا كان تقويم أحد أو بعض الخلايا المائيـة سالبـاً فقم باختيـار الخلية ذات أصغر قيمة سالبة جبرياً.

٧ ـ حدد أقصى عدد من الوحدات يمكن أن يتم نقلها خلال هذه الخلية المختارة وذلك عن طريق تحديد مسار تقويمها واختيار أقل الأركان السالبة في الخلية المختارة.

٨ ـ اعد التوزيع بحيث تضع الكمية الموجودة في أقل الأركان السالبة في الخلية المختارة.

٩ ـ كرر الخطوات من الثالثة إلى الثامنة حتى يصبح تقويم كل الخلايا المائية

موجباً فتكون قد توصلت إلى التوزيع الأمثل.

هذا ويمكن التعبير عن قيم الخلايا المائية كالآتي:

١ ـ وجود قيمة موجبة يعني مقدار الزيادة في التكلفة (أو الانخفاض في الربح) لكل وحدة يتم نقلها (أو تخصيصها) خلال هذه الخلية (لهذه الخلية)، وذلك بعد إجراء كل التعديلات اللازمة في بقية برنامج التوزيع (التخصيص).

٢ ـ وجود قيمة سالبة يعني مقدار النقص في التكلفة أو (الزيادة في الأرباح) نتيجة نقل وحدة واحدة (تخصيص وحدة واحدة) خلال هذه الخلية (لهذه الخلية) وذلك بعد إجراء كل التعديلات اللازمة في بقية برنامج التوزيع (التخصيص).

٣ ـ إذا كانت قيمة أحد أو بعض الخلايا المائية تساوي صفر بينما قيمة باقي الخلايا المائية موجبة فإن معنى ذلك أنه يوجد أكثر من حل بديل يعطي نفس القيمة المثالية للهدف وذلك باستخدام الخلية (أو الخلايا) التي تساوي قيمتها الصفر.

٤ ـ طريقة فوجل التقريبية:

كانت القاعدة التي قمنا باتباعها حتى الآن لاجراء التوزيع الحكمي الأول (التوزيع المبدئي) هي قاعدة الركن الشمالي الشرقي، والتي قد يترتب عليها في الكثير من الأحيان ابتعاد التوزيع المبدئي عن التوزيع المثالي بدرجة كبيرة. وبذلك فقد يتطلب الأمر زيادة عدد الخطوات التي يتم اتخاذها للتوصل إلى التوزيع الأمثل إذا تم إجراء التوزيع المبدئي طبقاً لقاعدة الركن الشمالي الشرقي.

وتعتبر طريقة فوجل التقريبية من الطرق الأكثر كفاءة للتوصل إلى توزيع مبدئي يقرب كثيراً من التوزيع المثالي. وفي واقع الأمر تؤدي هذه الطريقة إلى الحل الأمثل مباشرة لمعظم مشاكل التوزيع. ولكنه في بعض الأحيان قد يلزم استخدام أحد الطريقتين السابقتين (الحجر المتنقل أو طريقة التوزيع المعدلة) للتوصل إلى الحل الأمثل من التوزيع المبدئي الذي ينتج عن طريقة فوجل التقريبية.

هذا وستقوم ببيان خطوات الطريقة عن طريق مثال تطبيقي.

افترض أن إحدى الشركات تقوم بإنتاج منتج نمطي واحد في ثلاث مصانع تقع في ثلاث جهات مختلفة. وكان إجمالي الطاقة الإنتاجية للمصانع الثلاثة مجتمعة ١٥٠٠. كما تقوم الشركة بتوزيع إنتاجها من كل المصانع الثلاثة على أربعة أسواق مختلفة. ويتم نقل المنتج من مصدر الإنتاج إلى مقر التوزيع في كل من الأسواق الأربعة عن طريق متعهد نقل متخصص لكل مصدر من مصادر الإنتاج. وكانت طاقة التوزيع المتوفرة لدى متعهدي النقل الثلاثة كالآتي:

مقر المصنع	متعهد النقل	طاقة التوزيع بالوحدة	طاقة المصنع بالوحدة
أسوان	شركة عمر	٦٠٠	٥٠٠
السويس	شركة حسين	٧٠٠	٦٠٠
مطروح	شركة اللوجي	٤٠٠	٤٠٠
		١٧٠٠	١٥٠٠

وكان الطلب على المنتجات في كل من الأسواق الأربعة كالآتي:

مقر السوق	الطلب الإجمالي بالوحدة
القاهرة	٤٥٠
الاسكندرية	٣٥٠
أسيوط	٢٠٠
التصدير	٦٠٠
الاجمالي	١٦٠٠

غير أنه لاختلاف المسافات بين مراكز الإنتاج المختلفة فإن الربح المباشر على الوحدة من المنتج في الأسواق المختلفة يختلف طبقاً لمصدر الإنتاج الذي يتم نقل المنتج منه إلى مقر السوق. ويرجع ذلك إلى سببين، أولاً: لاختلاف مصاريف النقل للوحدة بين مراكز الإنتاج ومراكز التوزيع، وثانياً، لإختلاف التكلفة

المتغيرة للوحدة في كل مصنع من المصانع الثلاثة عنها في المصانع الأخرى.

ومن فحص حسابات التكاليف للشركة تبين أن الربح المباشر للوحدة (بعد استبعاد مصاريف النقل المتغيرة) كان كالآتي (بالجنية):

مقر الطلب	:	القاهرة	الاسكندرية	أسيوط	التصدير
مقر المصنع	: أسوان	٤	٣	٥	٢
	السويس	٧	٨	٦	٤
	مطروح	٣	٤	١	٣

هذا وتقتضي السياسة العامة للدولة الوفاء بطلب التصدير بالكامل. والمرغوب هو إيجاد برنامج التوزيع الأمثل الذي يحقق أقصى قدر ممكن من الأرباح في ظل الظروف والمحددات السابقة.

الخطوة الأولى: وضع بيانات المشكلة في صورة جدول (مصفوفة):

قبل أن نتمكن من وضع البيانات السابقة في صورة جدول دعنا نحدد آثار كل منها على مشكلة التوزيع بالتحديد.

ففيما يتعلق بطاقة التوزيع المتوفرة لدى متعهدي النقل فهي لا تمثل في الواقع أي حدود على المشكلة حيث تزيد الطاقة في كل مركز من مراكز الإنتاج أو تساوي الطاقة الانتاجية للمركز نفسه. ولما كانت مصاريف نقل الوحدة من كل مركز إنتاج إلى مقار الأسواق المختلفة قد تم اتخاذها في الاعتبار عند تحديد الربح المباشر للوحدة في كل سوق من الأسواق، فإننا يمكن أن نهمل كل من طاقة التوزيع ومصاريف النقل في هذه الحالة.

أما فيما يتعلق بالطلب والعرض فنجد أن شرط التوازن غير متوفر ومن ثم يجب إضافة مصدر إنتاج وهمي لكي يفي بكمية وهمية تكفي لتحقيق شرط التوازن (١٠٠ وحدة).

ولما كان من الضروري الوفاء باحتياجات التصدير بالكامل ـ فإننا يمكن أن نحقق ذلك بأن نجعل الأرباح المحققة في الخلية التي تمثل تقاطع صف مصدر الإنتاج الوهمي مع عمود التصدير ضئيلة جداً وذلك بحيث نضمن استيفاء طلب التصدير بالكامل من مصادر الإنتاج الحقيقية. ويمكن أن يتم ذلك كما سبق ورأينا أما منذ البداية أو بعد التوصل إلى الحل الأمثل دون قيد التصدير كما سبق وبينا. هذا وسنضيف شرط الوفاء بطلب التصدير هنا منذ البداية.

وطبقا لذلك يكون جدول بيانات المشكلة كالآتي (جدول ٤ ـ ١٧).

جدول (٤ ـ ١٧)

جدول بيانات المشكلة

من / إلى	القاهرة	الاسكندرية	أسيوط	التصدير	العرض
أسوان	٤	٣	٥	٢	٥٠٠
السويس	٧	٨	٦	٤	٦٠٠
مطروح	٣	٤	١	٣	٤٠٠
وهمي	١٠٠	١٠٠	١٠٠	٠	١٠٠
الطلب	٤٥٠	٣٥٠	٢٠٠	٦٠٠	١٦٠٠

لاحظ أننا وضعنا أرباح مباشرة قدرها ١٠٠ جنيه على كل وحدة من مصدر الإنتاج الوهمي يتم تخصيصها لكل من القاهرة أو الاسكندرية أو أسيوط بالتساوي. كما اعتبرنا الأرباح المباشرة على الوحدة الوهمية التي يتم تخصيصها للتصدير صفر حتى يتم استيفاء شرط التصدير. لاحظ أنه من المهم جداً أن تكون الأرباح المحققة على الوحدة في باقي خلايا الصف الوهمي متساوية (١٠٠ جنيه في هذه الحالة) حتى لا يؤثر ذلك على برنامج التوزيع الأمثل للإنتاج الحقيقي على هذه

الأسواق. فإذا جعلنا $ت_{١٤}$ = ١٠٠ بينما جعلنا كل من $ت_{٢٤}$ ، $ت_{٣٤}$ تساوي ٥٠ مثلاً فسوف يترتب على ذلك تلقائياً تخصيص الإنتاج الوهمي للقاهرة. بينما إذا تساوت الأرباح المباشرة في كل من $ت_{١٤}$ ، $ت_{٢٤}$ ، $ت_{٣٤}$ فإن تخصيص الإنتاج الوهمي سوف يتوقف على برنامج التخصيص الأمثل للإنتاج الحقيقي.

لاحظ أيضا أن الأرباح المباشرة تظهر في مربعات صغرى في الركن الشمالي الشرقي لكل خلية باشارة موجبة.

هذا وسنقوم فيما يلي ببيان كيفية إجراء التوزيع المبدئي طبقاً لطريقة فوجل التقريبية.

الخطوة الثانية: قم باحتساب الفروق المطلقة بين أكبر عنصرين في كل صف وكل عمود:

فمثلاً إذا أخذنا الصف الأول يكون الفرق كالآتي:

أكبر رقم (يقع في العمود الثالث)	٥
الرقم التالي له (يقع في العمود الأول)	٤
الفـرق	١

وإذا أخذنا العمود الثاني:

أكبر رقم (يقع في الصف الرابع)	١٠٠
الرقم التالي له (يقع في الصف الثاني)	٨
الفـرق	٩٢

وهكذا إلى أن يتم احتساب الفروق المطلقة لكل الصفوف والأعمدة ثم نضع هذه الفروق على قمة كل صف وإلى يسار كل عمود كما هو مبين في الجدول التالي (٤ ـ ١٨)

(جـدول ٤ ـ ١٨)

جدول بيانات المشكلة مع بيان فروق طريقة فوجل التقريبية

إلـى / مـن	القـاهـرة	الاسكندرية	أسيـوط	التصدير	العـرض	
	٩٣	٩٢	٩٤	١		
أسـوان	٤	٣	٥	٣	٥٠٠	١
السويس	٧	٨	٦	٤	٦٠٠	١
مطروح	٣	٤	١	٣	٤٠٠	١
وهمي	١٠٠	١٠٠	١٠٠	٠	١٠٠	٠
الطلب	٤٥٠	٣٥٠	٢٠٠	٦٠٠	١٦٠٠	

الخطوة الثالثة: اختار الصف أو العمود الذي يحتوي على أكبر الفروق (المطلقة):

وفي هذه الحالة يكون العمود الثالث (أسيوط) هو الذي يحتوي على أكبر الفروق (٩٤).

الخطوة الرابعة: قم بتخصيص أكبر كمية للخلية التي تشتمل على أكبر العناصر جبريا (أكبر الأرباح أو أقل التكاليف):

وفي هذه الحالة تكون الخلية $س_{٣٤}$ هي الخلية المناسبة وتكون أكبر كمية يمكن استيفائها في هذه الخلية هي ١٠٠ وحدة (طاقة مصدر الإنتاج الوهمي).

الخطوة الخامسة: اشطب الصف او العمود الذي يتم استيفاء احتياجاته بالكامل من الخطوة السابقة:

وفي هذه الحالة تقوم بشطب (شطب خفيف حيث نحتاج للبيانات فيما بعد) الصف الرابع.

الخطوة السادسة: أعد احتساب الفروق كما سبق في الخطوة الثانية للصفوف والأعمدة الباقية، دون الصفوف أو الأعمدة المشطوبة:

وفي هذه الحالة تقوم بإعادة احتساب الفروق لك الصفوف والأعمدة دون الصف الرابع وعلى اعتبار أنه كما لو كان غير موجود في الجدول.

هذا ويظهر الجدول التالي (٤ ـ ١٩) الخطوات من الثالثة إلى السادسة.

لاحظ أننا شطبنا الصف الأخير بعلامة x في كل خلاياه فيما عدا الخلية المستغلة.

جـدول (٤ ـ ١٩)

إتمام الجولة الأولى من خطوات طريقة فوجل التقريبية

من / إلى	القاهرة	الاسكندرية	أسيوط	التصدير	العرض	
	~~٩٧~~ ٣	~~٩٦~~ ٤	~~٩٤~~ ١	١		
أسوان	٤	٣	٥	٣	٥٠٠	١
السويس	٧	٨	٦	٤	٦٠٠	١
مطروح	٣	٤	١	٣	٤٠٠	١
وهمي	١٠٠ x	١٠٠ x	١٠٠ (١٠٠)	٠ x	١٠٠	/ x
الطلب	٤٥٠	٣٥٠	٢٠٠	٦٠٠	١٦٠٠	

الخطوة السابعة: كرر الخطوات من الثالثة إلى السادسة حتى يتم تخصيص كل الكميات المتوفرة:

★ وطبقاً للخطوة الثالثة، نختار العمود الثاني.

★ وتخصص ٣٥٠ وحدة من السويس إلى الاسكندرية في الخلية $س_{٢٢}$ طبقاً

للخطوة الرابعة.

★ ويترتب على ذلك استيفاء احتياجات الاسكندرية فنقوم بشطب العمود الثاني طبقاً للخطوة الخامسة.

★ وتتطلب الخطوة السادسة إعادة احتساب الفروق.

★ وتظهر هذه الخطوات كما هو مبين في الجدول (٤ ـ ٢٠).

جـدول (٤ ـ ٢٠)

إتمام الجولة الثانية من خطوات طريقة فوجل التقريبية

من / إلى	القاهرة	الاسكندرية	أسيوط	التصدير	العرض	
	٣	٤ ×	١	١		
أسوان	٤	٣ ×	٥	٣	٥٠٠	١
السويس	٧	٨ ٣٥٠	٦	٤	٦٠٠	١
مطروح	٣	٤ ×	١	٣	٤٠٠	٢ صفر
وهمي	١٠٠ ×	١٠٠ × ×	١٠٠ ١٠٠	٠ ×	١٠٠	×
الطلب	٤٥٠	٣٥٠	٢٠٠	٦٠٠	١٢٠٠	

وبالنظر في الجدول نجد أن العمود الأول يحتوي على أكبر الفروق.

ومن ثم نقوم بتكرار الخطوات السابقة حتى يتم التوزيع كما هو مبين في الجدول التالي (جدول ٤ ـ ٢١).

جـدول (٤ ـ ٢١)

التوزيع الحكمي الأول طبقاً لطريقة فوجل التقريبية

مع احتساب قيم صم ، عن .

من \ إلى	ع١=صفر	ع٢ = ١	ع٣ = ١	ع٤ = −١	العرض
ص١ = ٤	٤ ٢٠٠	٣	٥ ١٠٠	٣ ٢٠٠	٥٠٠
ص٢ = ٧	٧ ٢٥٠	٨ ٣٥٠	٦	٤	٦٠٠
ص٣ = ٤	٣	٤	١	٣ ٤٠٠	٤٠٠
هـم = ص٤ = ٩٩	١٠٠	١٠٠	١٠٠	٠	١٠٠
الطلب	٤٥٠	٣٥٠	٢٠٠	٦٠٠	١٦٠٠

ثم نتبع اما طريقة الحجر أو طريقة التوزيع المعدلة لتقويم الخلايا غير مستغلة. وسنقوم هنا باتباع طريقة التوزيع المعدلة. وقد تم احتساب قيم صم ، عن ومن ثم يكون تقويم الخلايا غير المستغلة كالآتي:

ت*٢١ = +٢ ‏ ‏ ‏ ت*١٣ = +١ ‏ ‏ ‏ ت*١٤ = −١ ⟵ ★

ت*٣٢ = +٢ ‏ ‏ ‏ ت*٢٣ = +١ ‏ ‏ ‏ ت*٢٤ = صفر

ت*٤٢ = +٢ ‏ ‏ ‏ ت*٣٣ = +٤ ‏ ‏ ‏ ت*٤٤ = +٩٨

لاحظ أن تمن هنا تشير إلى الأرباح المباشرة وليست رمزاً للتكلفة كما سبق في المشاكل السابقة. ولاحظ أيضاً أن قواعد طريقة التوزيع المعدلة لا تتغير بصرف النظر عن كون المشكلة تهدف إلى تحقيق أقصى قدر من الأرباح أو التوصل إلى أدنى حد للتكلفة. فوجود قيمة سالبة لأي خلية مائية يعني إمكانية زيادة الأرباح

(أو خفض التكلفة) إذا ما تم استغلال هذه الخلية.

لاحظ أيضاً أنه إذا تم استخدام طريقة الحجر المتنقل لتقويم الخلايا غير المستغلة فإن إشارات التقويم سوف تكون عكسية للاشارات التي يتم الحصول عليها باستخدام طريقة التوزيع المعدلة إذا كان الهدف هو تعظيم الأرباح. وبذلك فطبقاً لطريقة الحجر المتنقل تكون الخلية المائية ذات أعلى قيمة موجبة هي الواجبة الاستغلال إذا كانت المشكلة تهدف إلى تحقيق أقصى قدر ممكن من الأرباح. وبذلك فتقويم الخلايا غير المستغلة طبقاً لطريقة الحجر المتنقل لهذه المشكلة تكون كالآتي:

ت$^{*}_{٢١}$ = ت$_{٢١}$ − ت$_{١١}$ + ت$_{١٢}$ − ت$_{٢٢}$ = ٣ − ٤ + ٧ − ٨ = − ٢

ت$^{*}_{٣٢}$ = ت$_{٣٢}$ − ت$_{١٢}$ + ت$_{١١}$ − ت$_{٣١}$ = ٦ − ٧ + ٤ − ٥ = − ٢

ت$^{*}_{٤٢}$ = ت$_{٤٢}$ − ت$_{١٢}$ + ت$_{١١}$ − ت$_{٤١}$ = ٤ − ٧ + ٤ − ٣ = − ٢

ت$^{*}_{١٣}$ = ت$_{١٣}$ − ت$_{٤٣}$ + ت$_{٤١}$ − ت$_{١١}$ = ٣ − ٣ + ٣ − ٤ = − ١

ت$^{*}_{٢٣}$ = ت$_{٢٣}$ − ت$_{٤٣}$ + ت$_{٤١}$ − ت$_{١١}$ + ت$_{١٢}$ − ت$_{٢٢}$

= ٤ −٣ +٣ −٤ +٧ −٨ = − ١

ت$^{*}_{٣٣}$ = ت$_{٣٣}$ − ت$_{٤٠}$ + ت$_{٤١}$ − ت$_{٣١}$ = ١ −٣ +٣ −٥ = − ٤

ت$^{*}_{١٤}$ = ت$_{١٤}$ − ت$_{٣٤}$ + ت$_{٣١}$ − ت$_{١١}$ = ١٠٠ −١٠٠ +٥ −٤ = + ١

− ت$_{٣٤}$ + ت$_{٣١}$ − ت$_{١١}$ + ت$_{١٢}$ − ت$_{٢٢}$

= ١٠٠ −١٠٠ +٥ −٤ +٧ −٨ = صفر

ت$^{*}_{٤٤}$ = ت$_{٤٤}$ − ت$_{٤١}$ + ت$_{٣١}$ − ت$_{٣٤}$ = ٠ −٣ +٥ −١٠٠ = − ٩٨

وباستغلال الخلية س$_{١٤}$ يكون التوزيع المعدل كما هو مبين بالجدول (٤ ـ ٢٢).

(جـدول ٤ ـ ٢٢)

التوزيع الثاني المعدل واحتساب قيمة كل من ص$_م$، ع$_ن$ الجديدة

من / إلى	ع$_١$ = صفر	ع$_٢$ = ١	ع$_٣$ = ١	ع$_٤$ = −١	العرض
ص$_١$ = ٤	[٤] ١٠٠	[٣]	[٥] ٢٠٠	[٣] ٢٠٠	٥٠٠
ص$_٢$ = ٧	[٧] ٢٥٠	[٨] ٣٥٠	[٦]	[٤]	٦٠٠
ص$_٣$ = ٤	[٣]	[٤]	[١]	[٣] ٤٠٠	٤٠٠
ص$_٤$ = ١٠٠	[١٠٠] ١٠٠	[١٠٠]	[١٠٠]	[٠]	١٠٠
الطلب	٤٥٠	٣٥٠	٢٠٠	٦٠٠	١٦٠٠

ويكون تقويم الخلايا غير المستغلة كالآتي:

ت$^*_{٢١}$ = +٢   ت$^*_{١٣}$ = +١   ت$^*_{٢٤}$ = +١

ت$^*_{٣٢}$ = +٢   ت$^*_{٢٣}$ = +١   ت$^*_{٣٣}$ = +١

ت$^*_{٤٢}$ = +٢   ت$^*_{٣٣}$ = +٤   ت$^*_{٤٤}$ = +٩٩

ومن ثم يصبح برنامج التوزيع المبين في الجدول (٤ ـ ٢٢) التوزيع الأمثل والذي يترتب عليه تحقيق أرباح قدرها ٧٧٥٠ جم. لاحظ أننا توصلنا إليه في خطوة واحدة بعد إجراء التوزيع المبدئي على أساس طريقة فوجل التقريبية (للقارىء أن يقوم بحل المشكلة على أساس إجراء التوزيع المبدئي طبقاً لطريقة الركن الشمالي الشرقي ويقارن عدد الخطوات. وعلى القارىء أن يلاحظ أيضاً أن التوزيع المبدئي طبقا لطريقة فوجل يمكن إجرائه بدوراته المتعددة على جدول واحد دون الحاجة إلى تصوير جداول جديدة لكل دورة جديدة).

٥ ـ النموذج الرياضي لمشكلة التوزيع:

تعتبر مشكلة التوزيع حالة خاصة من نموذج البرمجة الخطية. وبذلك **فيمكن** التوصل إلى الحل الأمثل لمشاكل التوزيع عن طريق استخدام اسلوب السمبلكس بطريقة مباشرة. The Simplex method غير أنه لما للمشكلة من خصائص مميزة فإنها تجعل استخدام طريقة السمبلكس أكثر تكلفة عن بعض الطرق الحسابية التي تم تصميمها خصيصاً لحل مشاكل التوزيع. ولن نتعرض في هذا البند إلى هذه الطرق الخاصة حيث نتركها إلى بحث مقبل. وسنختتم هذا الفصل بوضع نموذج البرمجة الخطية لمشكلة التوزيع ذات البعدين Transportation Problems with two Dimensions وذات الثلاثة أبعاد.

٥ ـ ١ ـ النموذج الرياضي (البرمجة الخطية) لمشكلة التوزيع ذات البعدين:

فلندع [$أ_ر$] تمثل كمية المنتج المتوفر في مركز ر، ولندع [$ب_و$] تمثل كمية المنتج المطلوبة في مقرّ التوزيع و، وحيث ر، = ١، ٢، ٣، ... م، و = ١، ٢، ٣، ... ن وبالتالي فشرط التوازن الذي سبق أن تعرضنا له يقتضي أن:

$$\sum_{ر=1}^{م} أ_ر = \sum_{و=1}^{ن} ب_و \qquad (1)$$

ـ ولندع $س_{رو}$ تمثل الكمية من المنتج التي يتم نقلها من مصدر الانتاج ر إلى مقر الطلب و وبذلك فيلزم أن يكون إجمالي الكميات المشحونة لمقار الطلب المختلفة من مصد انتاج معين مساوياً لطاقة هذا المصدر. وهذا يعني أن:

$$\sum_{ر=1}^{م} س_{رو} = ب_و ،\ ب_و \quad صفر ، ر = ١، ...، ن \qquad (٢)$$

ـ

$$\sum_{و=1}^{ن} س_{رو} = ا_ر ،\ ا_ر \quad صفر ، ر = ١، ...، م \qquad (٣)$$

ولندع $ت_{رو}$ تمثل تكلفة شحن الوحدة من مقر الإنتاج ر إلى مقر الطلب و.
وبذلك يكون الهدف هو إيجاد الحد الأدنى للدالة:

$$ت = \sum_{ر، و} ت_{رو}\ س_{رو} \qquad (٤)$$

وباحلال قيمة $ا_ر$ ، $ب_و$ من (٢)، (٣) في (١) نجد أن تحقق (١) شرط ضروري وكافي لتحقق كل من ٢ ، ٣ حيث:

$$\sum_{ر=١}^{م} \sum_{و=١}^{م} س_{رو} = \sum_{ر=١}^{م} ا_ر \text{ من (١)، (٣)، } (٥)$$

$$\sum^{م} \sum_{ر=١}^{ن} س_{رو} = \sum_{و=١}^{ن} ب_و \text{ من (١)، (٢) } (٦)$$

وحيث أن الطرف الأيمن لكل من (٥)، (٦) مشترك فإن تحقق (١) يعتبر شرط ضروري وكافي لتحقق (٢)، (٣).

ويتكون نموذج البرمجة الخطية لمشكلة التوزيع ذات البعدين من المعادلات من (١) إلى (٤)، حيث تمثل المعادلة (٤) دالة الهدف، (١)، (٢)، (٣) محددات المشكلة الموضوعة. لاحظ أن المحددات متساويات مما يلزم معها في حالة مشاكل البرمجة الخطية العادية إضافة متغيرات وهمية لتكوين مصفوفة الوحدة اللازمة للحل الأساسي الأول، ولكنه لما لمشكلة التوزيع من خصائص مميزة فإن الحل الأساسي الأول يمكن أن يتكون من المتغيرات الحقيقية، وذلك بالضرورة حيث من الخصائص الهامة لمشكلة التوزيع أنه لن يحدث على الإطلاق ويحتوي الحل الأمثل على عدد من المتغيرات الحقيقة يزيد عن م + ن − ١. وذلك بالضرورة حيث من الخصائص الهامة لمشكلة التوزيع أن (م + ن − ١) يمثل الحد الأدنى للمتغيرات اللازمة لعدم تحلل المشكلة. كما أن من الخصائص الهامة لمشكلة التوزيع أن معاملات كل المتغيرات في أي حل أساسي تكون الوحدة (غالباً ما تكون موجبة ولكن هذا لا يمنع كونها سالبة) وبالتالي يمكن اختيار (م + ن − ١) منها التمثل الحل الأساسي الأول.

ونوضح فيما يلي نموذج البرمجة الخطية المفصل لمشكلة توزيع ذات مصدرين للانتاج وأربعة مراكز للطلب.

أوجد الحل الأدنى: $ت_{١١} س_{١١} + ت_{٢١} س_{٢١} + ت_{٣١} س_{٣١} + ت_{٤١} س_{٤١}$

$+ ت_{١٢} س_{١٢} + ت_{٢٢} س_{٢٢} + ت_{٣٢} س_{٣٢} + ت_{٤٢} س_{٤٢} = ت^*$

في ظل:

$$(١) \quad \begin{bmatrix} ٠ & ٠ & ٠ & ٠ & ١ & ١ & ١ & ١ \\ ١ & ١ & ١ & ١ & ٠ & ٠ & ٠ & ٠ \\ ٠ & ٠ & ٠ & ١ & ٠ & ٠ & ٠ & ١ \\ ٠ & ٠ & ١ & ٠ & ٠ & ٠ & ١ & ٠ \\ ٠ & ١ & ٠ & ٠ & ٠ & ١ & ٠ & ٠ \\ ١ & ٠ & ٠ & ٠ & ١ & ٠ & ٠ & ٠ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} س_{١١} \\ س_{٢١} \\ س_{٣١} \\ س_{٤١} \\ س_{١٢} \\ س_{٢٢} \\ س_{٣٢} \\ س_{٤٢} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} أ_{١} \\ أ_{٢} \\ ب_{١} \\ ب_{٢} \\ ب_{٣} \\ ب_{٤} \end{bmatrix}$$

(٢) كل $س_{رو} \geqslant$ صفر لكل ر وكل و، كل $س_{رو} >$ صفر قيم صحيحة.

٥ ـ ٢ ـ نموذج البرمجة الخطية لمشكلة التوزيع ذات الثلاث أبعاد:

ويتخذ النموذج العام لمشكلة التوزيع ذات الثلاثة أبعاد الشكل الآتي:

دع: $ا_{ر}$ = كمية الانتاج المتوفرة في مركز الانتاج ر، ر = ١، ٢ ....، م

$ب_{و}$ = كمية الطلب على الإنتاج في مقر الطلب و، و = ١، ٢ ....، ن،

$د_{هـ}$ = طاقة التخزين المتاحة في المخزن الوسيط هـ، هـ = ١، ٢ ....، ى

$س_{روهـ}$ = عدد الوحدات المنقولة من مصدر الإنتاج ر إلى مقر الطلب عن طريق مرّ ر التخزين هـ.

$\text{ت}_{\text{روهـ}}$ = تكلفة نقل الوحدة من مصدر الإنتاج ر إلى مقر الطلب وعن طريق مركز التخزين هـ.

وبذلك يكون شرط التوازن كالآتي:

$$\sum_{\text{ر}=1}^{\text{م}} \text{ا}_{\text{ر}} = \sum_{\text{و}=1}^{\text{ن}} \text{ب}_{\text{و}} = \sum_{\text{هـ}=1}^{\text{ى}} \text{د}_{\text{هـ}}$$

وتكون دالة الهدف كالآتي:.

أوجد قيم صحيحة $\text{س}_{\text{روهـ}}$ بحيث يتحقق:

الحد الأدنى للدالة: $\text{ت}^{*} = \sum_{\text{ر}=1}^{\text{م}} \sum_{\text{و}=1}^{\text{ن}} \sum_{\text{هـ}=1}^{\text{ى}} \text{ت}_{\text{روهـ}} \text{س}_{\text{روهـ}}$

في ظل: $\sum_{\text{ر}=1}^{\text{م}} \sum_{\text{و}=1}^{\text{ن}} \text{س}_{\text{روهـ}} = \text{د}_{\text{هـ}}$

$$\sum_{\text{و}=1}^{\text{ن}} \sum_{\text{هـ}=1}^{\text{ى}} \text{س}_{\text{روهـ}} = \text{ا}_{\text{ر}}$$

$$\sum_{\text{ر}=1}^{\text{م}} \sum_{\text{هـ}=1}^{\text{ى}} \text{س}_{\text{روهـ}} = \text{ب}_{\text{و}}$$

وتعتبر مشاكل التوزيع ذات الثلاث أبعاد في الحياة العملية من حجم كبير يجعل تكلفة التوصل إلى الحل الأمثل لها عن طريق إتباع طريقة السمبلكس باهظة. وقد حدا ذلك بالبعض إلى ابتكار طرق تقريبية لحل مشكلة التوزيع من هذا الحجم هذا ولا يتسع المجال هنا للتعرض لهذه المشكلة بالتفصيل.

أسئلة وتمارين الفصل الثالث عشر

أولاً : الأسئلة:

السؤال الأول:

علل باختصار كل مما يأتي:

١ ـ يلزم أن يتم تقييم الخلايا غير المستغلة (المائية) باستخدام الخلايا المستغلة دون غيرها.

٢ ـ تحدد كل خلية مستغلة القيمة المعطاة لصف واحد أو لعمود واحد وليس لكلاهما في طريقة التوزيع المعدلة.

٣ ـ تمثل كل خلية من الخلايا في جدول التوزيع متغير من المتغيرات يكون المرغوب تحديد قيمته ويلزم أن تكون معاملات جميع المتغيرات مساوية للوحدة.

٤ ـ يلزام أن يكون مسار تقييم كل خلية من الخلايا غير المستغلة مكوناً من عدد زوجي من الخلايا تكون إحداها الخلية المرغوب تقييمها.

٥ ـ تتحلل مشكلة التوزيع إذا كان عدد الخلايا المستغلة يقل عن عدد الصفوف زائداً عدد الأعمدة ناقصا الوحدة.

٦ - لا يلزم أن يتوافر شرط التوازن في المشكلة الأصلية ويلزم توفيره حتى يمكن حل المشكلة.

السؤال الثاني:

برر خطأ أو صواب كل مما يأتي:

١ - يلزم لعدم تحلل مشكلة التوزيع أن تقل عدد الخلايا غير المستغلة عن الخلايا المستغلة بخلية واحدة على الأقل.

٢ - تفضل طريقة الركن الشمالي الشرقي على طريقة الحجر المتنقل في تقويم الخلايا غير المستغلة.

٣ - يكون التوزيع الحكمي الأولي هو التوزيع الأمثل في ظل طريقة فوجل التقريبية.

٤ - تمثل القيمة المعطاة لكل خلية من الخلايا غير المستغلة التكلفة البديلة لاستغلال الخلايا المستغلة في مسارها بدلاً منها.

٥ - يؤدي عدم توافر شرط عدم التحلل إلى عدم التمكن من تقييم أي من الخلايا غير المستغلة.

٦ - تتفوق طريقة التوزيع المعدلة على طريقة الحجر المتنقل في خفض تكاليف النقل.

٧ - لا يلزم تقييم الخلايا غير المستغلة في طريقة فوجل التقريبية.

٨ - تعتبر طريقة فوجل التقريبية أكفأ الطرق لحل مشكلة التوزيع.

٩ - يكون عدد المتغيرات في مشكلة التوزيع مساوياً (م×ن) ويكون عدد القيود مساويا (م+ن - ١).

١٠ - تؤدي زيادة الطلب عن العرض إلى ضرورة تحلل مشكلة التوزيع.

ثانياً: التمارين:

التمرين الأول:

في كل من المشاكل التالية قم بإجراء التوزيع المبدئي بقاعدة الركن الشمالي

الشرقي ثم قم بتحديد تكلفة النقل أو أرباح التوزيع المثالية مرة باستخدام طريقة الحجر [redacted] ومرة باستخدام طريقة التوزيع المعدلة.

المشكلة الأولى:

تكلفة النقل للوحـدة الربح المباشر على الوحدة

المشكلة الأولى:

تكلفة النقل للوحدة

	المصانع	الأول	الثاني	الثالث	احتياجات المراكز
مراكز التوزيع	الأول	٢	٤	٧	٥٠٠
	الثـاني	٥	٢	٨	٣٠٠
	الثـالث	٣	٦	٤	٧٠٠
طـاقـة المصانع		٤٠٠	٣٠٠	٨٠٠	

المشكلة الثانية:

الربح المباشر للوحدة

	المخازن المركزية	الأول	الثاني	الثالث	احتياجات المنافذ
منافذ التوزيع:	الأول	٦	٤	٧	٣٥٠
	الثاني	٤	٦	٢	٤٠٠
	الثالث	٣	٥	٣	٣٥٠
	الرابع	٥	٣	٥	٦٥٠
طاقة المخازن		٧٥٠	٤٥٠	٦٠٠	

المشكلة الثالثة:

تكلفة النقل للوحدة

	منافذ التوزيع	الأول	الثاني	الثالث	طاقة المصانع
المصانع:	الأول	٢	٥	٦	٦٠٠
	الثاني	٣	٤	٥	٤٠٠
	الثالث	٥	٣	٧	٣٥٠
	الرابع	٤	٢	١	٤٥٠
احتياجات المنافذ		٤٥٠	٧٥٠	٨٠٠	

التمرين الثاني:

(١) في كل من المشاكل الثلاثة في التمرين الأول قم بإجراء التوزيع الحكمي الأول بطريقة فوجل التقريبية، ثم قم بتقييم الخلايا غير المستغلة مرة بطريقة الحجر المتنقل ومرة بطريقة التوزيع المعدلة.

(٢) قم بصياغة نموذج البرمجة الخطية الملائم لكل مشكلة منها.

التمرين الثالث:

تمتلك إحدى الشركات ثلاثة مصانع تقع في مدن مختلفة، كما تقوم بتوزيع **انتاجها من خلال منافذ توزيع. يتم تلبية طلباتها من أربعة مخازن.**

وفيما يلي بيانات تكلفة النقل من المصانع إلى المخازن المركزية وطاقة كل منها وكذلك بيانات تكلفة النقل من المخازن لمنافذ التوزيع والطلب المقدر في كل منفذ من المنافذ:

	المخزن ١	٢	٣	٤	طاقة المصنع
المصنع ١	٣	٥	٨	٢	٧٠٠
٢	٧	٦	٤	٥	٥٠٠
٣	٥	٣	٦	٧	٧٠٠
طاقة المخزون	٣٠٠	٢٥٠	٤٠٠	٦٥٠	

المنفذ	١	٢	٣	٤	٥
المخزون ١	٤	١	٣	٥	٦
٢	٢	٣	٤	٣	٢
٣	٧	٢	١	٥	٤
٤	٣	٥	٤	٣	٧
الطلب في المنفذ	٣٠٠	١٥٠	٣٥٠	٢٥٠	٥٠٠

المطلوب:

(١) تحديد أقل تكلفة نقل من المصانع للمخازن المركزية مع إجراء التوزيع الحكمي الأول بقاعدة الركن الشمالي الشرقي وتقييم الخلايا بطريقة الحجر المتنقل.

(٢) كالمطلوب الأول فيما عدا أن تقييم الخلايا يتم بطريقة التوزيع المعدلة.

(٣) تحديد تكلفة النقل المثالية من المخازن لمنافذ التوزيع باستخدام طريقة التوزيع المعدلة مع قاعدة الركن الشمالي الشرقي.

(٤) كالمطلوب الثالث فيما عدا أن التوزيع الحكمي الأول يتم بطريقة فوجل التقريبية.

(٥) قم برسم خريطة التوزيع الشبكي من المصانع إلى منافذ التوزيع ماراً بمراكز التخزين، ثم حدد تكلفة نقل الوحدة في كل مسار. قم بعد ذلك بحل المشكلة كمشكلة توزيع من المصانع لمنافذ التوزيع مباشرة. هل يختلف الحل عما توصلت إليه سابقاً؟ ولماذا؟

(٦) قم بصياغة نماذج البرمجة الخطية الملائمة لكل ما تقدم.

الفصل الرابع عشر

في

البرمجة العددية وطريقة السمبلكس الثنائية

١ ـ مقدمة:

يعتبر شرط قابلية جميع المتغيرات للتجزئة من أهم الشروط التي تنطوي عليها افتراضات نموذج البرمجة الخطية، سواء فيما يتعلق بمعايير اختبار الإمكانية أو ما يتعلق بمعايير اختبار المثالية لكل من الحلول الأساسية. غير أن مشاكل التطبيق في الحياة العملية كثيراً ما تنطوي على ظروف تجعل تحقق شرط القابلية للتجزئة مستحيلا عملاً. فلا يمكن لشركة فيلبس مثلاً أن تقوم بإنتاج ٣٢١٥ ٢/٥ جهاز تليفزيون ٢٦ بوصة، و٢١١٣ ١/٧ جهاز ٢٠ بوصة. كما أنه لا يمكن تخصيص ١ ٣/٤ رجل من رجال البيع لمنطقة معينة وتخصيص ٣/٥ رجل لمنطقة أخرى. كما قد تقتضي المشكلة موضوع الدراسة الاختيار من بين عدد من بدائل المشروعات المتاحة للاستثمار والتي لا يمكن قبول أيها أو بعضها بصفة جزئية. وفي مثل هذه المشاكل وغيرها تكون شروط تطبيق نموذج البرمجة الخطية متوفرة فيما عدا شرط القابلية للتجزئة، حيث يلزم أن تتخذ المتغيرات أو بعضها قيماً صحيحة موجبة (غير كسرية).

وإذا كانت المشكلة تقبل الصياغة في صورة نموذج برمجة خطية فيما عدا أن

المتغيرات أو بعضها يلزم أن تتخذ قيماً صحيحة، فتصبح المشكلة مشكلة برمجة عددية. وعلى ذلك فمشكلة البرمجة العددية هي في الحقيقة مشكلة برمجة خطية فقدت صفة الخطية لوجوب التخلي عن شرط القابلية للتجزئة بضرورة اتخاذ المتغيرات أو بعضها لقيماً غير كسرية. وقد تكون مشكلة البرمجة العددية مشكلة مختلطة، بمعنى أنه يلزم أن تتخذ بعض المتغيرات قيماً غير كسرية بينما البعض الآخر يمكن أن يتخذ قيماً كسرية، أو تكون مشكلة برمجة عددية صرفة، بمعنى أنه يلزم أن تتخذ كل المتغيرات قيماً غير كسرية.

وسواء كانت مشكلة البرمجة العددية مختلطة أو صرفة فإن أسلوب حلها يبدأ بالتوصل إلى حل النموذج كنموذج برمجة خطية عادي. فإذا كان الحل الأمثل الناتج عن ذلك يؤدي إلى الوفاء بشرط عدم اتخاذ المتغيرات المرغوبة لقيماً كسرية إنتهى الأمر عند هذا الحد. أما إذا لم يتحقق هذا الشرط فعندئذ يبدأ البحث في تحقيقه بأي من عدد معروف من الطرق، والتي يلزم في كل منها ضرورة الالتجاء إلى طريقة السمبلكس الثنائية Dual Simplex Algorithm.

وسوف نعرض في هذا الفصل إلى البرمجة العددية واستخداماتها في صورة مبسطة، ويلزم لسهولة استيعاب ذلك أن نتعرض أولاً لطريقة السمبلكس الثنائية.

٢ ـ طريقة السمبلكس الثنائية:

ابتكر ليمكي C. E. Lemke [١] هذه الطريقة في رسالة الدكتوراه الخاصة به سنة ١٩٥٣، ثم نشرها بعد ذلك بحث له سنة ١٩٥٤ [٢]. ولا تخرج الطريقة عن

---

(١) لعرض وافي لطريقة ليمكي أنظر ـ A. Charnes, W.W. Cooper, **Management Models and Industrial Applications of Linear Programming,** Vol. II, (New York: John Wiley, 1961) pp. 477 – 491—

(٢) C.E. Lemke, «The Dual Method of Solving the Linear Programming Problem «**Naval Research Logistics Quarterly,** 1954) Vol.1, PP. 36 – 47.

كونها مبدول لطريقة السمبلكس العادية بحيث تبدأ بتوفير الإمكانية بحثاً عن المثالية، بينما الطريقة العادية تبدأ بالبحث عن المثالية في ظل الحفاظ على الإمكانية. ولتوضيح الطريقة نفترض المثال التالي:

تقصية: ٥ س$_١$ + ١٦ س$_٢$ (١)

في ظل: ٣ س$_١$ + ٢ س$_٢$ ≤ ١٨٠ (٢ - ١)

س$_١$ + ٣ س$_٢$ ≤ ٢٨٠ (٢ - ٢) (٢)

س$_١$ ≥ ٢٠ (٢ - ٣)

س$_١$ ، س$_٢$ ≥ صفر (٣)

لاحظ أن إشارة القيد (٢ - ٣) هي عكس الإشارات النمطية لمشكلة التقصية، ولتحويل القيد إلى متساوية يلزم طرح متغير زائد. ويترتب على ذلك أن قيمة المتغير الزائد في الحل الأساسي الأول تصبح سالبة، خارجة بذلك على شرط عدم السالبية، بمعنى أن الحل الأساسي الأول يصبح غير ممكناً. وقد دفعنا ذلك إلى اللجوء إلى المتغيرات الوهمية للخروج من هذا المأزق (سمبلكس التدنية) كما نتذكر في الفصول السابقة. والواقع أن طريقة السمبلكس الثنائية تعفينا من الحاجة إلى استخدام المتغيرات الوهمية. فإذا أضفنا المتغيرات العاطلة للقيدين الأول والثاني وطرحنا المتغير الزائد من القيد الثالث لظهر الحل الأساسي الأول كما في الجدول التالي. ونلاحظ أن قيمة س$_٥$ سالبة = -٢٠ في هذا الحل، وبالتالي يصبح هذا الحل غير ممكناً، لأنه لا يفي بشرط عدم وجود متغيرات سالبة (٣).

وتساعدنا طريقة السمبلكس الثنائية في هذا الصدد كالآتي:

١ - نختار الصف الذي فيه تقع أصغر قيمة سالبة جبرياً لمتغير في الحل الأساسي ليمثل صف البؤرة.

جدول الحل الأساسي الأول

ع$_و$	س*	ب	$س_1$	$س_2$	$س_3$	$س_4$	$س_5$	النسب
			٥	١٢	٠	٠	٠	ع$_و$
٠	$س_3$	١٨٠	٣	٢	١	٠	٠	
٠	$س_4$	٢٨٠	١	٣	٠	١	٠	
٠	$س_5$	−٢٠	−١	٠	٠	٠	١	←
المؤشرات		٠	٥	١٢	٠	٠	٠	
			↑					

٢ ـ نقوم بإيجاد النسب بين صف المؤشرات والصف المختار ليكون صف البؤرة، مع الاقتصار على نسب المتغيرات غير الأساسية في الحل الأساسي القائم، ومع إهمال النسب التي يكون المقام فيها مساوياً للصفر أو أرقاماً موجبة.

٣ ـ نختار من بين هذه النسب أكبر النسب في التدنية وأصغر النسب في التقصية (مع مراعاة إشارة صف المؤشرات في الحل الأمثل في الطريقة التي اتبعناها) ليتحدد عمود البؤرة، أي المتغير الواجب إضافته في الحل الأساسي التالي.

٤ ـ نتبع إجراءات طريقة السمبلكس العادية للوصول للحل الأساسي التالي.

٥ ـ إذا وجدت قيماً سالبة في الحل الأساسي الجديد لأحد المتغيرات الأساسية نكرر الخطوات السابقة، وإلاَّ نطبق إجراءات طريقة السمبلكس العادية وقواعدها.

وبتطبيق هذه القواعد والإجراءات نجد أن $س_1$ يحل محل $س_5$ في الحل الأساسي التالي:

٠	$س_{٣}$	١٢٠	٠	②	١	٠	٠	الحل الأساسي
٠	$س_{٤}$	٢٦٠	٠	٣	٠	١	٠	الثـاني
٥	$س_{١}$	٢٠	١	٠	٠	٠	١-	
المؤشرات		١٠٠	٠	١٢	٠	٠	٥-	

وبتفحص جدول الحل الأساسي الثاني نجد أننا تخلصنا من المتغيرات السالبة، إلاّ أن الحل ما زال يحتمل التحسن لأن قيمة $س_{٢}$ في صف المؤشرات موجبة. فنتبع إجراءات وخطوات السمبلكس العادية للتوصل إلى الحل الأمثل الذي فيه نجد:

$$س^{*}_{١} = ٢٠ \text{ ، } س^{*}_{٢} = ٦٠ \quad س^{*}_{٤} = ٨٠ \text{ ، } ع^{*} = ٨٢٠$$

٣ ـ البرمجة العددية وقطعيات جوموري:

ذكرنا في المقدمة أن البرمجة العددية تختلف عن البرمجة الخطية في أن الأولى تتطلب أن تتخذ المتغيرات أو بعضها قيماً صحيحة موجبة في الحل الأمثل. والواقع أنه لا توجد طريقة بمفردها كطريقة السمبلكس مثلاً تستطيع أن تؤدي إلى تحقيق هذه النتيجة تلقائياً في مثل هذه المشاكل. وعادة ما يتم حل المشكلة أولاً بطريقة السمبلكس دون نظر إلى شرط اتخاذ المتغيرات المطلوبة لقيم صحيحة ثم ينظر في أمر تحقيق هذا الشرط بعد التوصل إلى الحل الأمثل لنموذج البرمجة الخطية العادي. ويوجد عدداً من الطرق التي يمكن بها التوصل إلى تحقق هذا الشرط في مثل هذه المشاكل في عدد محدود من التكرارات، غير أن أشهرها وأعمها هي ما يسمى بطريقة قطعيات جوموري Gomory Cuts [1]. ولعل أفضل وسيلة لتقديم

(1) R.A.Gomory «Oultine of an Algorithm for Integer Solutions to Linear Programs», **Bull. of the American Math Society**, 64, No.5, 1958.

ويمكن للقارىء الذي يرغب في شرح الأساس النظري والرياضي للطريقة الرجوع إلى Char-

هذه الطريقة هي عن طريق المثال المبسط التالي :

تقصية :	٢٥ $\text{س}_{١}$	+ ١٢ $\text{س}_{٢}$	+ صفر $\text{س}_{٣}$	(١)
في ظل :	٣ $\text{س}_{١}$	+ ٢ $\text{س}_{٢}$	+ $\text{س}_{٣}$ = ٢٥	(٢)
	$\text{س}_{١}$	، $\text{س}_{٢}$ ، $\text{س}_{٣}$	، قيم صحيحة موجبة	(٣)

حيث $\text{س}_{٣}$ هو المتغير العاطل للقيد الموضوعي الوحيد.

وبالطبع نجد أن حل هذه المشكلة بطريقة البرمجة الخطية (والذي يتحقق بمجرد الفحص النظري بالاستعانة بالربحية المباشرة لوحدة الطاقة في مركز الاختناق المشترك)، دون نظر للقيد (٣) هو كالآتي:

$$\text{س}_{١} = \frac{٢٥}{٣} \text{ ، ع} = ٢٠٨\frac{١}{٣} \text{ ، س}_{٢} = \text{س}_{٣} = \text{صفر.}$$

ويتضح ذلك من جدول الحل الأمثل لنموذج البرمجة الخطية بطريقة السمبلكس، وهو الآتي:

جدول الحل الأساسي الثاني (أمثل كسري)

			٢٥	١٢	٠	$\text{ع}_{و}$
$\text{ع}_{و}$	س*	ب	$\text{س}_{١}$	$\text{س}_{٢}$	$\text{س}_{٣}$	النسب
٢٥	$\text{س}_{١}$	$٨\frac{١}{٣}$	١	$\frac{٢}{٣}$	$\frac{١}{٣}$	
صف المؤشرات		$٢٠٨\frac{١}{٣}$	٠	$-٤\frac{٢}{٣}$	$-٨\frac{١}{٣}$	

= ners & Cooper أو إلى

G. Haddley, **Nonlinear and Dynamic Programming (Addeson Wesley, 1964), ch. 8.**

وحيث س$_1$ = ٨$\frac{١}{٣}$ في هذا الحل الأمثل لنموذج البرمجة الخطية العادي فإن القيد (٣) الذي يتطلب قيماً صحيحة للمتغيرات لم يتحقق، ومن ثم فإن هذا الحل يعد غير ممكناً بنموذج البرمجة العددية.

ويلاحظ أن قيمة [ب]، [أ$^*_{رو}$] في صف س$_1$ في الحل الأمثل تشتمل على شقين: الشق الأول يمثل أرقام صحيحة موجبة، والشق الثاني يمثل كسور، لو تم إضافتها إلى هذه الأرقام، لتوصلنا إلى قيم [ب]، [أ$_{رو}$]*. فقيمة س$_1$ مثلاً = ٨ + $\frac{١}{٣}$ في العمود [ب]، كما أن معامل احلال س$_2$ مع س$_1$ = صفر + $\frac{٢}{٣}$، ومعامل احلال س$_3$ مع س$_1$ = صفر + $\frac{١}{٣}$. ولنرمز للأجزاء الصحيحة في العمود [ب] بالرمز {ب} وللكسور بالرمز [ف]، وللأجزاء الصحيحة من الأرقام الكسرية في [أ$^*_{رو}$] بالرمز {أ$_{رو}$} وللكسور بالرمز (ف$_{رو}$)، وبالتالي نجد أن:

$$\sum_{و} \{أ_{رو}\ س_و\} + ف_{رو}\ س_و \leqslant \{ب\} + ف_ر \qquad (٤)$$

أي: س$_1$ + صفر س$_2$ + صفر س$_3$ + $\frac{٢}{٣}$س$_2$ + $\frac{١}{٣}$س$_3$ ≥ ٨ + $\frac{١}{٣}$ (٤/١)

لاحظ أيضاً أننا إذا طرحنا (ف$_{رو}$) من الطرف الأيمن للمعادلة (٤) وطرحنا [ف$_ر$] من الطرف الأيسر لاتخذت الأرقام فيها قيماً صحيحة موجبة. أي أن:

$$-\frac{٢}{٣}س_2 - \frac{١}{٣}س_3 \geqslant -\frac{١}{٣} \qquad (٤/٢)$$

إذا ما أضيف جبرياً إلى (٤/١) لتحولت معاملاتها [أ$^*_{رو}$]، وثابتها [ب] إلى قيم صحيحة { أ$_{رو}$ }، { ب }، أي: س$_1$ ≥ ٨، حيث أ$_{11}$ = ١، ب$_1$ = ٨.

ولنفترض الآن أننا أضفنا المتغير العاطل $س_٤$ إلى (٤/٢) وفرضناه كقيداً إضافياً على جدول الحل الأمثل للمشكلة الأصلية (الحل الأساسي الثاني بعاليه). والواقع أننا نحصل بذلك على مشكلة برمجة خطية جديدة مشتقة من المشكلة الأصلية، يتضح حلها الأساسي الأول في جدول الحل الأساسي الثالث. ولنطلق عليها المشتقة (١)، وهي عبارة عن الحل الأمثل لمشكلة برمجة خطية في (١)، (٢) معززة بالقيد (٤/٢).

ومن الواضح أن الحل الأساسي الثالث غير ممكن حيث تتخذ $س_٤$ قيمة سالبة $= -\frac{١}{٣}$. وبذلك يصبح من الضروري اللجوء إلى طريقة السمبلكس الثنائية للتخلص من هذه المشكلة باحلال $س_٢$ محل $س_٤$ كما في جدول الحل الأساسي الرابع. وبتفحص صف المؤشرات نجد أننا توصلنا إلى الحل الأمثل للمشتقة (١) بالبرمجة الخطية. إلاّ أن تفحص العمود [ب] يفيد أن $س_٢$ قد اتخذ قيمة كسرية $= \frac{١}{٢}$. وباستخدام صف $س_٢$ في هذا الجدول نقوم بتكوين قيد جديد يكون الثابت فيه هو $- ف_ر$، ومعاملات المتغيرات هي $- ف_{رو}$. حيث تشير $ف_ر$، $ف_{رو}$ إلى الكسور التي إذا طرحت من [ب] و [$أ^*_{رو}$] على التوالي لتوصلنا لأقرب أرقام صحيحة تكون أقل من أو تساوي الأرقام الأصلية. بمعنى أن:

$$\{ب\} + ف_ر = [ب]$$

$$\{أ_{رو}\} + ف_{رو} = [أ^*_{رو}]$$

حيث { ب } هي القيم الصحيحة ≥ [ب]، و { $أ_{رو}$ } هي معاملات الاحلال الحدي الصحيحة ≥ [$أ^*_{رو}$] كما سبق أن عرفناها.

وبناء على ذلك نجد أنه يلزم أن تكون [$ب_٢$ } + $ف_٢$ = ($ب_٢$)

ع$_{و}$	س*	ب	س$_{١}$	س$_{٢}$	س$_{٣}$	س$_{٤}$	النسب	
			٢٥	١٢	٠	٠	ع$_{و}$	
٢٥	س$_{١}$	$٨\frac{١}{٣}$	١	$\frac{٢}{٣}$	$\frac{١}{٣}$	٠		الحل الأساسي الثالث
٠	س$_{٤}$	$-\frac{١}{٣}$	٠	($-\frac{٢}{٣}$)	$-\frac{١}{٣}$	١		←
المؤشرات		$٢٠٨\frac{١}{٣}$	٠	$-٤\frac{٢}{٣}$	$-٨\frac{١}{٣}$	٠		
٢٥	س$_{١}$	٨	١	٠	٠	١		الحل الأساسي الرابع
١٢	س$_{٢}$	$\frac{١}{٢}$	٠	١	$\frac{١}{٢}$	$-\frac{٣}{٢}$		
المؤشرات		٢٠٦	٠	٠	−٦	−٧		

أي: صفر + $\frac{١}{٢}$ = $\frac{١}{٢}$، أي أن ف$_{٢}$ = $\frac{١}{٢}$، كما أن: أ$_{١٢}$ + ف$_{١٢}$ =
صفر + صفر ، أ$_{٢٢}$ + ف$_{٢٢}$ = ١ + صفر، أ$_{٣٢}$ =
صفر + $\frac{١}{٢}$ ، أ$_{٤٢}$ = −٢ + $\frac{١}{٢}$. وبالتالي يكون القيد الجديد هو:

$$\Sigma - \text{ف}_{\text{رو}}\ \text{س}_{\text{و}} + \text{س}_{\text{و}+١} = -\text{ف}_{\text{ر}}$$ ، أي

$$-\frac{١}{٢}\ \text{س}_{٢} + \frac{١}{٢}\ \text{س}_{٤} + \text{س}_{٥} = -\frac{١}{٢} \quad (٤/٣)$$

وإذا عززناها الحل الأمثل للمشتقة (١) بالقيد (٤/٣) لحصلنا على مشكلة برمجة خطية مشتقة (٢)، ويظهر الحل الأساسي الأول لها كما في جدول الحل الأساسي الخامس. لاحظ أن س$_{٥}$ سالبة ويلزم استخدام قواعد واجراءات السمبلكس الثنائية لنصل إلى الحل الأمثل لمشكلة البرمجة العددية الأصلية الموضح بالجدول السادس. لاحظ أيضاً أن (٤/٣) إذا أضيف إلى صف س$_{٢}$ في جدول الحل الأساسي الخامس يؤدي إلى اتخاذ س$_{٢}$ لقيمة صحيحة $\leq \frac{١}{٢}$ ، أي تساوي صفر. ذلك لأن:

ع_و			٢٥	١٢	٠	٠	٠
ع_و	س*	ب	$س_١$	$س_٢$	$س_٣$	$س_٤$	$س_٥$
٢٥	$س_١$	٨	١	٠	٠	١	٠
١٢	$س_٢$	$\frac{١}{٢}$	٠	١	$\frac{١}{٢}$	$-\frac{٣}{٢}$	٠
٠	$س_د$	$-\frac{١}{٢}$	٠	٠	($-\frac{١}{٢}$)	$-\frac{١}{٢}$	١
المؤشرات		٢٠٦	٠	٠	−٦	−٧	٠
٢٥	$س_١$	٨	١	٠	٠	١	٠
١٢	$س_٢$	٠	٠	١	٠	−٢	١
٠	$س_٣$	١	٠	٠	١	١	−٢
المؤشرات		٢٠٠	٠	٠	٠	−١٣	−١٢

$$س_٢ + \frac{١}{٢} س_٣ - \frac{٣}{٢} س_٤ - \frac{١}{٢} س_٣ - \frac{١}{٢} س_٤ \geq \frac{١}{٢} - \frac{١}{٢} .$$

أي أن: $س_٢ - ٢ س_٤ \geq$ صفر.

ويتحقق ذلك بلزوم اتخاذ $س_٢$ لقيمة تساوي ضعف قيمة $س_٤$، أو اتخاذ كلاهما لقيمة صفرية. وحيث $س_٤$ تساوي صفر لأنها ليست في المتغيرات الأساسية في الحل الأساسي الخامس، فإن $س_٢$ يلزم بالضرورة أن تساوي صفر تحقيقاً للقيد الجديد (٣/٤).

٣ - ١ - قواعد قطعيات جوموری لمشكلة البرمجة العددية الصرفة:

الواقع أن حل مشاكل البرمجة العددية الصرفة (كالمثال بعاليه) بالاستعانة بقطعيات جوموري لا يخرج عن كونه حلاً لسلسلة من مشاكل البرمجة الخطية

المشتقة من المشكلة الأصلية، مع تعزيز كل منها بقطعية من القطعيات كقيد إضافي على حل البرمجة الخطية الأمثل للمشكلة السابقة لها. فالبداية تكون بتجاهل قيد إتخاذ المتغيرات لقيماً غير كسرية وحل المشكلة كمشكلة برمجة خطية عادية. فإذا كان الحل الأمثل لهذه المشكلة يفي تلقائياً بعدم اتخاذ أي من المتغيرات لقيم كسرية، كان الحل الأمثل لنموذج البرمجة الخطية هو نفسه الحل الأمثل لنموذج البرمجة العددية. أما إذا اتخذ أحد المتغيرات أو بعضها قيمة كسرية في الحل الأساسي، فهنا تبدأ الحاجة إلى الاستعانة بقطعيات جوموري. ويتم تحديد كل قطعية من القطعيات طبقاً للخطوات التالية:

١ ـ نختار من العمود [ب] في جدول الحل الأمثل لمشكلة البرمجة الخطية المشتقة من المشكلة الأصلية ذلك الصف الذي يحتوي على أكبر قيمة كسرية تقرب من الواحد الصحيح (قد تكون القيمة الكسرية طبعاً مضافة إلى قيمة صحيحة مثل $١٢٤\frac{٥}{٦}$) ونستخدم هذا الصف لاشتقاق القيد الإضافي اللازم لتعزيز الحل الأمثل لتكوين مشكلة البرمجة الخطية المشتقة الجديدة.

٢ ـ دع القيمة الكسرية في العمود [ب] في الصف المختار (ر) $=ف_ر$. فالصف المختار في المشكلة بعاليه مثلاً كان الصف الأول حيث $س_١$ كانت $= ٨\frac{١}{٣}$، وبالتالي تكون $ف_١ = \frac{١}{٣}$.

٣ ـ بالنسبة لكل معامل من معاملات الاحلال في الصف المختار (ر)، نقوم بتحديد ذلك الكسر الذي إذا ما طرح من المعامل المعين لأدى إلى تحول المعامل إلى قيمة صحيحة لا تزيد عن قيمة المعامل الحالي. بمعنى أن القيمة الكسرية في $٢\frac{١}{٢}$ هي $\frac{١}{٢}$ لأن $(٢\frac{١}{٢} - \frac{١}{٢} \geq ٢)$، بينما القيمة الكسرية في $-٣\frac{١}{٤}$ هي $\frac{٣}{٤}$ لأن $[(-٣\frac{١}{٤} - \frac{٣}{٤} = -٤) \geq -٣\frac{١}{٤}]$. دع ذلك الكسر $= ف_{رو}$.

٤ ـ نقوم بتكوين القيد اللازم لتحقيق القطعية من منطقة الإمكانيات طبقاً للمعادلة:

$$\sum_{و=١}^{ن} - ف_{رو}\, س_{و} + س_{و+١} = - ف_{ر} \qquad [٤]$$

كما سبق توضيحه في المثال بعاليه.

٥ ـ نقوم بتعزيز جدول الحل الأمثل غير العددي بالقيد [٤] لنحصل على مشكلة برمجة خطية مشتقة جديدة. نقوم بحل هذه المشكلة بالسمبلكس الثنائية ثم العادية لو اقتضى الأمر. فإذا تحقق شرط عدم وجود متغيرات كسرية في الحل الأساسي الأمثل يكون هو الحل الأمثل لمشكلة البرمجة العددية. أما إذا وجدت متغيرات كسرية فنقوم بتكرار الخطوات السابقة إلى أن نصل إلى الحل العددي المطلوب.

٣ ـ ٢ ـ قطعيات جومرى لمشكلة البرمجة العددية المختلطة:

قد يستدعي الأمر في بعض الحالات أن تتخذ بعض المتغيرات قيماً غير كسرية بينما يمكن للبعض الآخر أن يتخذ قيماً كسرية. فقد لا تكون المنتجات المرغوب انتاجها قابلة للتجزئة مثلاً بينما تكون طاقة الموارد اللازمة لتحقيق ذلك قابلة للتجزئة. وفي مثل هذه الأحوال نجد أنه يلزم أن تتخذ بعض المتغيرات قيماً صحيحة بينما البعض الآخر يمكن أن يتخذ قيماً كسرية. وقد قدم جوموري أسلوباً لتحديد القطعيات اللازمة في هذه الحالة أسوة بالحالة السابقة [1]. وسوف نوضح ذلك عن طريق مثال رقمي مبسط.

---

(1) R.E. GOMORY, «An Algorithm for the Mixed Integer Problem», **Paper-1885,** (The RAND Corp., June, 1960), as cited in Hadley, **OP. Cit.,** P.289.

نفترض مشكلة البرمجة التالية بعد إضافة المتغيرات العاطلة، وحيث $س_{١}$، $س_{٢}$ منتجات:

تقصية: $٤س_{١} + س_{٢}$ [١]

في ظل: $$\begin{cases} ٢س_{١} + س_{٢} + س_{٣} = ٣٥ \\ \frac{٣}{٥}س_{١} + ٢س_{٢} + س_{٤} = ٣٠ \end{cases}$$ [٢]

$س_{١}$ ، $س_{٢}$ قيم صحيحة ، $س_{و} \geqslant$ صفر [٣]

وبحل هذه المشكلة في [١]، [٢] كمشكلة برمجة مشتقة [١] نحصل على الحل الأمثل الموضح في الجدول:

الحل الأمثل للمشتقة [١]

$ع_{و}$	$س^{*}$	ب	$س_{١}$	$س_{٢}$	$س_{٣}$	$س_{٤}$
			٤	١	٠	٠
٤	$س_{١}$	$١٧\frac{١}{٢}$	١	$\frac{١}{٢}$	$\frac{١}{٢}$	٠
٠	$س_{٤}$	$١٩\frac{١}{٢}$	٠	$\frac{١٧}{١٠}$	$-\frac{٣}{١٠}$	١
المؤشرات		٧٠	٠	-١	-٢	٠

غير أننا نجد أن $س_{١}$ قد اتخذ قيمة كسرية، وهو مطلوب أن يتخذ قيمة صحيحة، بينما $س_{٤}$ غير مطلوب أن يتخذ قيمة صحيحة ومن ثم فلا يمثل مشكلة. ويلزم بالتالي أن نقوم باشتقاق قيد لقطعية من قطعيات جوموری لنعزز به هـذا الحل لنحصل علـى المشكلة المشتقة [٢]. ويتم اشتقـاق هـذا القيـد طبقاً للخطوات التالية:

١ ـ بالنسبة للكسر $ف_{ر}$ في العمود [ب] نطبق نفس القواعد كما في حالة البرمجة العددية الصرفة. حيث ندع قيمة الكسر = $ف_{ر}$.

٢ ـ بالنسبة لمعاملات الاحلال الحدي [$أ_{رو}$]* تتحدد القيمة الكسرية لكل منها طبقاً للقواعد التالية:

٢ ـ أ ـ إذا كان المتغير $س_{و}$ في العمود (و) مطلوب أن يتخذ قيمة عددية صحيحة وكانت القيمة الكسرية $ف_{رو} \leqslant ف_{ر}$ ، فإن $\hat{ف}_{رو} = ف_{رو}$ ، كما في حالة البرمجة العددية الصرفة (أي يساوي الكسر الذي إذا طرح من $أ_{رو}^{*}$ لكان الناتج قيم صحيحة $أ_{رو} \leqslant أ_{رو}^{*}$)، حيث $\hat{ف}_{رو}$ هي معامل المتغير $س_{و}$ في القيد الجديد في هذه الحالة المختلطة.

٢ ـ ب ـ إذا كان المتغير $س_{و}$ في العمود (و) مطلوب أن يتخذ قيمة عددية صحيحة، وكانت القيمة الكسرية $ف_{رو} > ف_{ر}$ ، فإن $\hat{ف}_{رو}$

$$= \frac{ف_{ر}}{١ - ف_{ر}} (١ - ف_{رو}).$$

٢ ـ جـ ـ إذا كان المتغير $س_{و}$ في العمود (و) غير مطلوب أن يتخذ قيمة عددية صحيحة، وكان معامل الاحلال $أ_{رو}^{*}$ موجباً فإن $\hat{ف}_{رو} = أ_{رو}^{*}$

٢ ـ د ـ إذا كان المتغير $س_{و}$ في العمود (و) غير مطلوب أن يتخذ قيمة عددية صحيحة وكان معامل الاحلال $أ_{رو}^{*}$ سالباً، فإن

$$\hat{ف}_{رو} = \frac{ف_{ر}}{١ - ف_{ر}} [أ_{رو}^{*}].$$

ويلاحظ عند تطبيق هذه القواعد أن:

$ف_{ر}$ هي قيمة الكسر في العمود [ب] في صف المتغير المختار.

$\hat{ف}_{رو}$ هي معاملات المتغيرات $س_{و}$ في الصف المختار (ر) في القيد الجديد المرغوب إعداده.

$ف_{رو}$ هي قيمة الكسر الذي إذا خصم من معامل الاحلال $أ_{رو}^*$ لنتجت قيمة صحيحة أقل من أو تساوي $أ_{رو}^*$

وبتطبيق هذه القواعد على المثال الجاري نجد الآتي:

١ ـ $ف_ر = ف_١ = \frac{١}{٢}$ = قيمة الكسر في قيمة $س_١$ في العمود [ب].

٢ ـ [($ف_{١١}$ = صفر) < $ف_١ = \frac{١}{٢}$]، ∴ $\hat{ف}_{١١}$ = صفر (قاعدة ٢ – أ).

($ف_{٢١} = \frac{١}{٢}$) = ($ف_١ = \frac{١}{٢}$)، ∴ $\hat{ف}_{٢١} = \frac{١}{٢}$ (قاعدة ٢ – أ).

$ف_{٣١}$ موجب ، ∴ $\hat{ف}_{٣١} = أ_{٣١}^* = \frac{١}{٢}$، (قاعدة ٢ – جـ).

$ف_{٤١}$ موجب = صفر، ∴ $ف_{٤١} = أ_{٤١}^*$ = صفر، (قاعدة ٢ – جـ).

وتأسيساً على ذلك يكون القيد الإضافي المطلوب هو:

$$صفر\ س_١ - \frac{١}{٢} س_٢ - \frac{١}{٢} س_٣ + صفر\ س_٤ + س_٥ = -\frac{١}{٢}$$

(٤/١).

وبتعزيز الحل الأمثل بعاليه بالقيد [٤/١] نحصل على مشكلة البرمجة الخطيـة المشتقة [٢] كما تظهر في جدول الحل الأساسي الأول لها. وبحل هذه المشكلة بطريقة السمبلكس الثنائية نحصل على الحل الأمثل، والذي بدوره يمثل الحل الأمثل للمشكلة الأصلية. ذلك لأن $س_١$ و $س_٢$ قد اتخذت قيماً صحيحة، بينما $س_٤$ (الطاقة العاطلة للمورد الثاني) غير مطلوب أن يتخذ قيماً صحيحة.

هذا والواقع أن الوصول إلى الحل الأمثل ليس بهذه السهولة التي لاقيناها في هذا المثال المبسط. فقد يقتضي الأمر في معظم الأحوال تكوين عدد كبير جداً من المشاكل المشتقة للتـوصـل إلى الحل غير الكسري في المشكلـة المختلطـة (جـرب المشكلة التي وردت في البند ٣ في الفصل السابق مثلا بافتراض $س_١$ و $س_٢$ تتخذ قيماً صحيحة، لتجد أنك سوف تكون في حاجة إلى حل أربع مشاكل مشتقة على الأقل) وذلك لأن قطعيات جوموری تقوم بـاستبعـاد ذلـك الجزء مـن منطقـة الإمكانيات الذي يؤدي إلى التخلص من الجزء الكسري من متغير واحد في كل

		٤	١	٠	٠	٠
		$س_١$	$س_٢$	$س_٣$	$س_٤$	$س_٥$
٤ $س_١$	$١٧\frac{١}{٢}$	١	$\frac{١}{٢}$	$\frac{١}{٢}$	٠	٠
٠ $س_٤$	$١٩\frac{١}{٢}$	٠	$\frac{١٧}{١٠}$	$-\frac{٣}{١٠}$	٠	٠
٠ $س_٥$	$-\frac{١}{٢}$	٠	$-\frac{١}{٢}$	$-\frac{١}{٢}$	٠	١
المؤشرات	٧٠	٠	١ –	٢ –	٠	٠

الحل الأساسي الأول للمشتقة [٢]

٤ $س_١$	١٧	١	٠	٠	٠	١
٠ $س_٤$	$١٧\frac{٤}{٥}$	٠	٠	$\frac{٧}{٥}$	١	$-\frac{١٧}{٥}$
١ $س_{١١}$	١	٠	١	١	٠	٢ –
المؤشرات	٦٩	٠	٠	١ –	٠	٢ –

الحل الأساسي الأمثل للمشتقة [٢] والمشكلة الأصلية

دورة. وقد يؤدي ذلك إلى ظهور جزء كسري في متغير آخر كان قبل ذلك يتخذ قيمة صحيحة. فنضطر في الدورة التالية إلى اقتطاع جزء من منطقة الإمكانيات للتخلص من ذلك الجزء الكسري الجديد. وقد يؤدي ذلك إلى ظهور جزء كسري آخر في متغير آخر وهكذا. إلاَّ أنه من الثابت أن قطعيات جومري تؤدي إلى التوصل إلى الحل العددي المختلط في عدد محدود من التكرارات، أو بمعنى أصح بحل عدد محدد (نهائي) من المشاكل المشتقة.

ولتوضيح كيفية التوصل إلى الحل العددي للمشاكل المختلطة بياناً نسوق المثال التالي بعد إضافة المتغيرات العاطلة، وحيث $س_١$، $س_٢$ منتجات.

تقصية: $س_١ + ٤ س_٢$ [١]

في ظل: $س_1 + ٢ س_2 + س_3 = \frac{1}{2}٣$ [٢]

$٢ س_1 + \frac{٣}{٥} س_2 + س_4 = ٣$

$س_و \geqslant$ صفر ، $س_1$ ، $س_2$ قيم صحيحة [٣]

وبحل هذه المشكلة في [١] و [٢] كالمشتقة [١] نصل إلى الحل الأمثل الموضح في الجدول الثاني، والذي منه يتبين أن $س_2$ قد اتخذت قيمة كسرية، فنقوم بتعزيزه بالقيد [٤/١] لنحصل على الحل الأساسي الأول للمشتقة [٢]، والتي نصل إلى الحل الأمثل لها في الجدول الرابع، بعد تطبيق إجراءات وقواعد السمبلكس الثنائية على الجدولين الثاني والثالث. ونجد أن $س_1$ في الجدول الرابع قد اتخذت قيمة كسرية فنقوم بتعزيز الجدول بالقيد [٤-٢] لنحصل على المشتقة [٣]، والتي بحلها نصل إلى الحل الأمثل للمشكلة الأصلية في الجدول الخامس.

ويلاحظ أننا قد قمنا باشتقاق القيد [٤ - ١] من صف $س_2$ (الصف الأول) في الجدول الثاني. وإذا أضفنا [٤ - ١] إلى صف $س_2$ لنتج:

$\frac{1}{2} س_1 + س_2 + \frac{1}{2} س_3 \geqslant ١ \frac{٣}{٤}$ (صف $س_2$)

$-\frac{1}{2} س_1 - \frac{1}{2} س_3 \geqslant -\frac{٣}{٤}$ [٤ - ١]

$س_2 \geqslant ١$ المجموع [٣ - ١]

أو بمعنى آخر:

$س_2 + س_5 = ١$

أو $س_5 = ١ - س_2$ [٣-٢]

أما القيد [٤ - ٢] فقد تم اشتقاقه من صف $س_1$ في الجدول الرابع (الصف

الثالث) والذي إذا ما أضفنا إليه القيد [٤ - ٢] لنتج:

$$س_{١} + \frac{١}{٢} س_{٤} - \frac{٣}{١٠} س_{٥} \leqslant ١\frac{١}{٥} \qquad (صف\ س_{١})$$

$$- \frac{١}{٢} س_{٤} - \frac{٣}{٤٠} س_{٥} \leqslant - \frac{١}{٥} \qquad [٤-٢]$$

$$س_{١} - \frac{٣}{٨} س_{٥} \leqslant ١ \qquad المجموع [٣ - ٣]$$

وبالتعويض لقيمة س$_{٥}$ في [٣ - ٣] من واقع [٣ − ٢] نجد:

$$س_{١} - \frac{٣}{٨} (١ - س_{٢})$$

$$س_{١} + \frac{٣}{٨} س_{٢} \leqslant ١\frac{٣}{٨} \qquad [٣-٤]$$

ع و	س*	ب	س١	س٢	س٣	س٤	س٥	س٦	
			١	٤	٠	٠	٠	٠	
٠	س٣	٣ ١/٢	١	٢ (مُحاط بدائرة)	١	٠			الجدول
٠	س٤	٣	٢	٣/٥	٠	١			الأول
المؤشرات		٠	١	٤	٠	٠			
٤	س٢	١ ٣/٤	١/٢	١	١/٢	٠	٠		الجدول الثاني
	س٤	١ ١٩/٢٠	١٧/١٠	٠	−٣/١٠	١	٠		معزز بالقيد [٤-١]
القيد [٤-١]	س٥	−٣/٤	−١/٢ (مُحاط بدائرة)	٠	−١/٢	٠	١		
المؤشرات		٧	−١	٠	−٢	٠	٠		

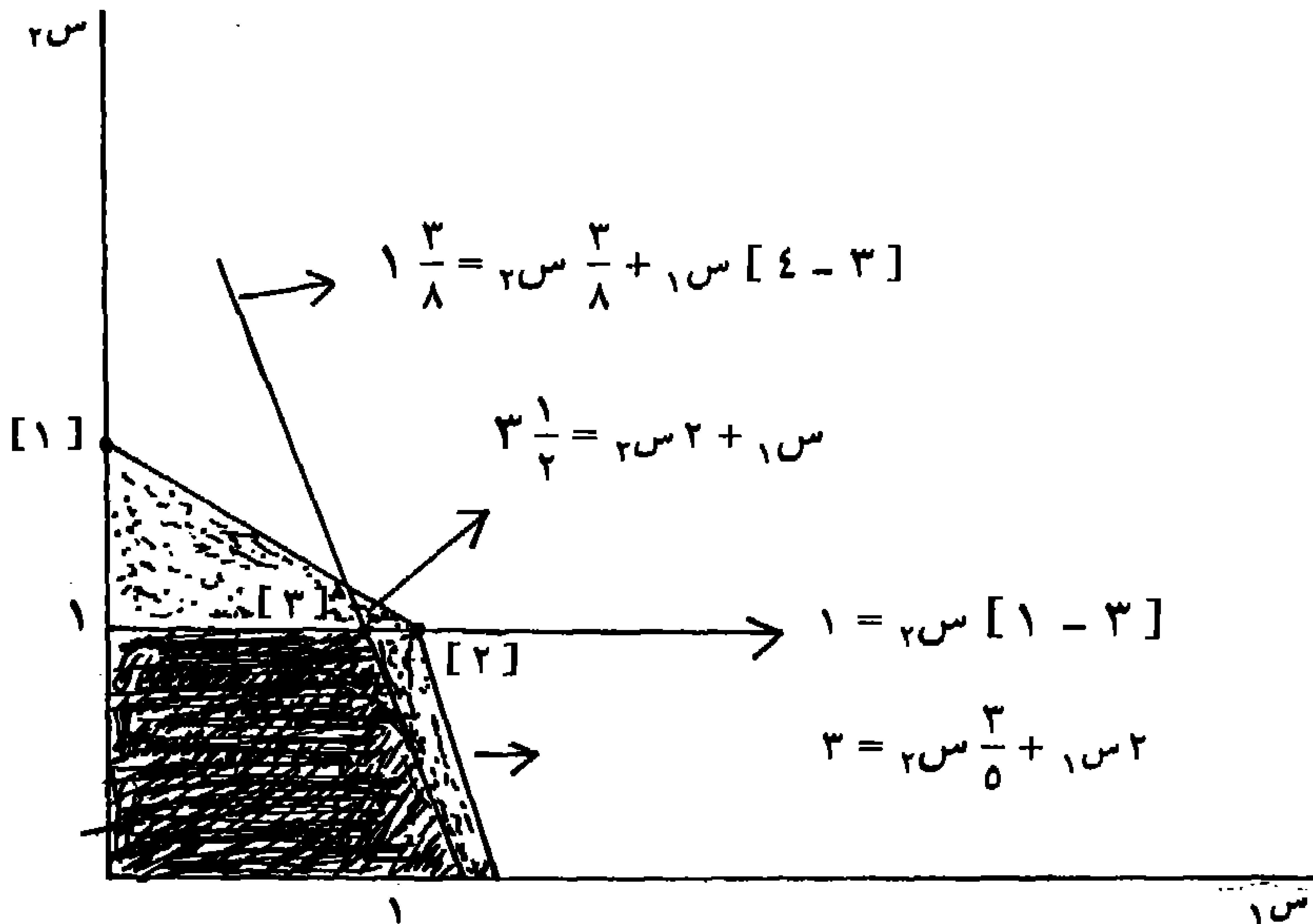
٤	س٢	١	٠	١	٠	٠	١		الجدول
٠	س٤	−٦/١٠	٠	٠	(−٢)	١	٣٤/١٠		الثالث
١	س١	١ ١/٢	١	٠	١	٠	−٢		(غير ممكن)
المؤشرات		٥ ١/٢	٠	٠	−١	٠	−٢		
٤	س٢	١	٠	١	٠	٠	١	٠	الجدول الرابع
٠	س٣	٣/١٠	٠	٠	١	−١/٢	−١٧/١٠	٠	معزز بالقيد
١	س١	١ ١/٥	١	٠	٠	١/٢	−٣/١٠	٠	[٤-٢]
القيد [٤-٢]	س٦	−١/٥	٠	٠	٠	(−١/٢)	−٣/٤٠	١	
المؤشرات		٥ ١/٥	٠	٠	٠	−١/٢	−٣٧/١٠	٠	
٤	س٢	١	٠	١	٠	٠	١	٠	الجدول الخامس
٠	س٣	١/٢	٠	٠	١	٠	−١٣/٨	−١	(الحل الأمثل للمشكلة
١	س١	١	١	٠	٠	٠	−٣/٨	١	
١	س٤	٢/٥	٠	٠	٠	١	−٣/٣٠	−٢	الأصلية)
المؤشرات		٥	٠	٠	٠	٠	−٢٩/٨	−١	

وبالاستعانه بالقيود الأصلية [٢]وقطعيات جومـورى [٣ - ١] و [٣ - ٤] تظهر ميكانيكية قطعيات جومري بيانياً كما في الشكل (٤ - ١).

(شكل ٤ - ١)

قطعيات جوموري وامكانيات

البرمجة العددية



ويتضح من الشكل أن المساحة المظللة كلها تمثل منطقة امكانيات المشتقة [١]، والتي يظهر حلها الأمثل ضرورة التخصص في س٢ عند النقطة [١] على الشكل. وتأتي القطعية الأولى [٣ - ١] لتلافي الكسر في س٢ ، فينتقل الحل الأمثل إلى النقطة [٢] للمشتقة [٢]، حيث س١ = ١ ١/٥ و س٢ = ١. ثم تأتي القطعية الثانية [٣ - ٤] لتلافي الكسر في س١ فينقل الحل الأمثل إلى النقطة [٣] للمشتقة [٣] حيث س١ = ١، س٢ = ١. وبالتالي تظهر منطقة امكانيات البرمجة العددية بالمساحة المظللة تظليلاً داكناً. إلا أن الحلول الممكنة في هذه الحالة تنحصر في التخصص في س٢ أو في إنتاج س١ = س٢ = ١ عند النقطة [٣].

٤ ـ بعض استخدامات البرمجة العددية في التطبيق العملي:

تطبق البرمجة العددية، كما سبق وذكرنا في عديد من المجالات. وسوف نوضح كيف يمكن صياغة بعض المشاكل في شكل نموذج برمجة عددية في بعض هذه المجالات في هذا البند.

٤ ـ ١ ـ التكاليف الثابتة الممكن تجنبها:

كثيراً ما ترتبط بعض عناصر التكاليف ثابتة المقدار بوقوع حدث أو القيام بعمل معين بحيث إذا لم يقع الحدث أو لم يتم العمل أمكن تجنب هذه التكاليف. ولا يتوقف مقدار هذه التكاليف على حجم الحدث أو حجم العمل الذي يتسبب فيها. فتكلفة إعداد خط إنتاجي معين للتشغيل ترتبط بالشغلة وليس بحجم الإنتاج المخطط انتاجه فيها مثلاً. كما أن تكلفة طلبية شراء أصناف معينة لن تتأثر كثيراً بالحجم المطلوب من كل صنف. ويترتب على مثل هذه الأحوال أن يصبح من الواجب أن تأخذ التكاليف الثابتة في الاعتبار إذا ما قام الحدث أو العمل المتسبب فيها، ولا تؤخذ في الاعتبار إذا لم يقع الحدث أو لم يتم العمل. ويمكن في مثل هذه المشاكل تطبيق البرمجة العددية.

ولنفرض توضيحاً لذلك أنه يلزم لإنتاج كل منتج $س_و$ أن يتم إعداد الخط الانتاجي الخاص للتشغيل بتكاليف ثابتة $ث_و$، بينما الأرباح المباشرة على وحدة كل منتج هي $ع_و$. ويمكن صياغة المشكلة في هذه الحالة في صورة مشكلة برمجة كالآتي:

$$\text{تقصية: } \sum_{و=١}^{ن} ع_و س_و - \sum_{و=١}^{ن} ث_و د_و \qquad [١]$$

في ظل:

$$\sum_{و=١}^{ن} أ_{رو} س_و = ب_ر \qquad [٢]$$

$$س_و \geqslant صفر \qquad [٣]$$

$$د_و = \begin{cases} \text{صفر} & \text{إذا كانت } س_و = \text{صفر} \\ ١ & \text{إذا كانت } س_و > \text{صفر} \end{cases} \qquad [٤]$$

ونجد من هذه الصيغة أن $د_و$ توجد في دالة الهدف ولا توجد في القيود الموضوعية [٢]. وحتى نضمن تحقق [٤] فيلزم صياغة مجموعة من القيود الإضافية لفرضها على المشكلة حتى يتحقق الشرط [٤]. ولنقم بتعريف المقدار $ل_و$ بأنه = $\frac{س_و}{د_و}$ ، وبالتالي فإن الشرط [٤] يتحقق إذا كانت:

$$س_و - ل_و د_و \leqq \text{صفر} \quad [٤]َ$$
$$د_و = \text{قيم صحيحة}$$

وباحلال [٤]َ محل [٤] في الصيغة بعاليه تتحول المشكلة إلى مشكلة برمجة عددية مختلطة يمكن حلها بقطعيات جوموري.

٤ ـ ٢ ـ تخصيص الموازنة الرأسمالية على المشروعات:

يعتبر قرار تخصص الموارد الرأسمالية المتاحة للوحدة الاقتصادية على بدائل المشروعات من أهم القرارات المؤثرة في مستقبل الوحدة ونجاحها واستمرارها. وعادة ما تكون الخيارات المتاحة للتخصيص عليها ممثلة لمشروعات متكاملة لا تقبل التجزئة، كما أن التخصيص عليها جميعاً يتحدد بقيد ندرة الموارد الرأسمالية المتاحة للاستثمار.

ولنفرض مثلاً أن إحدى الشركات قد حددت موازنة الاستثمارات في بدائل المشروعات عن الفترة المقبلة بالمقدار [جـ] من ملايين الجنيهات. ولنفرض أن الخيارات المتاحة لها تتمثل في العدد (ن) من المشروعات المتنافسة على هذه الموارد التمويلية. ولنفرض أن المشروع (و) يتطلب المقدار [$جـ_و$] من هذه الموارد، كما أن صافي القيمة الحالية لصافي الإيرادات المتوقعة من هذا المشروع تبلغ [$ع_و$]. فتصبح المشكلة في واقع الأمر هي اختيار تلك المجموعة من المشروعات

التي تؤدي إلى تقصية القيمة الحالية لصافي الإيرادات المتوقعة في حدود الموارد التمويلية المتاحة.

ويلاحظ في هذه الحالة أنه لا يجوز الاستثمار في مشروع (و) بصفة جزئية، كما أنه لا يصح الاستثمار في أكثر من مشروع واحد من نفس النوع. وبالتالي يمكن صياغة المشكلة في صورة مشكلة برمجة عددية كالآتي:

فلندع ١ ≤ $ل_{و}$ ≤ صفر، $ل_{و}$ قيمة صحيحة، حيث و = ١، ٢، ...، ن، [١]

وحيث $ل_{و}$ = ١ إذا تقرر تنفيذ المشروع و،

= صفر إذا تقرر عدم تنفيذ المشروع و.

وبالتالي يكون قيد الموازنة $\sum_{و=١}^{ن}$ $جـ_{و}$ $ل_{و}$ ≥ [جـ] [٢]

بينما الهدف هو تعظيم $\sum_{و=١}^{ن}$ $ع_{و}$ $ل_{و}$ [٣]

والواقع أن مثل هذه المشكلة في [١]، [٢]، [٣] يمكن حلها بطرق أكثر كفاءة باستخدام البرمجة الديناميكية. غير أنها ما زالت مشكلة برمجة عددية قد تكون صرفة أو مختلطة على حسب كون المتغيرات العاطلة في [٢] لا تقبل التجزئة أو قابلة للتجزئة.

كما أن القيد [٢] قد لا ينصب على الموارد التمويلية وحدها، وإنما قد ينطوي أيضاً على موارد العمالة الفنية المتاحة مثلاً، أو على امكانيات التسويق مثلاً، أو على قيود الخامات وما إلى ذلك. وكل ما في الأمر أن [٢] تتحول إلى عائلة من القيود التي تتعلق كل منها بمورد من الموارد المتاحة (ر) في المقدار أو الكمية المتاحة منه ($جـ_{ر}$) كالآتي:

$\sum_{و=١}^{ن}$ $جـ_{رو}$ $ل_{و}$ ≥ $جـ_{ر}$ [٢َ]

ولا شك أن عدد المشاكل المشتقة التي يتطلب الأمر حلها في هذه الحالة تزداد

بمعدلات متزايدة كلما زاد عدد المتغيرات وعدد القيود الأصلية في [٢]. ذلك أن المطلوب أن يتخذ كل متغير $ل_و$ أحد قيمتين فقط هما الصفر أو الواحد الصحيح. وذلك بخلاف مجرد الاقتصار على اتخاذ المتغيرات لقيم صحيحة ≥ صفر. ولذلك فيعد نموذج البرمجة الديناميكية أكثر كفاءة في هذا المضمار عن نموذج البرمجة العددية. كما أن نموذج البرمجة الديناميكية يستطيع أن يعالج بعض نواحي عدم توافر شرط الخطية في دالة الهدف أو في القيود كما سوف نرى فيما بعد.

أسئلة وتمارين الفصل

أولاً ـ الأسئلة:

١ ـ ما هي الاختلافات الرئيسية بين قواعد وأجراءات طريقة السمبلكس وقواعد واجراءات طريقة السمبلكس الثنائية.

٢ ـ قارن بين خطوات تحديد قطعيات جوموري في مشكلة البرمجة العددية المختلطة ومشكلة البرمجة العددية الصرفة عن طريق مثال رقمي.

٣ ـ وضح عن طريق مثال من تأليفك كيفية التوصل إلى الحل العددي بقطعيات جوموري بيانياً.

٤ ـ برر لماذا تعتبر كل من العبارات التالية خطأ أو صواب من وجهة نظرك.

أ ـ يتم حل مشكلة البرمجة العددية بطريقة السمبلكس كأنها مشكلة برمجة خطية ثم يتم تقريب الحل إلى أقرب قيمة صحيحة للمتغيرات الأساسية.

ب ـ في طريقة السمبلكس الثنائية يتم اختيار صف البؤرة أولاً لأن هذا الصف يقابل عمود البؤرة في النموذج الأولي.

جـ ـ يلزم في كل مرة يتم فيها تحديد قطعية من قطعيات جوموري أن تبدأ بحل

المشكلة الأصلية بعد إضافة القيد الذي يتحدد بالقطعية كمشكلة برمجة خطية.

د ـ إذا كانت المشكلة في متغيرين أصليين مطلوب اتخاذهما لقيمة عددية فإن التوصل للحل الأمثل يتم دائماً بإضافة قطعيتين من قطعيات جوموري.

هـ ـ تستخدم البرمجة العددية في الاختيار بين بدائل المشروعات إذا كانت ربحيتها غير خطية بالنسبة للحجم.

و ـ يعتبر نموذج البرمجة العددية من نماذج البرمجة غير الخطية لأن شرط الخطية عادة ما لا يتوافر إما في دالة الهدف أو في إحدى القيود.

ثانياً ـ التمارين:

التمرين الأول:

أوجد الحل العددي بطريقة السمبلكس للمشكلة الآتية مستخدماً قطعيات جوموري الخاصة بالحالة المطلوبة.

تقصية: $٢٢ س_١ + ٤٢ س_٢$

في ظل: $٨ س_١ + ١٤ س_٢ + س_٣ = ٢٦$

كل من $س_١$ ، $س_٢$ ، $س_٣$ قيم عددية صحيحة

التمرين الثاني: أوجد الحل العددي للمشكلة الآتية:

تقصية: $٦ س_١ + ٢٦ س_٢ + ٦ س_٣$

في ظل: $-٦ س_١ + ١٤ س_٢ + ١٢ س_٣ \leqslant ١٦$

$١٢ س_١ + ١٤ س_٢ - ٦ س_٣ \leqslant ١٦$

$س_١$ ، $س_٢$ ، $س_٣$ قيم صحيحة موجبة

التمرين الثالث: أوجد الحل الأمثل العددي للمشكلة الآتية:

تدنية $-٢ س_١ - ٤ س_٢$

في ظل: $-5 س_1 - 7 س_2 \geq -21$

$س_1 - 3 س_2 \geq -8$

$س_1$ ، $س_2$ قيم صحيحة موجبة.

وذلك باستخدام طريقة السمبلكس الثنائية وقطعيات جوموري

التمرين الرابع:

تقصية: $2 س_1 + 4 س_2$

في ظل: $س_1 + 2 س_2 + س_3 = 9.5$

$2 س_1 + س_2 + س_4 = 8.5$

$س_و \geq$ صفر ، $س_1$ ، $س_2$ قيم صحيحة موجبة.

قم بتوضيح الحل بيانياً بعد أن تتوصل إليه بطريقة السمبلكس.

التمرين الخامس:

حددت إحدى الشركات ميزانية التوسع الرأسمالي عن السنة المقبلة بمبلغ ١٢ مليون جنيه ، ويبدو أن بدائل المشروعات المتاحة لها أربعة . إلاّ أن هذه المشروعات تحتاج لعمالة فنية نادرة من نوع خاص ، كما تعتمد على مواد أولية مستوردة توزع دولياً على أساس الحصص . وفيما يلي البيانات المتعلقة بكل من البدائل الأربعة .

المشروع البديل	١	٢	٣	٤	المتاح من الموارد
التكلفة الرأسمالية	٥	٣	٧	٤	١٢
الاحتياجات من العمالة المتاحة	٤٠٪	٤٠٪	٣٠٪	٣٠٪	١٠٠٪

الاحتياجات من حصة الخامات	٣٠٪	٢٠٪	٦٠٪	٣٠٪	١٠٠٪
القيمة الحالية لصافي الإيرادات المتوقعة	١٦	١٢	١٨	١٥	

المطلوب:

١ ـ وضع المشكلة في الصيغة الرياضية لمشكلة برمجة عددية مختلطة، حيث لا يمكن أن يتخذ أي من المشروعات الأربعة قيمة بخلاف ١ أو صفر.

٢ ـ قم بحل المشتقة الأولى على أساس أنها مشكلة برمجة خطية، ومن الحل الأمثل قم بتكوين القطعية الأولى من قطعيات جوموري والتي تؤدي إلى تحقيق قيد اتخاذ المتغير المعين لقيمة = ١ أو صفر، وقم بحل المشتقة الجديدة بالبرمجة الخطية.

٣ ـ قم بتكوين القطعية الثانية من قطعيات جوموري وعزز بها الحل السابق لتحصل على المشتقة الثالثة. استخدم طريقة السمبلكس الثنائية لتحقيق شرط عدم السالبية. قف عند هذا الحد، ودون ملاحظاتك على المشكلة.

الفصل الخامس عشر
في
نماذج التحليل الشبكي في تخطيط
وجدولة تنفيذ المشروعات

١ ـ مقدمة:

يعتبر كل من أسلوب تقييم ومراجعة البرامج (PERT) (١) وأسلوب المسار الحرج (CPM) (٢) امتداداً طبيعياً لأساليب التحليل الشبكي التي جرى على استخدامها في العلوم الطبيعية والهندسية منذ قرون. غير أن الميلاد الحقيقي لهذين الأسلوبين كأدوات إدارية فعالة في تخطيط وجدولة تنفيذ المشروعات ومتابعة عمليات التنفيذ والرقابة عليها، قد تم أواخر خمسينيات هذا القرن. ففي عام ١٩٥٧ قامت شركة دى بونت Du pont الأمريكية بتصميم أسلوب المسار الحرج لأغراض تخطيط وجدولة تنفيذ أحد مصانع الكيماويات التابع لها، ثم انتشر استخدام الأسلوب بعد ذلك في عدد من المجالات أهمها مجالات الصناعات الإنشائية عموماً. أما أسلوب تقييم ومراجعة البرامج فقد صمم بتعاون مجموعة من فرق

---

(١) Program Evalution and Review Technique.

(٢) Critical Path Method.

الباحثون في عامي ١٩٥٨ / ١٩٥٩ لحساب البحرية الأمريكيـة بغـرض تخطيـط وجدولة تنفيذ مشروعاتها العسكرية ولأغـراض التحكـم في شبكـات الأسلحـة الهجومية والدفاعية. وقد انتشر استخدام هذا الأسلوب أيضاً منذ ذلك التاريخ في كل من المجالات الاستراتيجية ومجالات تخطيط وجدولة تنفيذ المشروعات باختلاف أنواعها.

ويتشابه الأسلوبان من حيث الأسس والأطر والإجراءات. فكل منهما يؤدي إلى توفير أفضل الخطط لتنفيذ المشروعات طبقاً لتتابعها الزمني والتقني، كما يوفر البيانات اللازمة لمتابعة التنفيذ ـ بكفاءة عن طريق التركيز على المهام أو العمليات التي تمثل مراكز اختناق. غير أنهما يختلفان من حيث أسس وإجراءات حساب الزمن اللازم لتنفيذ كل مهمة أو عملية من عمليات المشروع. ويعتبر الأسلوبان من أهم أساليب إدارة تنفيذ المشروعات حيث يمكنـا من أداء الوظائف وإنجاز المهام المتعلقة بالتخطيط والجدولة والمتابعة بكفاءة عالية.

وسوف نعرض لكل من الأسلوبين بقليل من التفصيل في هذا الفصل بهدف توضيح المفاهيم وخطوات التطبيق العملي. كما نعرض في نهاية الفصل إلى كيفية استخدام البرمجة الخطية في تحديد « المسار الحرج »

٢ ـ مجالات التطبيق والشروط والخصائص الواجب توافرها فيها:

لقد أصبحت مجالات تطبيق كل من أسلوبي المسار الحرج وتخطيط ومراجعة البرامج من التعدد والتنافر بحيث يمكن القول أنهما يصلحات للتطبيق في أي مجال من المجالات ما دامت الشروط والخصائص اللازمة لتطبيقهما متوافرة. فيمكن تطبيقهما في مجالات تتراوح بين تخطيط ابتكار وتوزيع وانتشار منتج جديد وبين تخطيط وجدولة وتنفيذ مشروع استراتيجي حيوي وهام وكبير. فهما يستخدمان في المشروعات الإنشائية للمباني والمصانع والطرق والكباري، وفي تخطيط وجدولة انتاج الآلات والمعدات والسفن والطائرات، وفي تخطيـط تنفيـذ خطـط انتشـار

الأسلحة الاستراتيجية وغيرها. وهما في كل الأحوال التي يتم استخدامها فيها يحققان هدفين هامين:

١ ـ جدولة تنفيذ العمليات المختلفة والمهام المتعددة للمشروع كله بحيث يتم في أقل وقت ممكن وبأقل التكاليف الممكنة.

٢ ـ تحديد المهام والأنشطة التي تستلزم عناية خاصة أثناء التنفيذ حتى يمكن تلافي الاختناقات والتأخير في عمليات التنفيذ، ويؤدي ذلك إلى تحقيق وفورات لا يستهان بها في تكاليف التنفيذ وفي العائد المفقود نتيجة التأخير في التنفيذ.

ويمكن تطبيق أي من الأسلوبين لأغراض تخطيط وجدولة تنفيذ مشروع معين أو انجاز هدف أو مهمة معينة إذا توافر في المشروع أو الهدف المرغوب كل من الخاصيتين التاليتين:

١ ـ يجب أن يتكون المشروع أو المسار المحقق للهدف المرغوب من مجموعة محددة من العمليات أو المهام أو الأنشطة، يقبل كل منها التعريف والتحديد الدقيق وتتميز كل منها عن الأخرى بسهولة.

٢ ـ يجب أن تكون العمليات أو المهام أو الأنشطة منتظمة، بمعنى إمكانية جدولتها في شكل متوالية فنية متتابعة، تكون في مجموعها الخطوات المنطقية لتنفيذ المشروع أو لتحقيق الهدف. ويلزم أن لا يكون هناك تداخل متبادل بين العمليات أو الأنشطة أو المهام المختلفة في تنفيذ المشروع أو في تحقيق الهدف.

٣ ـ أساسيات نماذج التحليل الشبكي:

يلزم لتطبيق أسلوب المسار الحرج أو أسلوب تخطيط وجدولة المشروعات، أن يتم تحليل المشروع أو تجزئته إلى مهام محددة وواضحة. فيلزم أن يتم تحديد وتعريف كل جزئية من المشروع والمهام اللازمة لتنفيذها بوضوح ودقة حتى تتوافر إمكانية التمييز بين الأنشطة أو المهام المؤدية إلى إنجاز كل جزئية من الجزئيات، والأحداث المترتبة على هذا الإنجاز والمرتبة لها. وفي إطار نماذج التحليل الشبكي يكون للنشاط

أو المهمة دلالة محددة كما يكون للحدث مغزى معين.

فالنشاط أو المهمة هي إداء وطيفي يستنفد موارد اقتصادية ويتم تعريفه بدلالة الزمن اللازم لإنجازه، وعندما يتحقق إنجازه باستنفاد الزمن المقرر له يتحقق حدث معين. والحدث المعين يكون بالتبعية هو اللحظة الزمنية المؤذنة بانتهاء النشاط أو المهمة (أو بابتداء النشاط أو المهمة)، أو بانجاز جزئية معينة من المشروع (أو البدء في جزئية معينة من المشروع). فقراءة صفحة من صفحات هذا الكتاب تعد نشاطاً أو مهمة تستغرق وقتاً وتستنفد طاقة وجهداً. وعند البدىء من قراءتها يتحقق حدث «البدء في قراءة الصفحة»، وعند الانتهاء من قراءتها يتحقق حدث «الانتهاء من قراءة الصفحة»، والذي قد يكون هو نفس حدث «البدء في قراءة الصفحة التالية»، والتي هي نشاط آخر يستلزم وقتاً وجهداً إضافيين.

وبعد أن يتم تحليل المشروع إلى الأنشطة والمهام اللازمة لتنفيذه وتحديد أحداث البدء والإنجاز الخاصة بكل نشاط أو مهمة، يتم وضع نتائج هذا التحليل في جدول «التتابع الفني لإنجاز عمليات المشروع» ككل. وحيث الأنشطة والمهام هي التي تستغرق وقتاً بينما الأحداث لا تستغرق أي وقت، فإن جدول التتابع الفني للعمليات يحدد الأزمنة اللازمة لإنجاز كل نشاط أو مهمة عن طريق علاقات أحداث البدء والانتهاء. فإذا كان الوقت المقرر لقراءة الصفحة هو خمس دقائق مثلاً، وكان حدث البدء في القراءة هو الساعة الرابعة والنصف مساءً، فإن حدث الانتهاء يجب أن يكون الساعة الرابعة وخمس وثلاثون دقيقة مساءً. فإذا كان الحدث الأول هو (أ) والحدث الثاني هو (ب) فإن «نشاط» قراءة الصفحة يستغرق وقتاً يساوي (ب-أ)، أو الفرق بين الحدثين. وعادة ما يطلق على كل نشاط أو مهمة أسما يميزها عن الأنشطة أو المهام الأخرى، وعادة ما تكون هذه التسمية في صورة رمزية. كما يتضمن جدول التتابع الفني للعمليات في كثير من الأحيان على توصيف طبيعة كل نشاط والإجراءات اللازمة لإنجازه. ويوضح

الجدول (٦/١)) التتابع الفني لعمليات تصنيع محرك كهربائي وتجميعها (مبسطة إلى أقصى درجات التبسيط).

وبعد أن يتم إعداد جدول (أو جداول) التتابع الفني لعمليات تنفيذ المشروع (أو لجزئياته إذا كان المشروع كبيراً)، يتم إعداد خريطة شبكية توضح هذا التتابع والأنشطة والأحداث المميزة له والأزمنة اللازمة لإنجاز كل نشاط من الأنشطة. وقد جرت العادة على تمثيل النشاط أو المهمة على الخريطة بسهم تقع قاعدته عند حدث بدء النشاط وتقع قمته عند حدث إنتهاء النشاط، كما جرت العادة على تمثيل الأحداث بدوائر تربط الأنشطة أو المهام ببعضها البعض [1]. ويوضح الشكل رقم (٦/١) خريطة التتابع الفني للمثال الموضح في الجدول (٦/١).

فالنشاط (أ) مثلاً يبدأ بالحدث رقم (١) وينتهي بتحقق الحدث رقم (٢) والذي بتحققه تكون جميع المواد الخام اللازمة لكل العمليات قد تم تحضيرها، ويستغرق هذا التحضير ثلاث ساعات، وبالتالي فهي الزمن المقرر لإنجاز النشاط (أ).

---

(١) ليست هذه هي الطريقة الوحيدة لتمثيل الأحداث والأنشطة على خريطة التتابع الفني. وتوجد طريقة أخرى لها عديد من المزايا ولكنها غير منتشرة الاستخدام. انظر د. عبدالحي مرعي، **محاسبة التكاليف لأغراض التخطيط والرقابة**، دار المطبوعات الجامعية، ١٩٨٠، الفصل الرابع عشر، لعرض مبسط لهذه الطريقة البديلة.

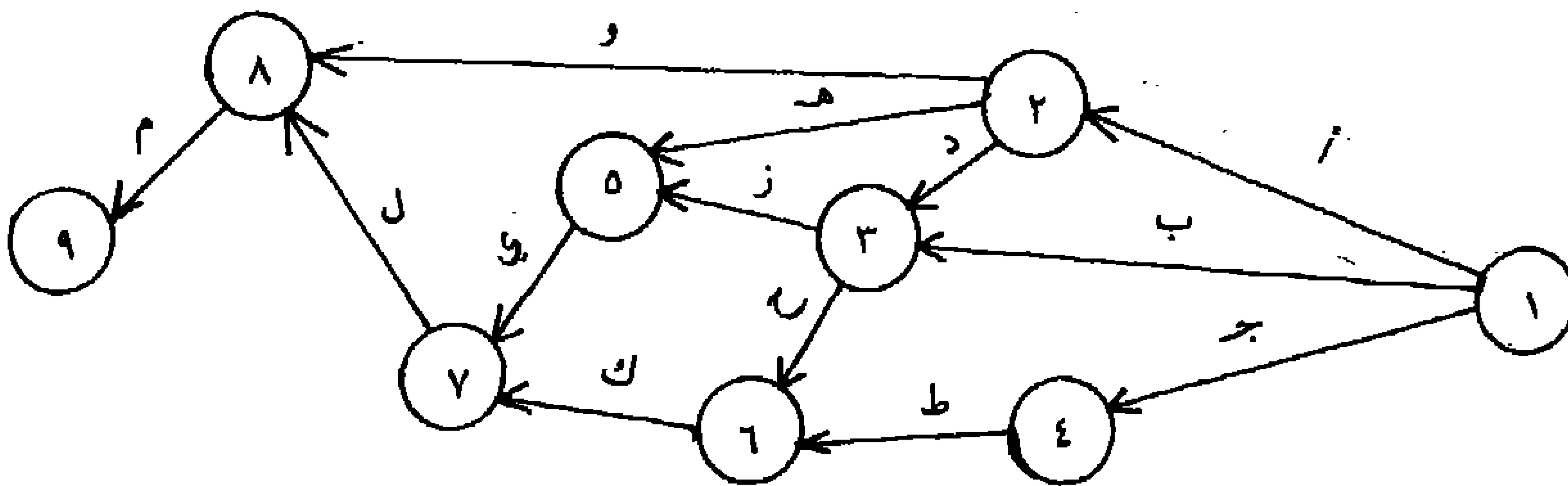
جدول (٦/١)

التتابع الفنى للعمليـــات

النشاط	تـوصيف النشـــاط	الأحداث السابقـة	الأحداث اللاحقـة	الزمن اللازم بالسـاعـة
أ	تحضير المواد الخام لكل العمليات	١	٢	٣
ب	إعداد الآلات للتشغيل	١	٣	٢
جـ	إعداد الملفات الكهربائية	١	٤	٥
د	تغذية الآلات بمواد التصنيع	٢	٣	٢
هـ	تحضير المواد العازلة	٢	٥	٢
و	تحضير مواد الطلاء	٢	٨	١
ز	تصنيع الجزء ٣١٢	٣	٥	٣
ح	تصنيع الجزء ٥٠٢	٣	٦	٥
ط	تركيب الملفات الكهربائية	٤	٦	٤
ي	عزل الجزء ٣١٢	٥	٧	٢
ك	تجميع الملفات في الجزء ٥٠٢	٦	٧	٣
ل	تركيب الجزء ٥٠٢ في الجزء ٣١٢	٧	٨	٤
م	طلاء المحرك	٨	٩	٢

شكل رقم (٦/١)

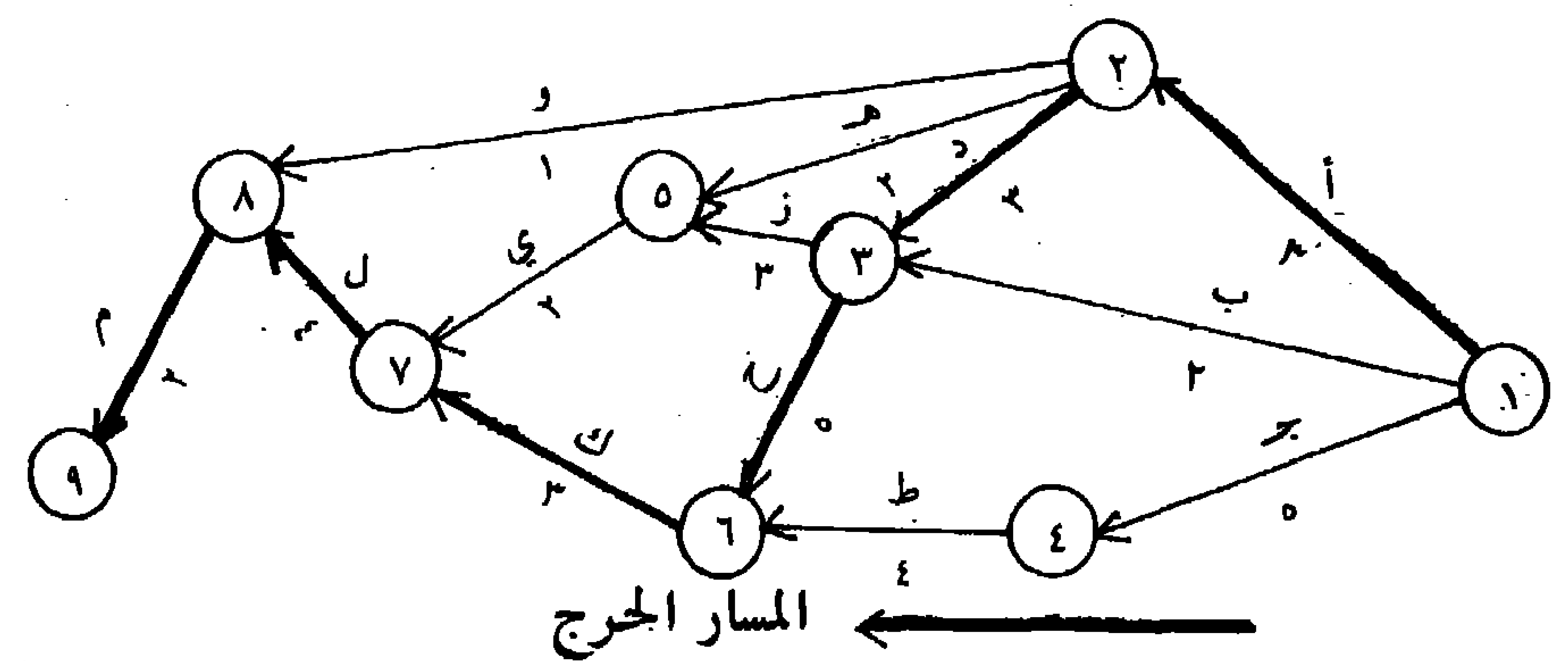
خريطة التتابع الفني للعمليـــات



وعادة ما تظهر خريطة التتابع الفني بالإضافة للمسميات الرمزية للأنشطة المختلفة، الأزمنة اللازمة لإنجاز كل منها. وقد جرت العادة على وضع التسمية الرمزية للنشاط أعلى السهم الخاص به ووضع الزمن اللازم لإنجاز النشاط أسفل السهم. وإذا قمنا باجراء ذلك من واقع جدول التتابع الفني لظهرت خريطة التتابع الفني بأزمنة الانجاز كما هو موضح بالشكل رقم (٦/٢).

شكل (٦/٢)

خريطة التتابع الفني موضحاً فيها أزمنة الإنجاز



٣ ـ ١ ـ تحديد المسار الحرج:

بعد إعداد خريطة التتابع الفني وتوضيح الزمن اللازم لإنجاز كل نشاط عليها، تصبح المهمة التالية هي تحديد المسار الحرج. والمسار الحرج هو ذلك المسار على الخريطةوالذي يصل بين حدث البدء وحدث الانتهاء في أطول زمن إنجاز ممكن. وحدث البدء هو النقطة الزمنية للبدء في تنفيذ المشروع ككل، وحدث الإنتهاء هو النقطة الزمنية التي ينتهي فيها إنجاز تنفيذ المشروع ككل. وفي مثالنا بعاليه حدث البدء هو الحدث رقم (١) وحدث الإنتهاء هو رقم (٩). ويمثل المسار الحرج وقت الإنجاز المبكر للمشروع ككل، والذي لا يمكن التبكير في إتمام

الإنجاز أو التنفيذ عنه دون تحمل تكاليف إضافية.

ويمكن تحديد المسار الحرج عن طريق حصر جميع المسارات على خريطة التتابع الفني وتحديد الأزمنة اللازمة لإنجاز كل منها وتحديد أكثرها استنفاداً للوقت ليكون المسار الحرج. وفي الخريطة بعاليه نجد أن لدينا سبعة مسارات كالآتي:

المســـار		الزمن بالساعة	مجموع الساعات
الأول	١ ← ٢ ← ٨ ← ٩	٣+١+٢	٦
الثاني	١ ← ٢ ← ٥ ← ٧ ، ٨ ، ٩	٣+٢+٢+٤+٢	١٣
الثالث	١ ← ٢ ← ٣ ← ٥ ← ٧ ، ٨ ، ٩	٣+٢+٣+٢+٤+٢	١٦
الرابع	١ ← ٢ ← ٣ ← ٦ ← ٧ ، ٨ ، ٩	٣+٢+٥+٣+٤+٢	١٩*
الخامس	١ ← ٣ ← ٥ ← ٧ ، ٨ ، ٩	٢+٣+٢+٤+٢	١٣
السادس	١ ← ٣ ← ٦ ← ٧ ، ٨ ، ٩	٢+٥+٣+٤+٢	١٦
السابع	١ ← ٤ ← ٦ ← ٧ ، ٨ ، ٩	٥+٤+٣+٤+٢	١٨

فالمسار الثالث مثلاً يبدأ بالحدث (١) ثم يتم إنجاز النشاط (أ) في ثلاث ساعات ليتحقق الحدث (٢)، ثم يتم إنجاز النشاط (د) في ساعتين ليتحقق الحدث (٣) بانقضاء خمس ساعات على هذا المسار (٣+٢) ثم يتم إنجاز النشاط (ز) والذي يستغرق ٣ ساعات ليتحقق الحدث (٥) بانقضاء ٨ ساعات على هذا المسار، ثم يتم إنجاز النشاط (ى) الذي يستغرق ساعتين ليتحقق الحدث (٧) بانقضاء عشر ساعات، ثم يتم إنجاز النشاط (ل) الذي يستغرق ٤ ساعات ليتحقق الحدث (٨) بانقضاء ١٤ ساعة، ثم يتم إنجاز النشاط (م) الذي يستغرق ساعتين ليتحقق الحدث (٩) بانقضاء ١٦ ساعة منذ حدث البدىء (١).

ولكنه من الواضح أنه لا يمكن إنجاز المشروع في ١٦ ساعة كما يتطلب المسار الثالث، ذلك لأن المسار الرابع يتطلب للوصول من حدث البدء حتى حدث الإنتهاء إنقضاء ١٩ ساعة. وانقضاء ١٦ ساعة على المسار الثالث يعني أن هناك

أنشطة لم تستكمل بعد على المسار الرابع ويلزم استكمالها لاستكمال المشروع. وبالتالي فيعتبر المسار الرابع، والذي يستغرق أطول وقت ممكن، هو المحدد للزمن اللازم للانجاز المبكر للمشروع ككل. وبذلك يكون المسار الرابع هو المسار الحرج لهذا المثال. ويوضح المسار الحرج على خريطة التتابع الفني بأسهم مزدوجة كما هو واضح في الشكل (٦/٢).

٣ - ٢ - وقت الإنجاز المبكر ووقت الإنجاز المتأخر للأحداث:

قد يمكن حصر جميع المسارات الممكنة وحساب الزمن الكلي اللازم لإنجاز المهام أو الأنشطة على كل منها بسهولة، كما في المثال بعاليه، إذا كان عدد الأنشطة والأحداث قليلاً. غير أن أي مشروع فعلي في الواقع العملي عادة ما تتعدد فيه الأنشطة والأحداث بحيث يصعب، إن لم يستحيل تحديد كل المسارات الممكنة وحساب الزمن الكلي لكل منها دون خطأ. ويحتاج الأمر في ظل هذه الظروف إلى البحث عن وسيلة أخرى بخلاف الحصر الكلي الشامل لكل المسارات الممكنة، والأزمنة اللازمة لكل منها لتحديد المسار الحرج. ذلك لأن المسار الحرج هو أهم المسارات من حيث احتوائه على كل الأنشطة والمهام التي يمكن أن تعوق تنفيذ المشروع ككل وتؤدي إلى تأخره عما هو مقرر له. وبالتالي فالعمليات والأنشطة والمهام التي تقع عليه تحتاج للعناية والمتابعة والرقابة عن كل العمليات والأنشطة والمهام الأخرى.

ويتم تحديد المسار الحرج عملاً عن طريق حساب وقف الإنجاز المبكر ووقت الإنجاز المتأخر لكل حدث من الأحداث. ويتحدد المسار الحرج بذلك المسار الذي يقع فيه الأحداث التي يتساوى وقت إنجازها المبكر مع وقت إنجازها المتأخر.

ويتحدد وقت الإنجاز المبكر لكل حدث من الأحداث **بأطول وقت ممكن** يمكن أن يؤدي إلى تحقيق الحدث على كل من المسارات المؤدية إليه. ويتم تحديده

لكل حدث من الأحداث بالابتداء بحدث البدء الذي يفترض أن وقت إنجازه المبكر هو نقطة الصفر على مقياس الزمن ثم التقدم في إتجاه أسهم الإنجاز للأنشطة والمهام للأحداث التالية على خريطة التتابع الفني. ويكون وقت الإنجاز المبكر للحدث التالي مساوياً لأطول وقت يستنفد في سبيل الوصول إلى الحدث عن طريق كل من المسارات الموصلة له، وهكذا.

ولتوضيح ذلك دعنا نرمز لوقت الانجاز المبكر بالرمز $ق_ر$. ولنعود الآن للخريطة في الشكل (٣/٦) الخاصة بالمثال بعاليه. وحيث أن وقت الإنجاز المبكر للحدث الأول (حدث البدء) يساوي الصفر بالتعريف، أي أن $ق_{ر١}$ = صفر، فإننا نبدأ بحساب وقت الإنجاز المبكر للأحداث التالية له كالآتي:

الحدث (٢): النشاط الوحيد الموصل إليه هو النشاط (أ) الذي يستغرق ٣ ساعات. وقت الإنجاز المبكر للحدث ٢، أي $ق_{ر٢}$ = وقت الإنجاز المبكر للحدث السابق + وقت إنجاز النشاط (أ) = صفر + ٣ = ٣.

الحدث (٣): يوصل إليه نشاطين: النشاط (ب) والنشاط (د).

عن طريق النشاط (ب): $ق_{ر٣}$ (ب) = وقت الإنجاز المبكر للحدث السابق + وقت إنجاز النشاط (ب) = صفر + ٢ = ٢

عن طريق النشاط (د): $ق_{ر٣}$ (د) = وقت الإنجاز المبكر للحدث السابق(٢)+ وقت إنجاز النشاط (د) = ٣ + ٢ = ٥

∴ $ق_{ر٣}$ = أكبر [$ق_{ر٣}$ (ب)، $ق_{ر٣}$ (د)] = أكبر (٢، ٥) = ٥

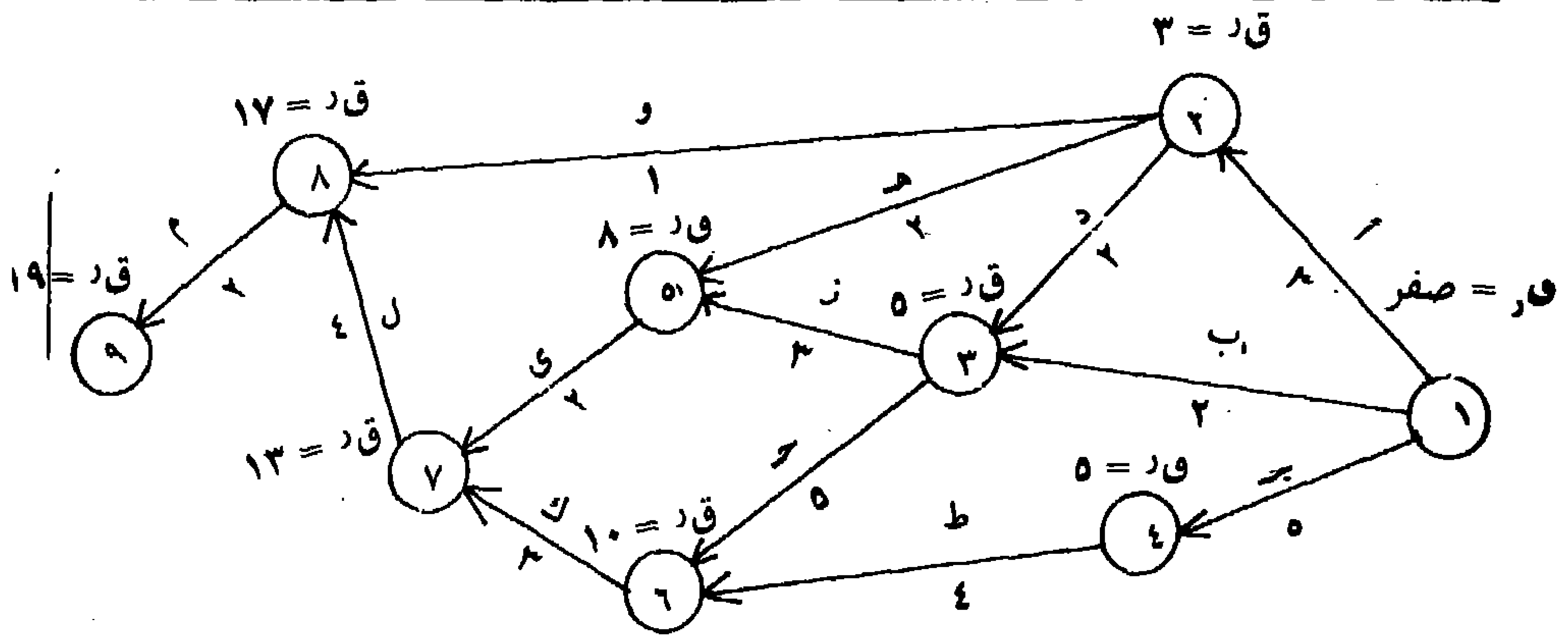
الحدث (٥): يوصل إليه نشاطن: النشاط (هـ) والنشاط (ز)

عن طريق النشاط (هـ): $ق_{ر٥}$ (هـ) = وقت الإنجاز المبكر للحدث السابق (٢) + وقت إنجاز النشاط (هـ) = ٣ + ٢ = ٥

عن طريق النشاط (ز) = وقت الإنجاز للحدث السابق (٣) +
وقت إنجاز النشاط (ز) = ق ر٣ + ق (ز) = ٥ + ٣ = ٨
∴ ق ر٥ = أكبر [ق ر٥ (هـ)، ق ر٥ (ز)] = ٨

وهكذا تتحدد أوقات الانجاز المبكرة لباقي الأحداث كما يتضح من الخريطة الموضحة في الشكل (٦/٣).

شكل رقم (٦-٣) خريطة التتابع الفني مع ق ر للأحداث



ويلاحظ من الخريطة مثلاً أن الحدث (٧) يؤدي إليه النشاطين ك، ى. وعن طريق النشاط ك يتطلب تحقيق الحدث (٧) تحقق الحدث (٦) الذي تحدد وقت إنجازه المبكر بعشرة ساعات، بالاضافة إلى إنجاز النشاط (ك) الذي يستغرق ٣ ساعات لتكون جملة الزمن المطلوب ١٣ ساعة. بينما عن طريق النشاط (ى) يتطلب الأمر ٨ ساعات للوصول للحدث (٥) ثم ساعتين لإنجاز النشاط (ى) لتكون جملة الزمن المطلوب ١٠ ساعات. وحيث لا يمكن تحقق الحدث (٧) قبل إنجاز النشاط (ك)، والذي لا يمكن البدء فيه قبل تحقق الحدث (٦)، فيكون وقت الإنجاز للحدث (٧) مساوياً ١٣ ساعة.

ويتحدد وقت الإنجاز المتأخر (ق م) لكل حدث من الأحداث بالرجوع

للخلف على خريطة التتابع الفني مبتدئين بالحدث الأخير، والذي يفترض أن وقت إنجازه المبكر يساوي وقت إنجازه المتأخر. ويتحدد وقت الإنجاز المتأخر لكل من الأحداث السابقة بطرح أزمنة إنجاز الأنشطة اللاحقة من وقت الإنجاز المتأخر للأحداث اللاحقة واختيار أصغر حصيلة للطرح.

وبالرجوع لمثالنا بعاليه نجد أن ق م للحدث (٩) = ١٩ ساعة = $ق_{ر٩}$ بالتعريف. وبالرجوع للخلف للحدث (٨) نجد أن النشاط المنبثق منه هو النشاط الوحيد (م) والذي يستغرق ساعتين. وبطرح الساعتين من ١٩ ساعة يكون ق م للحدث (٨)، أي $ق_{م٨}$ = ١٩ − ٢ = ١٧.

وبالنسبة لباقي الأحداث يكون ق م كالآتي:

بالنسبة للحدث (٧) = $ق_{م٨}$ − زمن إنجاز النشاط (ل) المنبثق من الحدث

(٧) = $ق_{م٨}$ − ق (ل)

= ١٧ − ٤ = ١٣

بالنسبة للحدث (٦) = $ق_{م٧}$ − ق (ك)

= ١٣ − ٣ = ١٠

بالنسبة للحدث (٥)، $ق_{م٥}$ = $ق_{م٧}$ − ق (ى)

= ١٣ − ٢ = ١١

بالنسبة للحدث (٤) $ق_{م٤}$ =، $ق_{م٦}$ − ق (ط)

= ١٠ − ٤ = ٦

بالنسبة للحدث (٣) ينبثق منه نشاطين: النشاط (ز) والنشاط (ح)

$ق_{م٣}$ (ز) = $ق_{م٥}$ − ق (ز)

= ١١ − ٣ = ٨

$ق_{م٣}$ (ح) = $ق_{م٦}$ − ق (ح)

= ١٠ − ٥ = ٥

∴ ق$_{م٣}$ = أقل [ق$_{م٣}$ (ز) ، ق$_{م٣}$ (ح)]
= أقل [٨ ، ٥] = ٥

بالنسبة للحدث (٢) ينبثق منه ثلاثة أنشطة هي : (د) ، (هـ) ، (و)

ق$_{م٢}$ (د) = ق$_{م٣}$ - ق (د) = ٥ - ٢ = ٣
ق$_{م٢}$ (هـ) = ق$_{م٥}$ - ق (هـ) = ١١ - ٢ = ٩
ق$_{م٢}$ (و) = ق$_{م٨}$ - ق (و) = ١٧ - ١ = ١٦
∴ ق$_{م٢}$ = أقل [٣ ، ٩ ، ١٦] = ٣

بالنسبة للحدث (١) ينبثق منه ثلاثة أنشطة هي : (أ) ، (ب) ، (جـ)

ق$_{م١}$ (أ) = ق$_{م٢}$ - ق (أ) = ٣ - ٣ = **صفر**
ق$_{م١}$ (ب) = ق$_{م٣}$ - ق (ب) = ٥ - ٢ = ٣
ق$_{م١}$ (جـ) = ق$_{م٤}$ - ق (جـ) = ٦ - ٥ = ١
∴ ق$_{م١}$ = أقل [صفر ، ٣ ، ١] = **صفر**

ويوضح الشكل (٤/٦) خريطة التتابع الفني موضحاً عليها أوقات لإنتهاء المبكر (قَر) وأوقات الانتهاء المتأخر (ق م) لكل من الأحداث التسعة . ويلاحظ من الخريطة أن قَر = ق م للأحداث التالية : (١) ، (٢) ، (٣) ، (٦) ، (٧) ، (٨) ، (٩) . وبالتالي فتقع هذه الأحداث على المسار الحرج وتحدده .

شكل (٤/٦) خريطة التتابع الفني مع ق ر ، ق م للأحداث

٣ ـ ٣ ـ الوقت الفائض وخصائص المسارات:

يقع على المسار الحرج عمليات المشروع التي تحتاج لعناية خاصة، حيث تمثل مراكز الاختناق، والتي إذا تأخر تنفيذ إحداها عن الزمن المقرر يتأخر تنفيذ المشروع كله. وبالتالي فالانتهاء من تنفيذ المشروع في الوقت المحدد له يتوقف على الإنتهاء من العمليات أو الأنشطة الواقعة على المسار الحرج في الوقت المحدد لكل منها. ويترتب على إنجاز نشاط معين على المسار الحرج (أو على المسارات الأخرى) تحقق حدثاً معيناً يؤذن بانتهاء إنجاز النشاط ويؤذن بالبدىء في الأنشطة التالية. فالحدث هو نقطة إنتهاء إنجاز نشاط أو أنشطة وبداية إنجاز نشاط أو أنشطة تالية. وحيث يكون لكل حدث وقتان للإنجاز هما وقت الإنجاز المبكر ($ق_ر$) ووقت الإنجاز المتأخر ($ق_م$) فإن تساوي هذين الوقتين يعني أن أي تأخير في تحقيق هذا الحدث عن طريق التأخر في إنجاز العمليات أو الأنشطة السابقة يؤدي إلى تأخر تنفيذ المشروع كله. ولذلك فيقع على المسار الحرج كل الأحداث التي يتسوى فيها وقت الإنجاز المبكر مع وقت الإنجاز المتأخر، ويترتب على ذلك أن كل الأنشطة التي تقع على المسار الحرج تكون ذات حساسية خاصة لإنعدام المرونة في إمكانية تأخير

تنفيذ أي منها دون تأخير المشروع كله. ولذلك يقال أن هذه الأنشطة ليس لها وقت فائض، أو أن الوقت الفائض لها يساوي الصفر.

إلاّ أن العمليات أو الأنشطة التي لا تقع على المسار الحرج من جهة أخرى، قد يمكن التأخير في إنجاز كل منها أو بعضها دون التأخر عن إنجاز المشروع كله في الوقت المحدد له. ويتحدد وقت التأخر في الإنجاز لكل نشاط أو عملية في هذا الصدد بما يسمىٰ **بالوقت الفائض Slack Time** لها. ويتميز الوقت الفائض إلى قسمين: الوقت الفائض الكلي، والوقت الفائض الحر. ويتحدد الوقت الفائض الكلي لكل عملية بالمعادلة الآتية:

الوقت الفائض الكلي للعملية = وقت الانتهاء المتأخر للحدث التالي − (وقت الإنتهاء المبكر للحدث السابق + الوقت اللازم لإنجاز العملية أو النشاط).

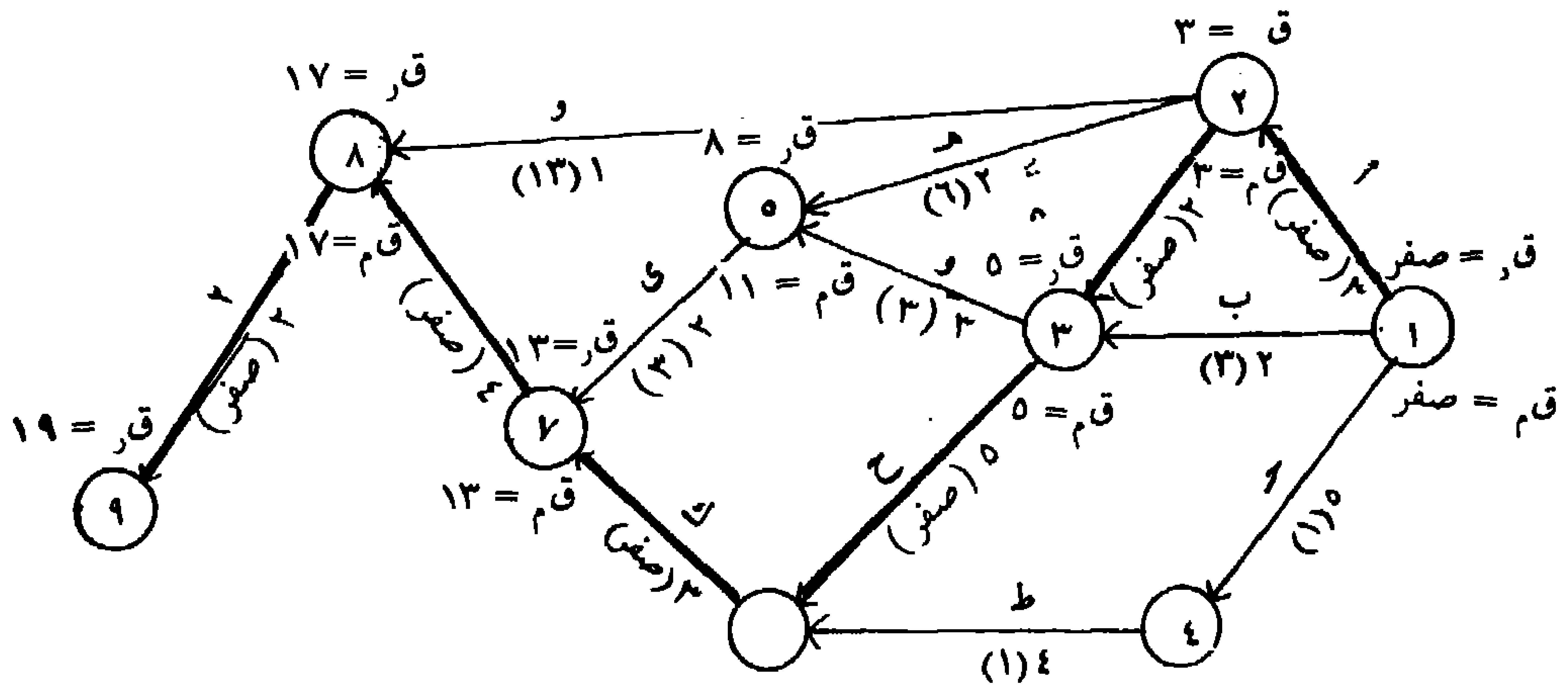
وإذا رمزنا للوقت الفائض الكلي لكل عملية (ن) بالرمز ف (ن) فإن حساب هذا الوقت لكل عملية من العمليات في مثالنا بعاليه باستخدام المعادلة السابقة يكون كالآتي (من واقع الشكل):

ف (أ) = قم٢ − [قر + ق (أ)] = ٣ − (صفر + ٣) = صفر
ف (ب) = قم٣ − [قر١ + ق (ب)] = ٥ − (صفر + ٢) = ٣
ف (جـ) = قم٤ − [قر١ + ق (جـ)] = ٦ − (صفر + ٥) = ١
ف (د) = قم٣ − [قر٢ + ق (د)] = ٥ − (٣ + ٢) = صفر
ف (هـ) = قم٥ − [قر٢ + ق (هـ)] = ١١ − (٣ + ٢) = ٦
ف (و) = قم٨ − [قر٢ + ق (و)] = ١٧ − (٣ + ١) = ١٣
ف (ز) = قم٥ − [قر٣ + ق (ز)] = ١١ − (٥ + ٣) = ٣
ف (ح) = قم٦ − [قر٣ + ق (ح)] = ١٠ − (٥ + ٥) = صفر
ف (ط) = قم٦ − [قر٤ + ق (ط)] = ١٠ − (٥ + ٤) = ١
ف (ى) = قم٧ − [قر٥ + ق (ى)] = ١٣ − (٨ + ٢) = ٣
ف (ك) = قم٧ − [قر٦ + ق (ك)] = ١٣ − (١٠ + ٣) = صفر
ف (ل) = قم٨ − [قر٧ + ق (ل)] = ١٧ − (١٣ + ٤) = صفر
ف (م) = قم٩ − [قر٨ + ق (م)] = ١٩ − (١٧ + ٢) = صفر

ويوضح الشكل (٥/٦) خريطة التتابع الفني موضحاً عليها الوقت الفائض لكل عملية من العمليات كما تم حسابه بعاليه. ويلاحظ أن الوقت الفائض قد وضع بين قوسين بجوار الوقت اللازم لإنجاز العملية.

شكل (٥/٦)

خريطة التتابع الفني مع الوقت الفائض لكل عملية من العمليات



كما يلاحظ أن الوقت الفائض الكلي للعمليات الواقعة على المسار الحرج يساوي صفر، ذلك لأن وقت الإنجاز المبكر للمشروع كله يتساوى مع وقت الإنجاز المتأخر له، ويساوي ١٩ ساعة.

وتؤدي الطريقة التي اتبعناها في حساب الوقت الفائض الخاص بكل عملية من العمليات إلى بعض المشاكل فيما يختص بتأخير العمليات التي لا تقع على المسار الحرج. فقد افترضنا بصدد حساب الوقت الفائض الكلي الخاص بكل عملية أن الحدث التالي لها يتحقق في وقت إنجازه المتأخر وأن الحدث السابق لها يتحقق في وقت إنجازه المبكر. ويترتب على ذلك عند اختلاف الوقتين لحدث معين أن

يحدث إزدواج في حساب الوقت الفائض للعمليات السابقة واللاحقة لهذا الحدث. ولتوضيح ذلك دعنا نتفحص النشاطين (جـ) و (ط) على المسار ١ ← ٤ ← ٦ . لاحظ أن الوقت الفائض للنشاط (جـ) يفترض أن النشاط (ط) سوف يبدأ بعد أن يتحقق الحدث (٤) في ٦ ساعات، بينما الوقت الفائض للنشاط (ط) تم حسابه على أساس أن الحدث (٤) سوف يتحقق في ٥ ساعات، أي في وقت إنجازه المبكر. ولو تم تأخير النشاط (جـ) ساعة وهو يستغرق في إنجازه ٥ ساعات، وتم تأخير النشاط (ط) ساعة وهو يستغرق في إنجازه ٤ ساعات لترتب على ذلك تأخر تحقق الحدث (٦) والذي يلزم تحقيقه في ١٠ ساعات، إلى ١١ ساعة [(٥+١) + (٤+١)] والواقع أن الوقت الفائض الذي يمكن تخصيصه بين النشاطين هو ساعة واحدة، كما يوضحها الفرق بين $ق_{ر٤}$ و $ق_{م٤}$ ، حيث يقع الحدث الرابع بين النشاطين. وبالتالي فإذا تأخر النشاط (جـ) ساعة فيلزم أن لا يتأخر النشاط (ط) بأي شيء حتى يتحقق الحدث (٦) في موعده. فالنشاطين (جـ) و (ط) يتشاركان في فائض كلي مشترك قدره ساعة واحدة، فإذا تأخر تنفيذ أحدهما بجزء منها فإنه يمكن تأخير الثاني بما يتبقى من الساعة ولا أكثر.

ومن جهة أخرى دعنا نتفحص المسارين الجزئيين

٢ ←(د) ٣ ←(ز) ٥ ←(ى) ٧

و ٢ ←(هـ) ٥ ←(ى) ٧

ونلاحظ أن العملية ى هي عملية مشتركة بين المسارين كما أن حساب الوقت الفائض الخاص بها يفترض أن الحدث (٥) يتحقق في وقت إنجازه المبكر $ق_{ر}$ = ٨، إلاّ أن كل من العمليتين السابقتين (هـ) و (ز) يفترض في شأن تحديد الوقت الفائض الخاص بهما أن الحدث (٥) يتحقق في وقت إنجازه المتأخر $ق_{م}$ = ١١. وقد ترتب على ذلك أن أصبح الوقت الفائض للعملية (ز) = ٣ والوقت الفائض للعملية (هـ) = (٦). غير أنه لو تأخر إنجاز (ز) بثلاث ساعات وإنجاز

(هـ) بست ساعات لما أصبح من الممكن أن يتأخر إنجاز (ى) بأي شيء دون تأخير المشروع كله . ومع ذلك فيمكن أن تتأخر (هـ) لمدة ثلاث ساعات دون أن تؤثر في الوقت الفائض المشترك بين (ز) ، (ى) . فهي (هـ) لو تأخرت ٣ ساعات لتم إنجازها في وقت الإنجاز المبكر للحدث (٥) والذي لا يؤثر في الوقت الفائض المتاح للعملية (ى) ويطلق على هذه الساعات الثلاث للعملية (هـ) **الوقت الفائض الحر** الخاص بها ، والذي لا يؤثر على باقي عمليات وأحداث المشروع .

ويعرف الوقت الفائض الحر لعملية ما بأنه الفرق بين تاريخ الإنتهاء المبكر للعملية وتاريخ الإنتهاء المبكر للحدث التالي لها . ويكون تاريخ الإنتهاء المبكر للعملية مساوياً تاريخ الإنتهاء المبكر للحدث السابق لها مضافاً إليه الوقت اللازم لإنجاز العملية ، أي أن : الوقت الفائض الحر = $ق_{ر}$ للحدث التالي - ($ق_{ر}$ للحدث السابق + ق للعملية) . وإذا رمزنا للوقت الفائض الحر للعملية (ن) بالرمز فَ^ (ن) ، فإن حسابه لعمليات المثال بعاليه تكون كالآتي :

فَ^ (أ)	= $ق_{ر٢}$	- [$ق_{ر١}$	+ ق (أ)]	= ٣	- (صفر	+ ٣)	= صفر
فَ^ (ب)	= $ق_{ر٣}$	- [$ق_{ر١}$	+ ق (ب)]	= ٥	- (صفر	+ ٢)	= ٣
فَ^ (جـ)	= $ق_{ر٤}$	- [$ق_{ر١}$	+ ق (جـ)]	= ٥	- (صفر	+ ٥)	= صفر
فَ^ (د)	= $ق_{ر٣}$	- [$ق_{ر٢}$	+ ق (د)]	= ٥	- (٣	+ ٢)	= صفر
فَ^ (هـ)	= $ق_{ر٥}$	- [$ق_{ر٢}$	+ ق (هـ)]	= ٨	- (٣	+ ٢)	= ٣
فَ^ (و)	= $ق_{ر٨}$	- [$ق_{ر٢}$	+ ق (و)]	= ١٧	- (٣	+ ١)	= ١٣
فَ^ (ز)	= $ق_{ر٥}$	- [$ق_{ر٣}$	+ ق (ز)]	= ٨	- (٥	+ ٣)	= صفر
فَ^ (ح)	= $ق_{ر٦}$	- [$ق_{ر٣}$	+ ق (ح)]	= ١٠	- (٥	+ ٥)	= صفر
فَ^ (ط)	= $ق_{ر٦}$	- [$ق_{ر٤}$	+ ق (ط)]	= ١٠	- (٥	+ ٤)	= ١
فَ^ (ى)	= $ق_{ر٧}$	- [$ق_{ر٥}$	+ ق (ى)]	= ١٣	- (٨	+ ٢)	= ٣
فَ^ (ك)	= $ق_{ر٧}$	- [$ق_{ر٦}$	+ ق (ك)]	= ١٣	- (١٠	+ ٣)	= صفر
فَ^ (ل)	= $ق_{ر٨}$	- [$ق_{ر٧}$	+ ق (ل)]	= ١٧	(١٣	+ ٤)	= صفر
فَ^ (م)	= $ق_{ر٩}$	- [$ق_{ر٨}$	+ ق (م)]	= ١٩	- (١٧	+ ٢)	= صفر

وإذا ما قمنا بمقارنة الوقت الفائض الكلي والوقت الفائض الحر لكل عملية من العمليات لأتضح الآتي:

١ ـ يجب أن يكون الوقت الفائض الحر للعمليات التي تقع على المسار الحرج مساويا للصفر، حتى ولو كان الوقت الفائض الكلي لبعض هذه العمليات غير مساويا للصفر. فقد افترضنا في المثال بعاليه أن وقت الإنتهاء المتأخر للمشروع كله يتساوى مع وقت إنتهائه المبكر. ولذلك كان الوقت الفائض الكلي للعمليات الواقعة على المسار الحرج مساوياً للصفر. أما إذا كان وقت الإنتهاء المتأخر للمشروع كله يزيد عن وقت الإنتهاء المبكر، فإن الوقت الفائض الكلي المشترك لكل العمليات التي تقع على المسار الحرج سوف يساوي الفرق بين تاريخ الإنتهاء المتأخر للمشروع كله وتاريخ الإنتهاء المبكر له (افترض أن الإنتهاء المتأخر للمشروع كله في المثال بعاليه يجب أن يتحقق في ٢١ ساعة وتحقق من ذلك عن طريق إعادة حساب الوقت الفائض الكلي للعمليات المختلفة).

٢ ـ بينما يلزم أن تقع كل العمليات التي يكون الوقت الفائض الكلي لها مساوياً للصفر على المسار الحرج، فإنه لا يلزم أن تقع كل العمليات التي يكون الفائض الحر لها مساوياً للصفر على المسار الحرج. [على سبيل المثال العملية (جـ) والعملية (ز)].

٣ ـ إذا كان لعملية معينة وقت فائض كلي أكبر من صفر بينما وقتها الفائض الحر يساوي الصفر، فهذا يعني أنها تشترك في فائضها الكلي مع عملية أخرى أو أكثر، وأن هذا الفائض الكلي يمثل الحد الأقصى لتأخر تنفيذ جميع هذه العمليات المشتركة بصفة مجتمعة. [العملية (جـ) والعملية (ط) مثلا، والعملية (ز) والعملية (ى) مثلاً].

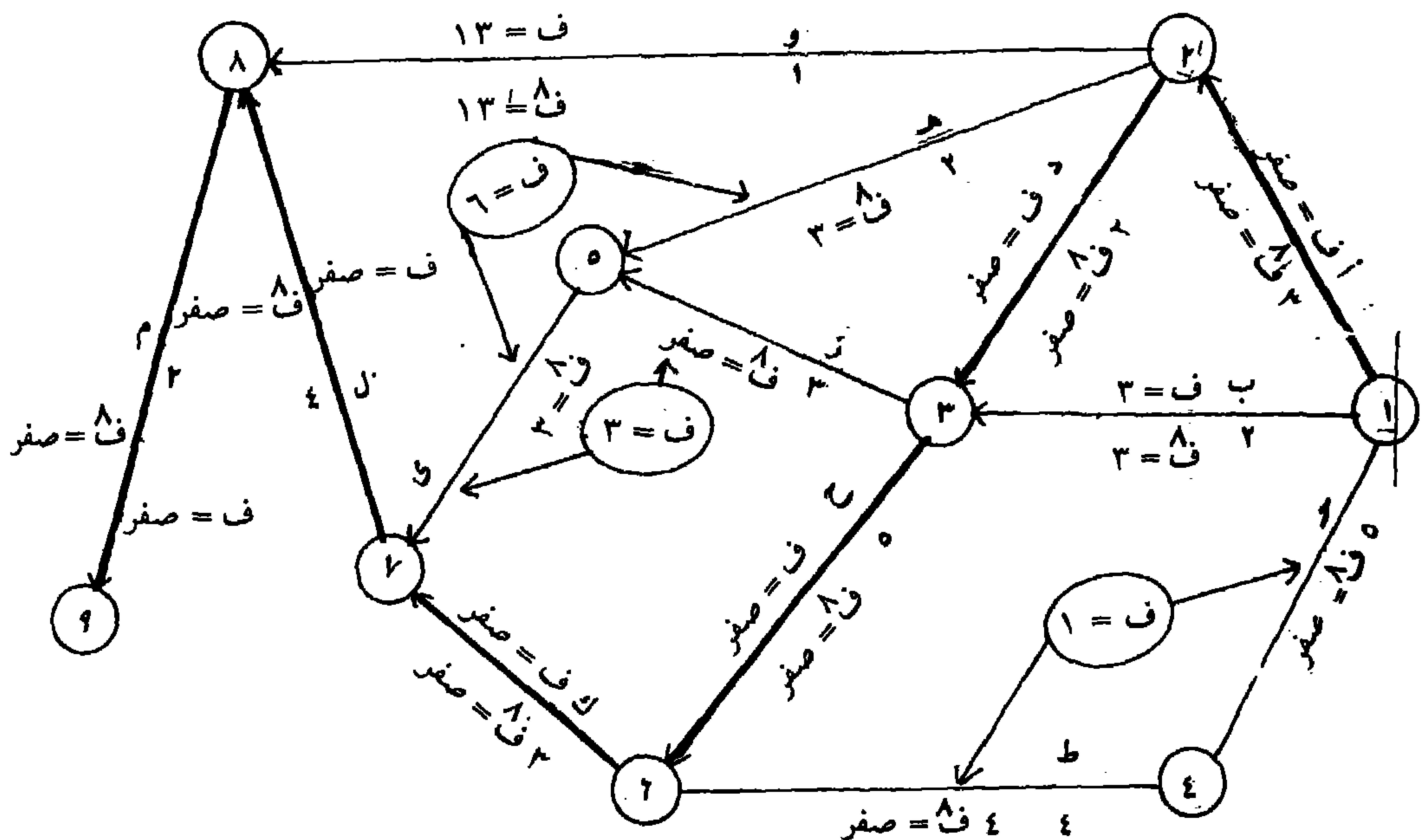
٤ ـ يمثل الوقت الفائض الحر مقدار التأخير الذي يمكن أن يطرأ على تنفيذ العلمية المعينة دون تأخير تنفيذ المشروع كله بشرط أن تلتزم باقي العمليات في

التاخير المسموح به لها بالوقت الفائض الحر المخصص لها وليس بالوقت الفائض الكلي.

٥ ـ إذا اشتركت عمليتان أو أكثر في وقت فائض كلي مشترك، فإن هذا الفائض الكلي المشترك عادة ما يتم تخصيصه بصدد حساب الوقت الفائض الحر لإحدى العمليات دون العمليات الأخرى [العملية (جـ) والعملية (ط) مثلاً، أو العملية (ز) والعملية (ى) مثلاً] وهذا يعني أن الفائض الحر لعملية معينة قد يمكن من التأخر في تنفيذ عملية أخرى مشتركة معها في الفائض الكلي، إذا تساوى الفائض الحر للعملية مع الفائض الكلي للعمليات المشتركة.

وتوضح الخريطة التالية الوقت الفائض الكلي والوقت الفائض الحر لكل عملية من العمليات. وقد وضحنا المشاركة في الوقت الفائض الكلي بين عمليات المشروع على الخريطة.

شكل (٦/٦) التتابع الفني بالوقت الفائض الكلي والوقت الفائض الحر للعمليات



هذا ويعتبر كل من الوقت الفائض الكلي والوقت الفائض الحر من الأهمية بمكان في تخطيط تنفيذ المشروع، وتخصيص الموارد المتاحة لهذا التنفيذ أفضل تخصيص ممكن. فالعملية التي يكون لها وقت فائض حر خاص (أي ف (ن)> فَ (ن)، فَ (ن)> صفر)، كالعملية (هـ) مثلاً، يمكن تأخير تنفيذها بمقدار هذا الفائض وتخصيص جزء من الموارد المخصصة لها للعمليات الأخرى التي تمثل عمليات اختناق. كما أن الفائض الكلي المشترك بين عمليات لا تقع على المسار الحرج يمكن تخصيصه على هذه العمليات بحيث يتم تأخيرها بصفة مشتركة بما يحقق أكبر وفورات ممكنة في الموارد اللازمة لعمليات الاختناق في الوقت الفائض الكلي المتاح. وبالتالي تتاح للادارة مرونة أكبر في تخصيص الموارد بين العمليات، بما فيها مورد الزمن، بما يحقق أكبر وفورات في الزمن والتكلفة.

٤ ـ أسلوب تقيم ومراجعة البرامج:

يختلف أسلوب تقيم ومراجعة البرامج عن أسلوب المسار الحرج في الكيفية التي تتخذ بها أزمنة تنفيذ العمليات الخاصة بالمشروع في الاعتبار. ففي أسلوب المسار الحرج يفترض أن الوقت اللازم لتنفيذ كل عملية أو نشاط معروف بدرجة عالية من الثقة والتأكيد، ربما من واقع الخبرة السابقة، أو لثبات الفن التقني، ومن ثم شبه إنتفاء سيادة ظروف المخاطرة وعدم التأكد التي يمكن أن تحيط بتنفيذ المهام أو الأنشطة. أما في أسلوب تقيم ومراجعة البرامج فيفترض سيادة ظروف المخاطرة أو عدم التأكد أو كلاهما. ولذلك فعادة ما يطبق أسلوب تقيم ومراجعة البرامج في تخطيط وتنفيذ المشروعات التي تتضمن تقلبات كبيرة ومتعددة في الفن التقني لتنفيذ المهام أو الأنشطة، أو الذي على أساسه يتم التخطيط للمشروع وتنفيذه. كما يطبق الأسلوب أيضاً في الحالات التي لا يمكن الاعتماد فيها على الخبرة السابقة بصدد التحقق من الزمن اللازم لتنفيذ أو إنجاز المهام المختلفة بدرجة كافية من الثقة. فنتيجة لذلك فإن تحديد أزمنة إنجاز المهام والأنشطة في

ظل أسلوب تقييم ومراجعة البرامج يتم باستخدام الأدوات الإحصائية الملائمة.

وقد اقترح فريق الباحثون الذين كان لهم الفضل في تصميم الأسلوب اعتماد ثلاثة أزمنة لتنفيذ كل مهمة أو نشاط بدلاً من الزمن الأوحد الذي يعتمد عليه بصفة كلية في أسلوب المسارح الحرج. ويتم تحديد كل من هذه الأزمنة الثلاثة بالتقدير والتنبؤ التقني. ويتم تقدير أحد هذه الأزمنة الثلاثة إنطلاقاً من التفاؤل التام، والآخر إنطلاقاً من الرغبة في التنبؤ الصحيح، والثالث إنطلاقاً من التشاؤم التام.

ويتم تقدير زمن الإنجاز التفاؤلي بافتراض أقل أوقات الإنجاز في ظل أفضل طروف الإنجاز المحتملة، والذي يكون احتمال إتمام الإنجاز في وقت يقل عنه مساوياً ١٪. كما يتم تقدير زمن الإنجاز التشاؤمي بافتراض أطول أوقات الإنجاز الممكنة في ظل أسوأظروف يمكن أن تسود وقت إتمام الإنجاز، وبحيث يكون احتمال إتمام الإنجاز في وقت يزيد عنه مساوياً ١٪. أما زمن الإنجاز الأكثر احتمالاً، فيتم تقديره بحيث يمثل قيمة متوسط أوقات الإنجاز المحتملة بنسبة ٩٨٪. ولنرمز لهذه الأوقات الثلاثة بالرموز الآتية:

$ق_ل$ = وقت الانجاز التفاؤلي،

$ق_ح$ = وقت الإنجاز الأكثر احتمالاً،

$ق_ى$ = وقت الإنجاز التشاؤمي.

وقد وجد عند تصميم نموذج «برت» أن توزيع بيتا Beta Distribution يعبر تعبيرا ملائماً عن توزيع أوقات أو أزمنة الإنجاز المحتملة للأنشطة أو المهام المختلفة في ظل سيادة ظروف عدم التأكد. ومن خواص توزيع بيتا أنه عادة ما يكون توزيعا غير معتدلاً، ووحيد القمة، وذا طرفين نهائيين موجبين. وعادة ما يمكن تقدير متوسط توزيع بيتا ($\bar{ق}$) وإنحرافه المعياري (σ) على وجه التقريب من المعادلتين التاليتين:

$$\overline{\text{ق}} = [\text{ق}_{\text{ل}} + ٤\ \text{ق}_{\text{ح}} + \text{ق}_{\text{ى}}] \div ٦ \qquad [١]$$

$$6 = [\text{ق}_{\text{ى}} - \text{ق}_{\text{ل}}] \div ٦ \qquad [٢]$$

وتستخدم المعادليتين [١]، [٢] في نموذج « برت » لحساب الزمن المقدر لإنجاز كل من المهام والأنشطة اللازمة لإتمام المشروع موضوع تطبيق النموذج. فإذا كانت الأنشطة أو المهام (ن)، فإن الزمن المقدر لإنجاز كل نشاط أو مهمة (ن) يتحدد بالمعادلة [١] والانحراف المعياري بالمعادلة [٢]. وبعد حساب $\overline{\text{ق}}$ (ن) و 6 (ن) لكل الأنشطة والمهام يتحدد المسار الحرج من واقع $\overline{\text{ق}}$ (ن) بحيث يكون ذلك المسار الذي يكون فيه مجموع $\overline{\text{ق}}$ (ن) للأنشطة أو المهام أكبر ما يمكن.

غير أن نموذج « برت » لا يقف عند هذا الحد، فهو يرتكز على النظرية الإحصائية وعلى الأخص على نظرية النهاية المركزية Central Limit Theorem لتوفير البيانات اللازمة لاتخاذ القرارات الملائمة في شأن تخطيط تنفيذ وجدولة توقيت عمليات تنفيذ المشروع والرقابة عليها. وطبقاً لنظرية النهاية المركزية يكون توزيع مجموع التوزيعات الفردية لأوقات إنجاز الأنشطة المختلفة توزيعاً معتدلاً بمتوسط حسابي يساوي مجموع متوسطات الأنشطة وتباين يساوي مجموع تباينات الأنشطة. وتستخدم هذه المعلومة في نموذج « برت » لإيجاد التوزيع الاحتمالي المعتدل لأوقات إنجاز عمليات المسار الحرج، والتي يكون فيه طبقاً لما تقدم، المتوسط الحسابي، والإنحراف المعياري معروف مقدماً. ويمكن هذا التوزيع معروف الخصائص من اشتقاق احتمال إتمام إنجاز المشروع في أي زمن يتحدد مقدماً لأي سبب من الأسباب.

هذا وسوف نستعين ببيانات مثالنا السابق لتوضيح هذه الإجراءات والمفاهيم. غير أننا سوف نفترض أنه قد تم إجراء تقديرات الأزمنة التالية للعمليات الواقعة على المسار الحرج:

العملية أو النشاط	أ	د	ح	ك	ل	م
$ق_ل$	٢	١	٢	٢	٣	١
$ق_ح$	٣	$١\frac{١}{٢}$	٥	$٢\frac{١}{٢}$	٤	٢
$ق_ى$	٤	٥	٨	٦	٥	٣

ومن واقع هذه البيانات يتم حساب ($\bar{ق}$) لكل عملية أو نشاط من واقع المعادلة [١] كما يتم حساب (σ) لكل من واقع المعادلة [٢] ثم يتم تربيع (σ) لنحصل على التباين الخاص بكل عملية ($\sigma^٢$) كما يتضح من الجدول التالي :

جدول (٢/٦) تقديرات الزمن الخاص بأنشطة المسار الحرج

النشاط	$ق_ل$	$ق_ح$	$ق_ى$	$\bar{ق} = \frac{ق_ل + ٤ ق_ح + ق_ى}{٦}$	$\sigma = \frac{ق_ى - ق_ل}{٦}$	$\sigma^٢$
أ	٢	٣	٤	٣	٠,٣٣	٠,١١
د	١	$١\frac{١}{٢}$	٥	٢	٠,٦٧	٠,٤٥
ح	٢	٥	٨	٥	١,٠٠	١,٠٠
ك	٢	$٢\frac{١}{٢}$	٦	٣	٠,٦٧	٠,٤٥
ل	٣	٤	٥	٤	٠,٣٣	٠,١١
م	١	٢	٣	٢	٠,٣٣	٠,١١
				$ق_ر = \sum_{ن} \bar{ق} = ١٩$	$\sigma^٢ ق_ر =$	٢,٢٣

ويتضح من الجدول أن الوقت اللازم لإنجاز عمليات المسار الحرج $ق_ر = ١٩$ ساعة، وهو يساوي مجموع متوسطات أوقات إنجاز العمليات الواقعة على المسار الحرج $\bar{ق}$ (ن). كما يوضح الجدول الانحرافات المعيارية لتقديرات أوقات إنجاز الأنشطة

المختلفة، والتي بتربيعها نحصل على التباين. وبتجميع تباينات الأنشطة نحصل على تباين إنجاز المشروع كله كما يتحدد بالمسار الحرج تطبيقاً لنظرية النهاية المركزية. وبإيجاد جزر هذا التباين نحصل على الانحراف المعياري للتوزيع المعتدل لأوقات إنجاز عمليات المسار الحرج[1].

$$١,٤٩٣ = \sqrt{٢,٢٣} = 6\,ق_{ر}$$

وعندما تتحدد معلمات التوزيع، وهي المتوسط والانحراف المعياري في هذه الحالة، يمكن تحديد احتمال إنجاز المشروع في أي وقت محدد لأي سبب من الأسباب. ذلك لأن احتمال إنجاز المشروع في وقت الإنجاز المبكر $ق_{ر} = \sum_{ن} \bar{ق}$ يصبح مساوياً ٥٠٪ في ظل الافتراضات السابقة. أي أنه في ظل البيانات الواردة في الجدول، وبافتراض توزيعاً معتدلاً لمعلمات المتوسطات الحسابية لعمليات المسار الحرج، فإن احتمال إنجاز المشروع في ١٩ ساعة يساوي ٥٠٪. فلو رغبت الإدارة مثلاً في ظل هذه الظروف في التعرف على إحتمال إنجاز المشروع في ٢٢ ساعة، فإن ذلك يتم حسابه من واقع المعلمات المحسوبة لتوزيع عمليات المسار الحرج ومعلمات التوزيع المعدل. فإنجاز المشروع ٢٢ ساعة يزيد عن المتوسط الحسابي ($ق_{ر}$) بمقدار ٣ ساعات. وبقسمة هذه الساعات الثلاث على الانحراف المعياري $6\,ق_{ر}$ نحصل على عدد الانحرافات المعيارية التي يبعد بها وقت الإنجاز المرغوب عن وقت الإنجاز المتوسط. ومن جدول التوزيع الطبيعي المعتدل نحصل على القيمة المطلوبة والتي إذا أضيفت إلى ٥٠٪ نحصل على احتمال إنجاز المشروع في الوقت المرغوب.

---

(١) نفترض في هذا المثال المبسط أن توزيع أوقات انجاز عمليات المسار الحرج توزيعاً معتدلاً وهو افتراض غير واقعي لقلة عدد العمليات. غير أنه في المشروعات الكبيرة التي عادة ما يستخدم فيها «بيرت» تكون عمليات المسار الحرج من الكثرة بحيث يصبح هذا الافتراض مقبولاً ويمكن تطبيق متضمنات نظرية النهاية المركزية.

فإذا رمزنا لعدد الانحرافات المعيارية عن المتوسط بالرمز (Z) فإن:

$$Z = \frac{ق_ب - ق_ر}{6} \quad [٣]$$

حيث $ق_ب$ هي وقت الإنجاز المرغوب، $ق_ر$ هي وقت الإنجاز المتوسط. وتكون [٣] لمثالنا الجاري كالآتي:

$$Z = \frac{٢٢ - ١٩}{١,٤٩٣} = ٢,٠٠٩$$

وبالرجوع إلى جدول التوزيع المعتدل (في نهاية هذا الفصل) نجد أن

احتمال $Z \leqslant ٢,٠٠٩ = ٠,٥ + ٠,٤٧٧٨ = ٠,٩٧٧٨$

أي أن احتمال إنجاز المشروع في ٢٢ ساعة على الأكثر يساوي ٩٧,٧٨٪، كما يكون احتمال إنجازه في وقت يزيد عن ٢٢ ساعة بالتبعية هو ٢,٢٢٪، وهو احتمال ضعيف.

وتفيد مثل هذه المعلومات إفاد بالغة في عمليات التعاقد على تنفيذ المشروعات التي يتطلب الأمر فيها تحديد مواعيد تسليم معينة يتحمل المتعاقد بعدها غرامات تأخير (كما قد يحصل مكافآت سرعة إنجاز لو تم الإنجاز والتسليم قبل الموعيد). كما أن مثل هذه المعلومات تعتبر من الأهمية بمكان لأغراض تخطيط الإنجاز وما بعد الإنجاز.

٥ ـ تعجيل تنفيذ المشروع وعلاقة الزمن بالتكلفة:

قد يتضح من حساب المسار الحرج لتنفيذ مشروع معين أن الزمن اللازم للتنفيذ في ظل الظروف العادية أطول مما هو مرغوب. والواقع أنه كلما كان المشروع كبيراً، وكلما طالت فترة تنفيذه كلما إزدادت درجة المخاطرة فيما يتعلق بالعائد أو المنفعة المرجوة منه وكلما أصبح أكثر تعرضاً للتأثر بالتقادم التقني. ولا شك أن معظم الأنشطة التي يلزم لتنفيذها فترة طويلة من الزمن يمكن تنفيذها في

فترات أقل بتكاليف أكبر . فالعمل الإضافي تكلفته أعلى من العمل في الأوقات العادية ، كما أن تكثيف الموارد في مشروع معين يؤدي إلى فقدان العائد الذي يمكن الحصول عليه بانتشارها في عدد من المشروعات بدلاً من مشروع واحد .

وقد ترتب على ذلك أنه عندما يتم تقدير أزمنة إنجاز الأنشطة المختلفة ، يؤخذ في الاعتبار عامل التكلفة بالإضافة إلى عامل الزمن ، عن طريق تقدير زمنين (على الأقل) لإنجاز كل نشاط . وعادة ما يكون أحد هذين الزمنين منطوياً على الظروف الطبيعية التي لا تتطلب تكثيف الموارد ولا تقتضي التعجيل بالتنفيذ ، ويكون الزمن الآخر مقدراً على أساس تكثيف الموارد والتعجيل بالتنفيذ . وبالتالي يصبح لكل نشاط تكلفتان للتنفيذ احداهما للزمن العادي والأخرى للزمن المعجل ، ومن الطبيعي أن تكون تكلفة التعجيل أعلى من تكلفة التنفيذ في الظروف العادية .

ولا شك في أن علاقة الزمن بالتكلفة تختلف من نشاط إلى آخر على حسب طبيعة الموارد اللازمة لتنفيذه وبرنامج التعجيل الزمني الملائم لإنجازه، وعادة ما تكون هذه العلاقة في حقيقتها غير خطية حيث من المنطقي أنه كلما زاد تكثيف الموارد كلما انخفضت إنتاجيتها في الوقت الذي ترتفع فيه تكلفتها . فتوفير وحدة زمنية واحدة من الوقت اللازم لإنجاز نشاط معين لا شك يتطلب تكلفة مضافة تقل عن التكلفة المضافة لتوفير الوحدة الزمنية التالية . وبالرغم من ذلك فيفترض عادة أنه في طل مدى تعجيل زمني معين تكون العلاقة بين الزمن والتكاليف خطية للأنشطة المرغوب التعجيل بتنفيذها في حدود ذلك المدى .

ومن المنطقي طبعاً أن تكون علاقة الزمن بالتكاليف عكسية . أي أنه كلما طال الزمن المسموح به لإنجاز نشاط معين كلما قلت التكاليف اللازمة لإنجاز هذا النشاط . وهذا بالطبع يفترض ثبات معدلات الأسعار والأجور على مدار فترة التنفيذ العادية . كما أنه كلما قصرت الفترة الزمنية المسموح بها لإنجاز نفس النشاط كلما زادت التكاليف اللازمة للإنجاز (للعمل الإضافي وتكثيف الموارد مثلاً) .

ولنفرض على سبيل الإيضاح جدول التتابع الفني التالي، والذي فيه تحدد لكل عملية توقيتين أحدهما عادي والثاني معجل، كما يوضح تكاليف التنفيذ في ظل الظروف العادية والمعجلة.

جدول (٣/٦) جدول التتابع الفني وأزمنة العمليات بالأسبوع
في الظروف العادية والمعجلة وتكاليف التنفيذ المقدرة

العملية أو النشاط	الأحداث السابقة	الأحداث اللاحقة	الزمن المقدر		التكاليف المقدرة		الوفر في الزمن △ق	زيادة التكاليف △ت	△ت / △ق
			عادي	معجل	عادي	معجل			
أ	١	٢	٦	٣	٦٠٠٠	٨٧٠٠	٣	٢٧٠٠	٩٠٠
ب	١	٣	٥	٣	٢٥٠٠	٣٣٠٠	٢	٨٠٠	٤٠٠
جـ	٢	٥	٣	٢	٢١٠٠	٢٤٥٠	١	٣٥٠	٣٥٠
د	٢	٤	٥	٢	٣٠٠٠	٦٠٠٠	٣	٣٠٠٠	١٠٠٠
هـ	٣	٤	٤	٢	١٢٠٠	٢٥٠٠	٢	١٣٠٠	٦٥٠
و	٣	٦	٧	٥	٢٨٠٠	٤٠٠٠	٢	١٢٠٠	٦٠٠
ز	٥	٧	٤	٣	١٦٠٠	١٨٠٠	١	٢٠٠	٢٠٠
ح	٤	٧	٤	٢	٨٠٠	١٠٠٠	٢	٢٠٠	١٠٠
ط	٦	٨	٢	١	١٢٠٠	١٧٥٠	١	٥٥٠	٥٥٠
ى	٧	٨	٦	٤	١٢٠٠	١٥٠٠	٢	٣٠٠	١٥٠
					٢٢٤٠٠	٣٣٠٠٠			

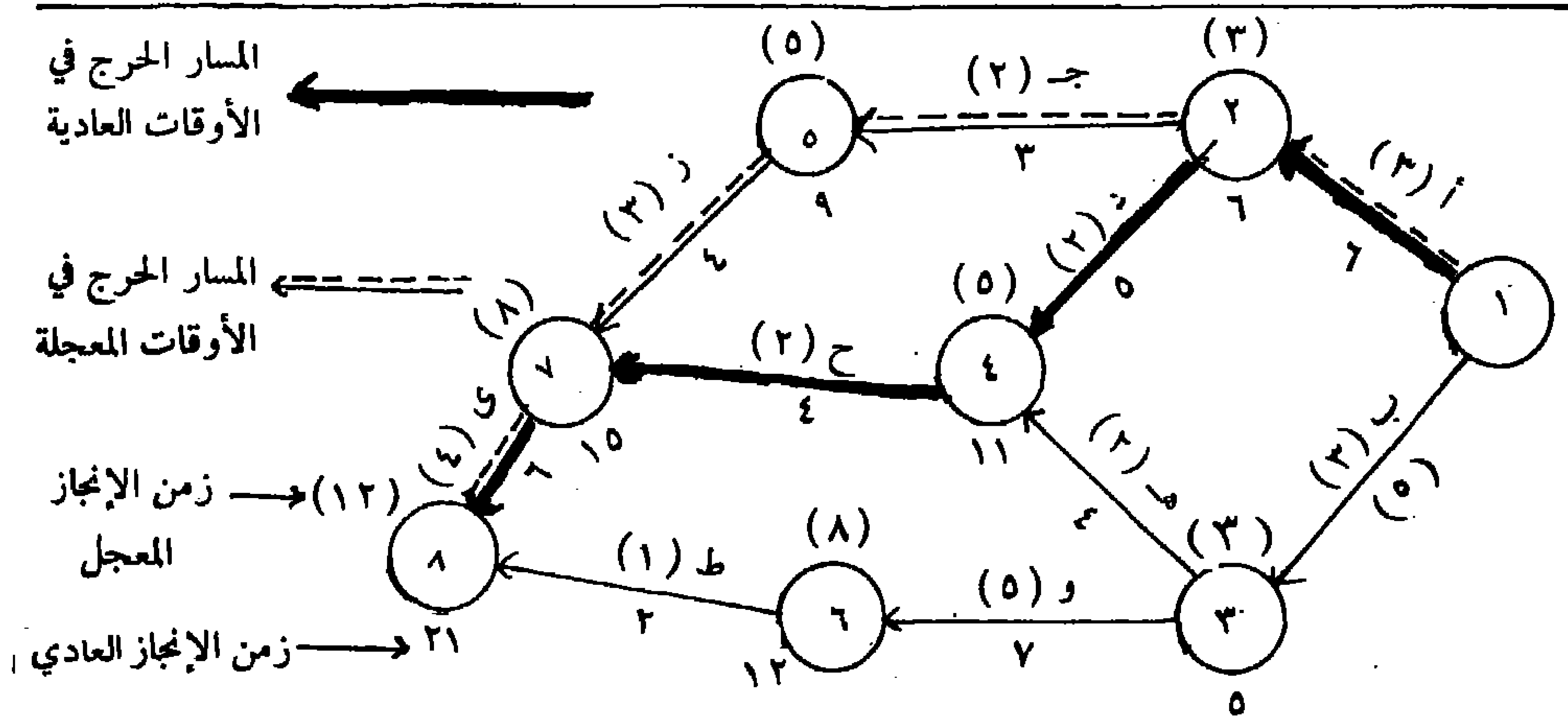
ويتضح من الجدول أن تكلفة إنجاز المشروع في الأوقات العادية تبلغ ٢٢٤٠٠ جنيه، بينما ترتفع هذه التكلفة إلى ٣٣٠٠٠ جنيه إذا تم التعجيل بجميع أنشطة المشروع. كما توضح الخانة الأخيرة من الجدول مقدار الإضافة في التكلفة بالنسبة لتوفير وحدة زمنية (أسبوع) من الزمن اللازم لإنجاز كل نشاط من الأنشطة.

وهي تمثل متوسط التكلفة المضافة نتيجة وفورات الزمن الناتج عن التعجيل بكل نشاط من الأنشطة.

غير أن هذه البيانات بصورتها الموضحة في الجدول لا تمكن من إتخاذ القرار المناسب في شأن إنجاز المشروع في الأوقات العادية أو في الأوقات المعجلة. فيلزم أولاً معرفة الزمن اللازم لإنجاز المشروع في الأوقات العادية، ثم التحقق من وجود ضرورة تقتضي التعجيل بالتنفيذ، لأن تكلفة التنفيذ في الأوقات العادية عادة ما تكون أقل تكاليف ممكنة، ثم تحديد مقدار التعجيل الزمني المطلوب في ظل إمكانيات التعجيل المتاحة، إذا وجد أن هناك ضرورة للتعجيل (كل ذلك بالطبع مع افتراض بقاء العوامل الأخرى على حالها).

ولتحقيق ذلك نقوم بوضع بيانات المشروع على خريطة التتابع الفنى كما في الشكل (٦/٧).

شكل (٦/٧) خريطة التتابع الفني وزمن الإنجاز العادي والمعجل للأنشطة



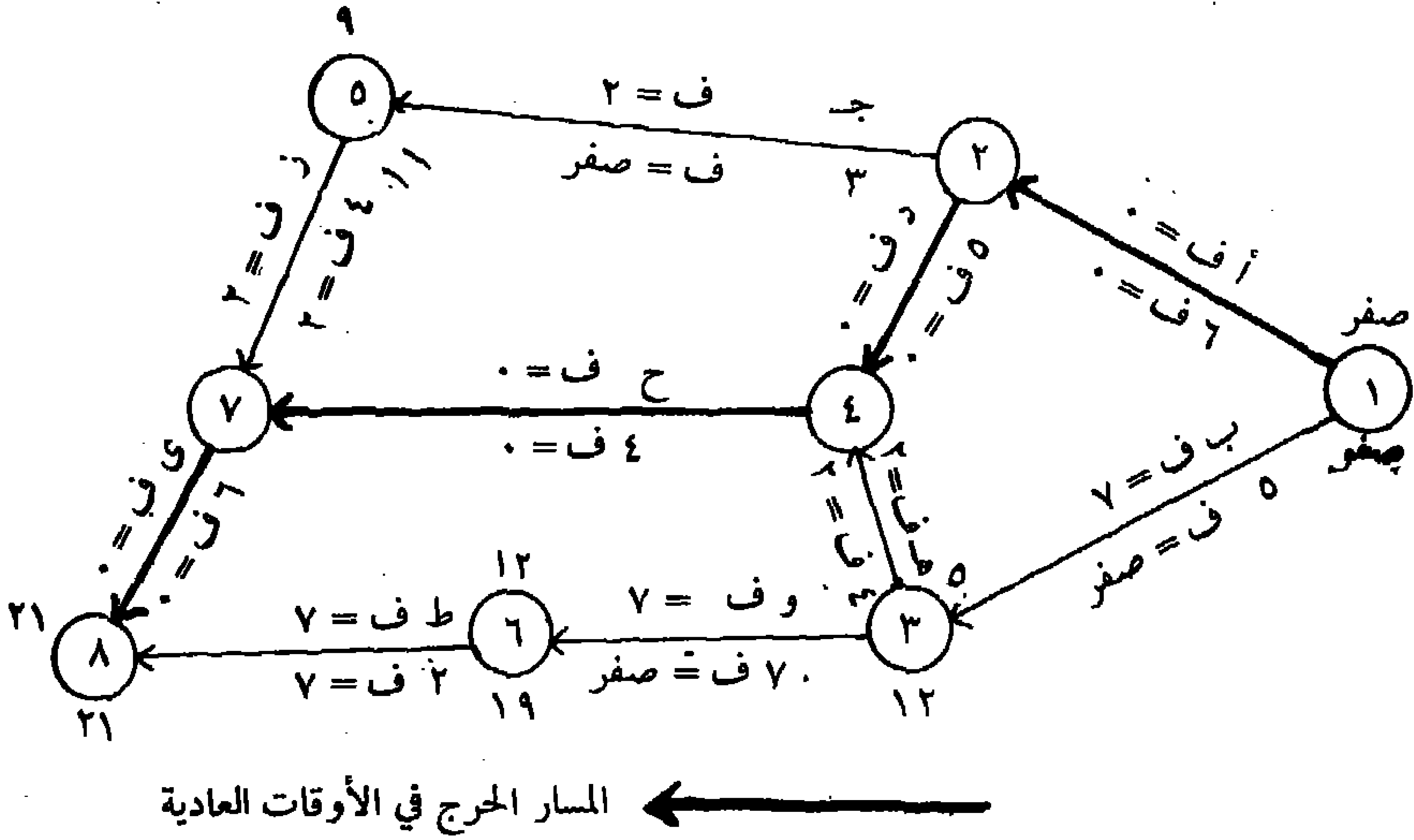
حيث أظهرنا زمن الإنجاز العادي أسفل السهم الخاص بكل نشاط وزمن الإنجاز المعجل بين قوسين أعلى السهم الخاص بكل نشاط. كما يتضح من الخريطة أيضاً المسار الحرج ١ ← ٢ ← ٤ ← ٧ ← ٨ في ظل أوقات الإنجاز العادية. ويختلف المسار الحرج في ظل أوقات الإنجاز المعجلة ليصبح ١ ← ٢ ← ٥ ← ٧ ← ٨. وواضح من الخريطة أنه في ظل أوقات الإنجاز العادية يستغرق إنجاز المشروع ٢١ أسبوعاً، بينما في ظل التعجيل بكل الأنشطة يستغرق الإنجاز ١٢ أسبوعاً.

ولنفرض الآن أنه من المرغوب فيه فعلاً إنجاز المشروع في ١٢ أسبوعاً، فهل يستدعي الأمر ضرورة التعجيل بكل الأنشطة ومن ثم تحمل التكاليف الكلية للتعجيل والبالغ قدرها ٣٣٠٠٠ جنيه؟ وتقتضي الإجابة على هذا السؤال تحديد ما إذا كان الأمر يحتاج إلى التعجيل بكل الأنشطة لتنفيذ المشروع في الزمن المعجل (١٢ أسبوعاً في مثالنا الجاري) أولاً.

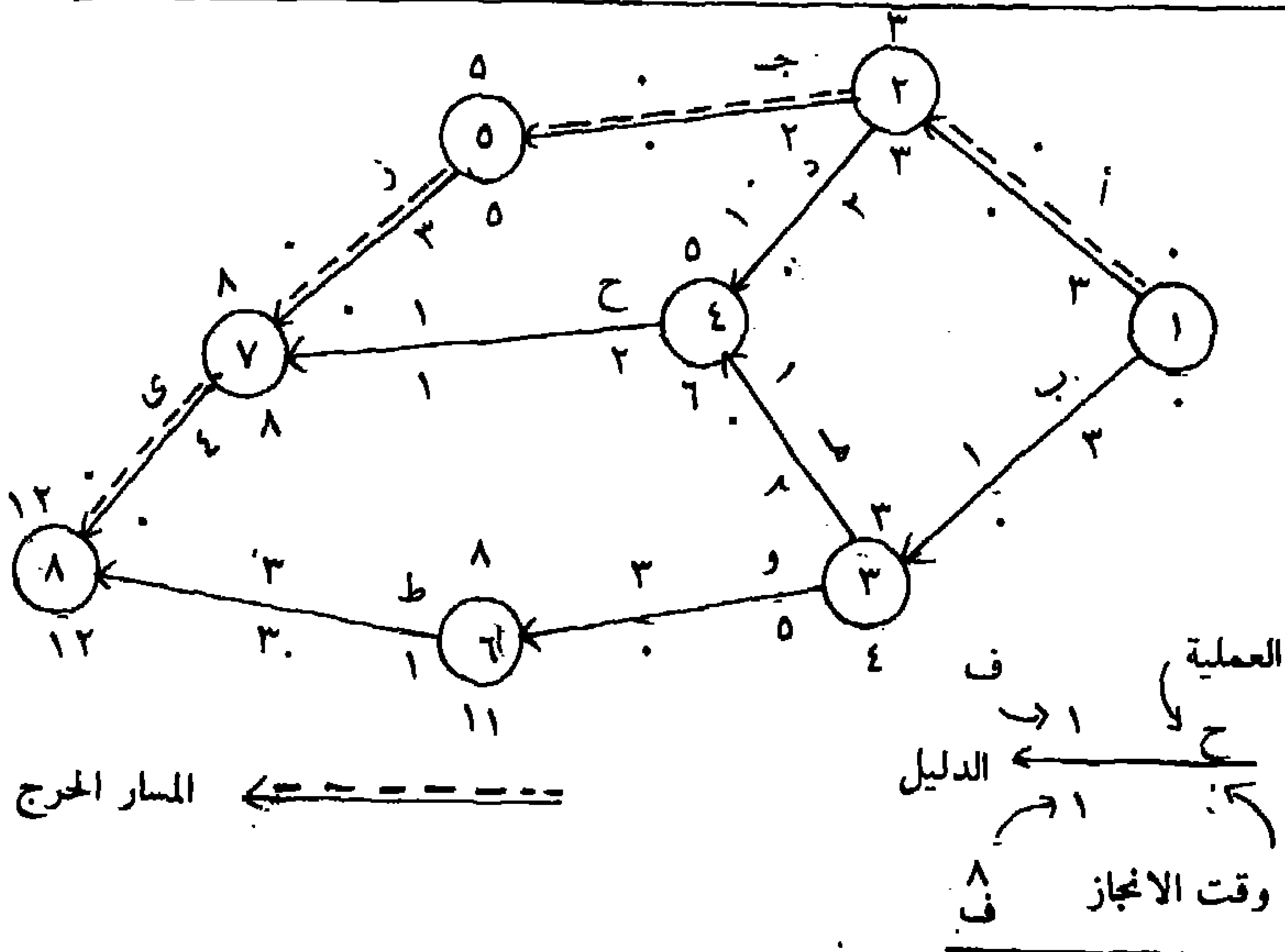
٥ - ١ - خطة التنفيذ المعجل مع تدنية تكاليف التعجيل:

الواقع أنه بينما يلزم التعجيل بكل الأنشطة التي تقع على المسار أو المسارات الحرجة في ظل التوقيت المعجل، فإنه لا يلزم التعجيل بباقي الأنشطة التي لا تقع على هذا المسار أو هذه المسارات إلا بمقدار ما تستدعي الضرورة. فقد سبق في البند (٣-٣) أن وجدنا أن النشاط الذي يكون له وقت فائض حر يمكن تأخير إنجازه بمقدار هذا الوقت دون تأخير إنجاز المشروع. كما وجدنا أيضاً أن أنشطة المسار أو المسارات الحرجة يكون الوقت الفائض الحر لكل منها بالضرورة يساوي الصفر. بينما الوقت الفائض الكلي للعمليات المشتركة يمكن تخصيصه فيما بينها لتأخير إنجازها به دون تأخير إنجاز المشروع. ويوضح كل من الشكلين (٦/٨)، (٦/٩) خريطة التتابع الفني في ظل أوقات الإنجاز العادية والمعجلة مع الوقت الفائض الكلي والحر لكل عملية. (قم بحسابها طبقاً للطريقة الموضحة في البند (٣-٣). ويلاحظ في الشكلين أن قر قد وضع أعلى الدائرة الخاصة بكل حدث بينما قم قد وضع أسفل الدائرة.

شكل (٦/٨) خريطة التتابع الفني في ظل زمن الإنجاز العادي
مع الفائض الكلي والفائض الحر للعمليات



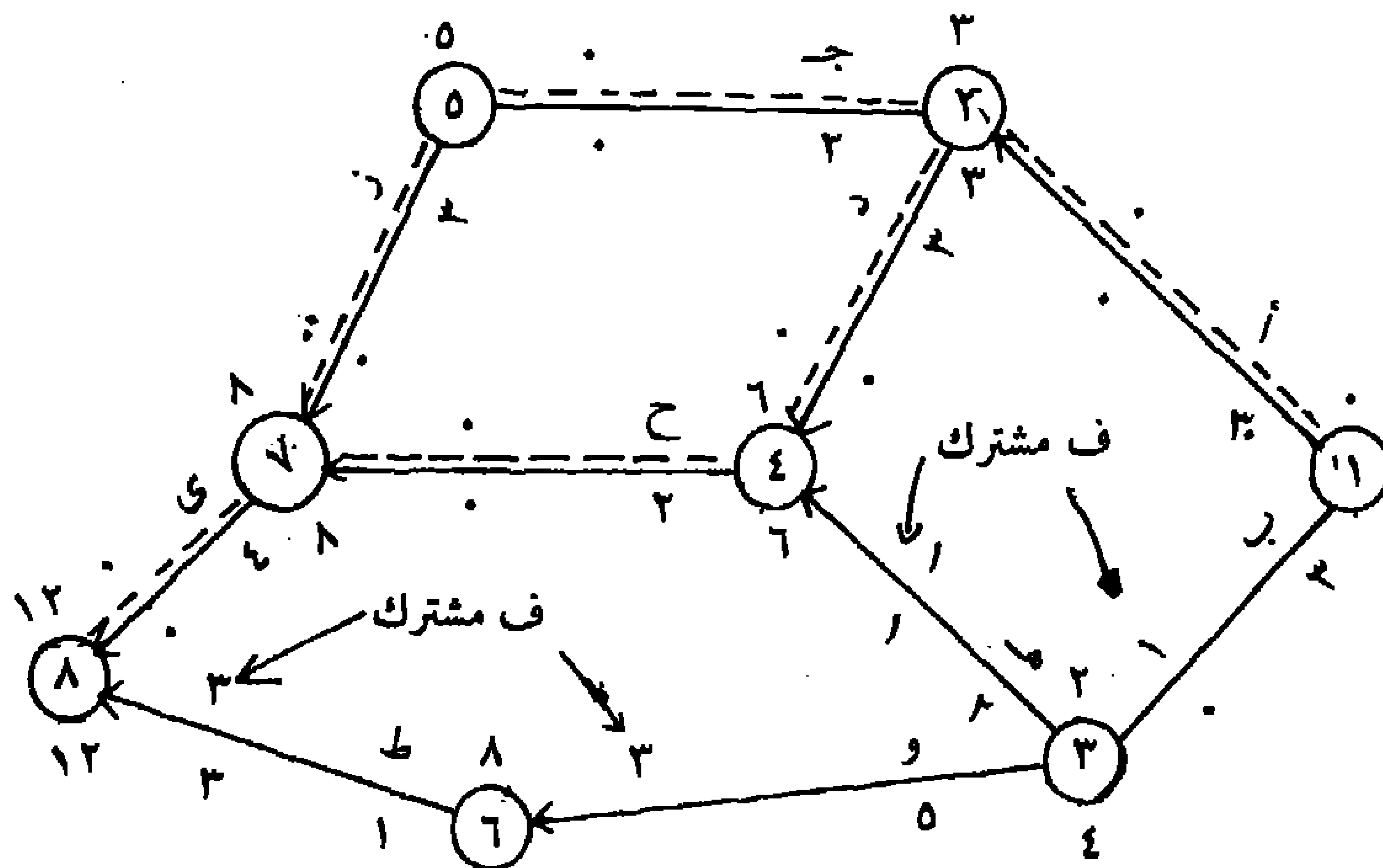
شكل (٦/٩) خريطة التتابع الفني في ظل زمن الإنجاز المعجل
مع الفائض الكلي والفائض الحر للعمليات



ويتضح من الخريطة الثانية (الإنجاز المعجل) أن العمليات (ب)، (د)، (هـ)، (و)، (ح)، (ط)، لها وقت فائض كلي، بينما العمليات (ح)، (ط) فيها وقت فائض حر، كما كانت العمليات (د)، (ح) عمليات حرجة في ظل أوقات الإنجاز العادية (أي كانت واقعة على المسار الحرج). ونلاحظ أيضاً من الخريطة الثانية أن الحدث (٤) حدث مشترك بين العمليتين (د)، (ح)، وهذا يعني أن الوقت الفائض الكلي لهذين العمليتين مشترك ويبلغ أسبوع، وقد خصص بصدد حساب الوقت الفائض الحر للعملية (ح). وهذا يعني أن تعجيل هاتين العمليتين قد أدى إلى وجود وقت فائض فيهما بصفة مجتمعة قدره أسبوع وبالتالي يمكن تأخير أي منها بمقدار هذا الأسبوع (أو تجزئة الأسبوع على العمليتين لو كان ذلك ممكناً) دون تأخير إنجاز المشروع كله عن الوقت المعجل وهو ١٢ أسبوع. ومن واقع الجدول السابق نجد أن أسبوع التعجيل في العملية (د) يكلف ١٠٠٠ جنيه بينما أسبوع التعجيل في العملية (ح) يكلف ٢٠٠ جنيه. وبالتالي يصبح من الأصلح تأجيل تعجيل العملية (د) بمقدار هذا الأسبوع ليتم إنجازها في وقت معجل قدره ثلاثة أسابيع بدلاً من أسبوعين، ولتؤدي إلى وفورات في تكلفة التعجيل قدرها ١٠٠٠ جنيه. ويترتب على ذلك أن يصبح الوقت الفائض الحر للعملية (هـ) أسبوع بعد أن كان صفر، كما يتضح من الشكل (٦/١٠).

ويتضح من الخريطة أن تغيير التوقيت المعجل للعملية (د) من اسبوعين إلى ثلاثة يؤدي إلى أن تصبح العمليتين (د)، (ح) من العمليات الحرجة في ظل التوقيت المعجل (أي يوجد مسارين حرجين). وقد أصبح للعملية (هـ) وقت فائض حر قدره أسبوع يمكن تأجيل تعجيلها به، لتحقق وفورات إضافية قدرها ٦٥٠ جنيه، ويصبح الزمن المعجل لها ثلاثة أسابيع بدلاً من أسبوعين. ويؤدي ذلك بالطبع إلى أن يصبح وقت الإنتهاء المتأخر للحدث (٣) هو ٣ أسابيع بدلاً من ٤ أسابيع. وتصبح كل من العمليتين (ب)، (هـ) من العمليات الحرجة في

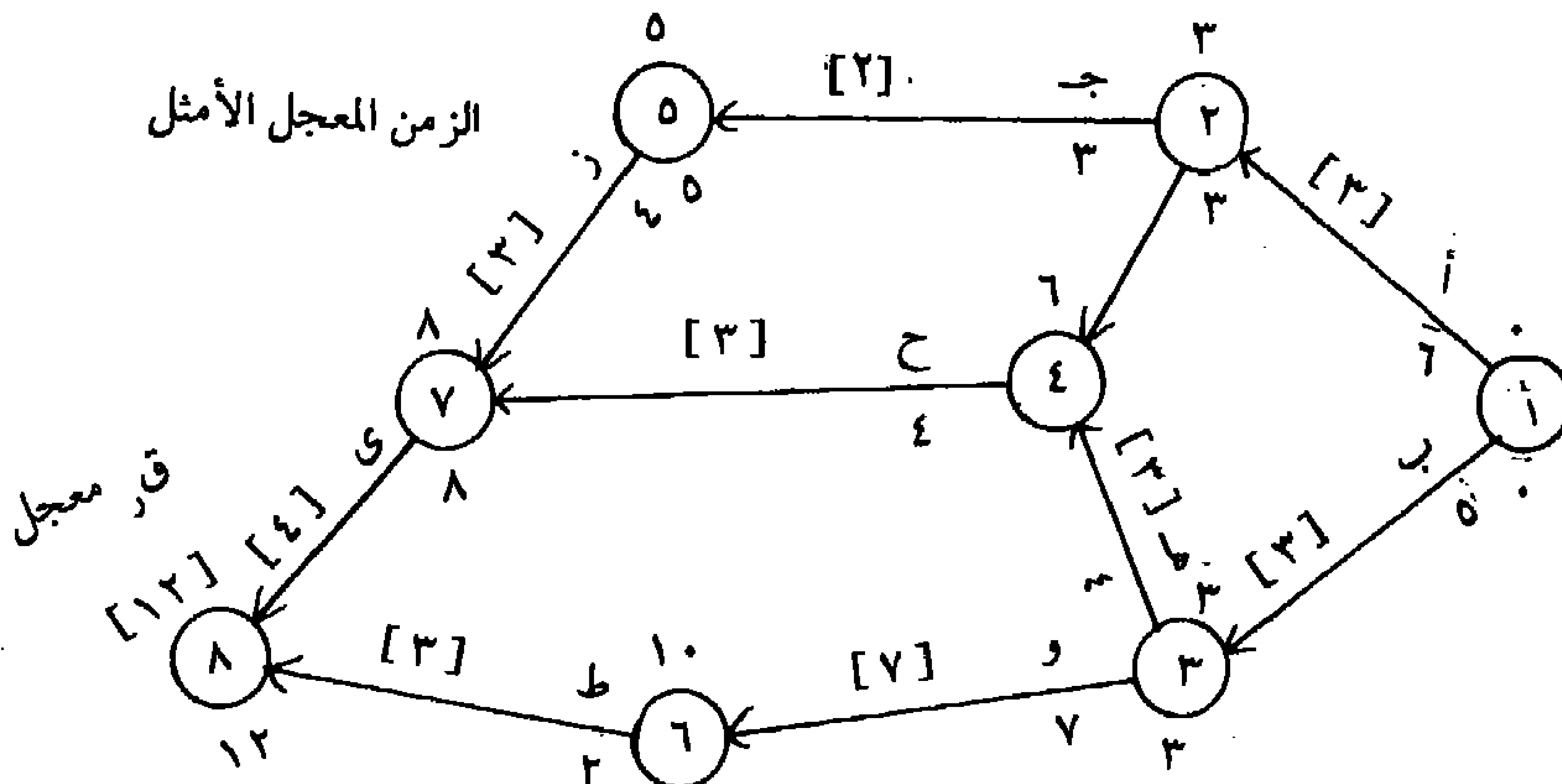
شكل (١٠/٦) خريطة التتابع الفني في ظل زمن الإنجاز المعجل مع الفائض الكلي والفائض الحر للعمليات بعد تعديل الزمن المعجل للعملية (د) من أسبوعين إلى ثلاثة أسابيع.



ظل الزمن المعجل (١٢ أسبوع). ويبقى بعد ذلك في العمليتين (و) و (ط) فائض كلي مشترك قدره ٣ أسابيع (مخصص للعملية ط كفائض حر في الخريطة). ويمكن تخصيص هذا الفائض بين العمليتين لتأجيل تعجيل أيهما أو كلاهما على حسب الوفورات الناتجة عن كل منهما وإمكانيات تخفيض التعجيل المتأخر. فالعملية (و) يؤدي تخفيض تعجيلها أسبوع إلى توفير ٦٠٠ جنيه بينما العملية (ط) تؤدي إلى توفير ٥٥٠ جنيه، وبالتالي تكون العملية (و) أفضل. إلاَّ أن العملية (و) معجلة بمقدار أسبوعين فقط وبالتالي لا يمكن تخفيض تعجيلها بما يزيد عن ذلك، كما أن العملية (ط) معجلة بمقدار أسبوع، ومن ثم يتم تخفيض الأسابيع الثلاثة على هذا الأساس. لتحقق وفورات إجمالية كالآتي:

من العملية (د)	تأجيل تعجيل أسبوع	=	١٠٠٠ جنيه
من العملية (هـ)	تأجيل تعجيل أسبوع	=	٦٥٠ جنيه
من العملية (و)	تأجيل تعجيل أسبوعين	=	١٢٠٠ جنيه
من العملية (ط)	تأجيل تعجيل أسبوع	=	٥٥٠ جنيه
جملة الوفورات			٣٤٠٠ جنيه

وتصبح جميع المسارات حرجة في ظل زمن الإنجاز المعجل البالغ ١٢ أسبوعاً، كما يتضح من الخريطة التالية (شكل ٦/١١).



شكل (٦/١١) خريطة التتابع الفني مع التعجيل الأمثل في وقت قم معجل تنفيذ معجل قدره ١٢ أسبوعاً.

ويلاحظ أن العمليات (و) و (ط) لا يتم تعجيلها على الإطلاق، بينما باقي العمليات قد تم تعجيلها بصفة جزئية أو بصفة كلية فالعمليات (أ)، (ب) و (جـ)، (ز)، (ح)، (ى)، يتم تعجيلها بالكامل، أي يتم تنفيذها في الوقت المعجل، بينما العملية (د) والعملية (هـ) فيكتفي تعجيل الأولى أسبوعين بدلاً من

ثلاثة وبتعجيل الثانية أسبوعاً بدلاً من أسبوعين. وتكون تكلفة هذا البرنامج المعجل الأمثل لفترة تنفيذ قدرها ١٢ أسبوعاً كالآتي:

(جدول٦/٤)

العملية	زمن التنفيذ العادي	تكلفة التنفيذ العادية	تكلفة التعجيل المضافة			جلة تكلفة التنفيذ المعجل	زمن التنفيذ المقترح
			أسابيع التعجيل	تكلفة/ أسبوع	قيمة		
أ	٦	٦٠٠٠	٣	٩٠٠	٢٧٠٠	٨٧٠٠	٣
ب	٥	٢٥٠٠	٢	٤٠٠	٨٠٠	٣٣٠٠	٣
جـ	٣	٢١٠٠	١	٣٥٠	٣٥٠	٢٤٥٠	٢
د	٥	٣٠٠٠	٢	١٠٠٠	٢٠٠٠	٥٠٠٠	٣
هـ	٤	١٢٠٠	١	٦٥٠	٦٥٠	١٨٥٠	٣
و	٧	٢٨٠٠	٠	٦٠٠	—	٢٨٠٠	٧
ز	٤	١٦٠٠	١	٢٠٠	٢٠٠	١٨٠٠	٣
ح	٤	٨٠٠	٢	١٠٠	٢٠٠	١٠٠٠	٢
ط	٢	١٢٠٠	٠	٥٥٠	—	١٢٠٠	٢
ى	٦	١٢٠٠	٢	١٥٠	٣٠٠	١٥٠٠	٤
		٢٢٤٠٠			٧٢٠٠	٢٩٦٠٠	

ويتضح من الجدول أن تكلفة البرنامج المعجل هي ٢٩٦٠٠ جنيه بدلاً من ٢٣٠٠٠ جنيه، أي بوفورات قدرها ٣٤٠٠ جنيه كما سبق حسابها.

٥ ـ ٢ ـ برنامج التعجيل الأمثل:

افترضنا فيما سبق أن برنامج التنفيذ المعجل قد تحددت مدته مسبقاً (١٢ سبوعاً). وفي غالبية الأحيان ترغب الإدارة في التعجيل بالتنفيذ في زمن يقل عن وقت الإنجاز العادي، ولكنها تكون في نفس الوقت راغبة في تبادل زمن التعجيل

المكلف مع تكلفة التعجيل المرتفعة. بمعنى أن الإدارة تكون راغبة في التعجيل ولكن ليس إلى أقصر وقت تنفيذ معجل ممكن (١٢ أسبوعاً في مثالنا بعاليه مثلا). وفي ظل هذه الظروف يصبح من اللازم توفير البيانات اللازمة للإدارة لإختيار برنامج التعجيل المناسب بأقل تكاليف تعجيل ممكنة.

ولا شك في أن أقل تكاليف تعجيل تساوي الصفر، وذلك عندما يتم التنفيذ في الأزمنة العادية. أما إذا رغبت الإدارة في التعجيل عن هذه الأزمنة ولكن ليس بالضرورة إلى نهايتها الدنيا، فتصبح نقطة الإنطلاق هي المسار الحرج في ظل زمن التنفيذ العادي حيث تكلفة التعجيل تساوي صفر. فمن المنطقي أنه إذا كان التعجيل لازماً فالأولى بالتعجيل في ظل هذه الظروف تكون عمليات المسار الحرج. فإذا نظرنا للشكل ٨/٦ نجد أن عمليات المسار الحرج في ظل أزمنة الإنجاز العادية هي كالآتي:

العملية (أ) حيث تعجيل تنفيذها أسبوع يكلف ٩٠٠ جنيه
العملية (د) حيث تعجيل تنفيذها أسبوع يكلف ١٠٠٠ جنيه
العملية (ح) حيث تعجيل تنفيذها أسبوع يكلف ١٠٠ جنيه
العملية (ى) حيث تعجيل تنفيذها أسبوع يكلف ١٥٠ جنيه

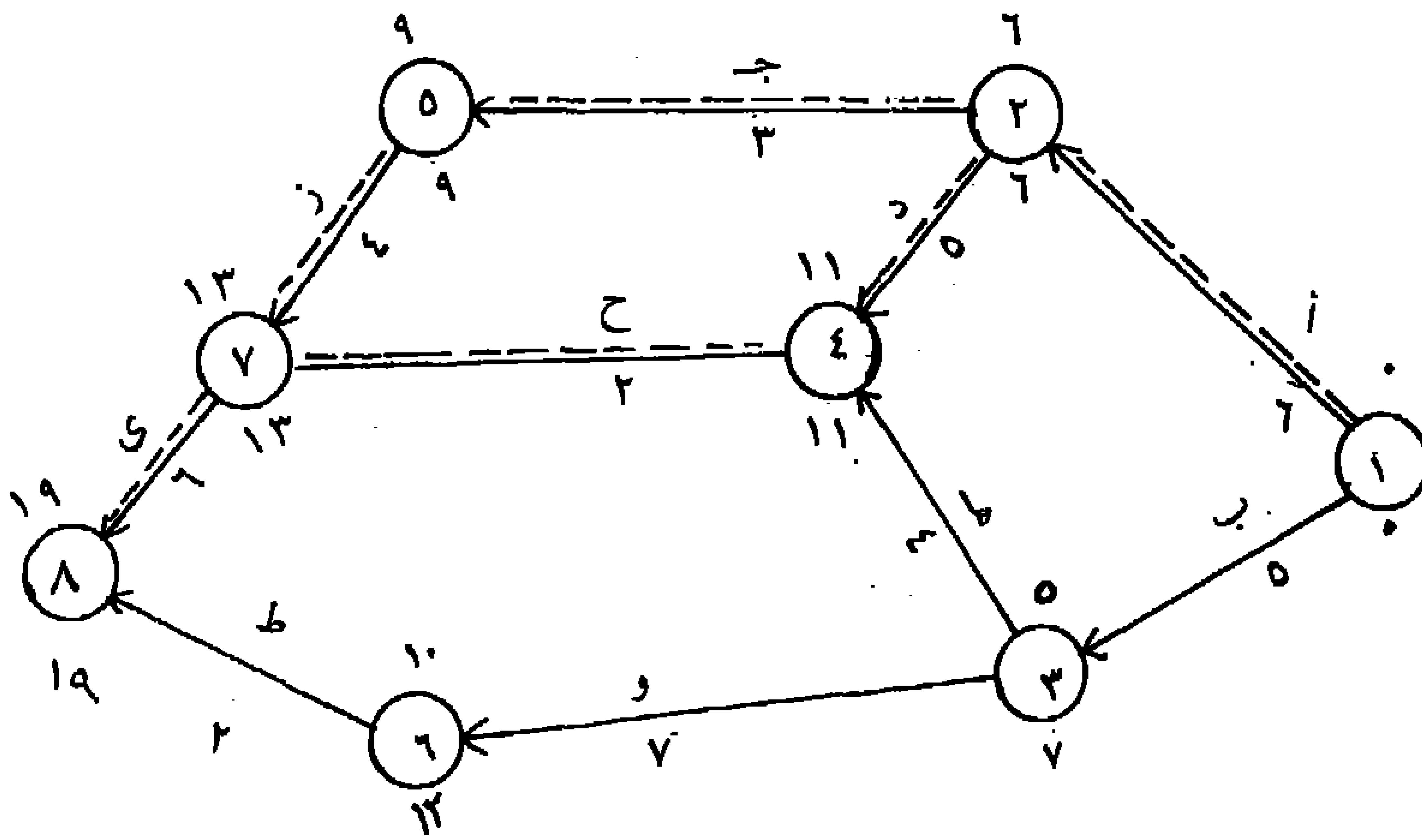
وإذا كان التعجيل لازماً في ظل هذه الظروف فمن المنطقي أن يبدأ بتعجيل عمليات المسار الحرج ذات تكلفة التعجيل الأقل. ومن واقع البيانات بعاليه يتضح أن العملية (ح) هي أقل عمليات المسار الحرج تكلفة في التعجيل، كما يمكن تعجيلها أسبوعين مقابل تكلفة مضافة قدرها ٢٠٠ جنيه. فإذا قمنا بذلك فسوف ينخفض وقت إنجاز المشروع من ٢١ أسبوعاً إلى ١٩ أسبوعاً، كما أن العمليتين (جـ)، (ز) يتحولان بعد ذلك إلى عمليات حرجة بعد أن كان الوقت الفائض

الحر للأخيرة اسبوعين (أنظر شكل ٦/٨). ويتضح ذلك من الشكل (٦/١٢)، حيث منه يتبين أنه أصبح لدينا مسارين حرجين بعد تعجيل (ح) اسبوعين هما:

س١ = ١ ← ٢ ← ٤ ← ٧ ← ٨

س٢ = ١ ← ٢ ← ٥ ← ٧ ← ٨

شكل (٦/١٢) تعجيل العملية (ح) أسبوعين



وينطوي هذين المسارين على العمليات التالية القابلة للتعجيل [(ح) تم تعجيلها].

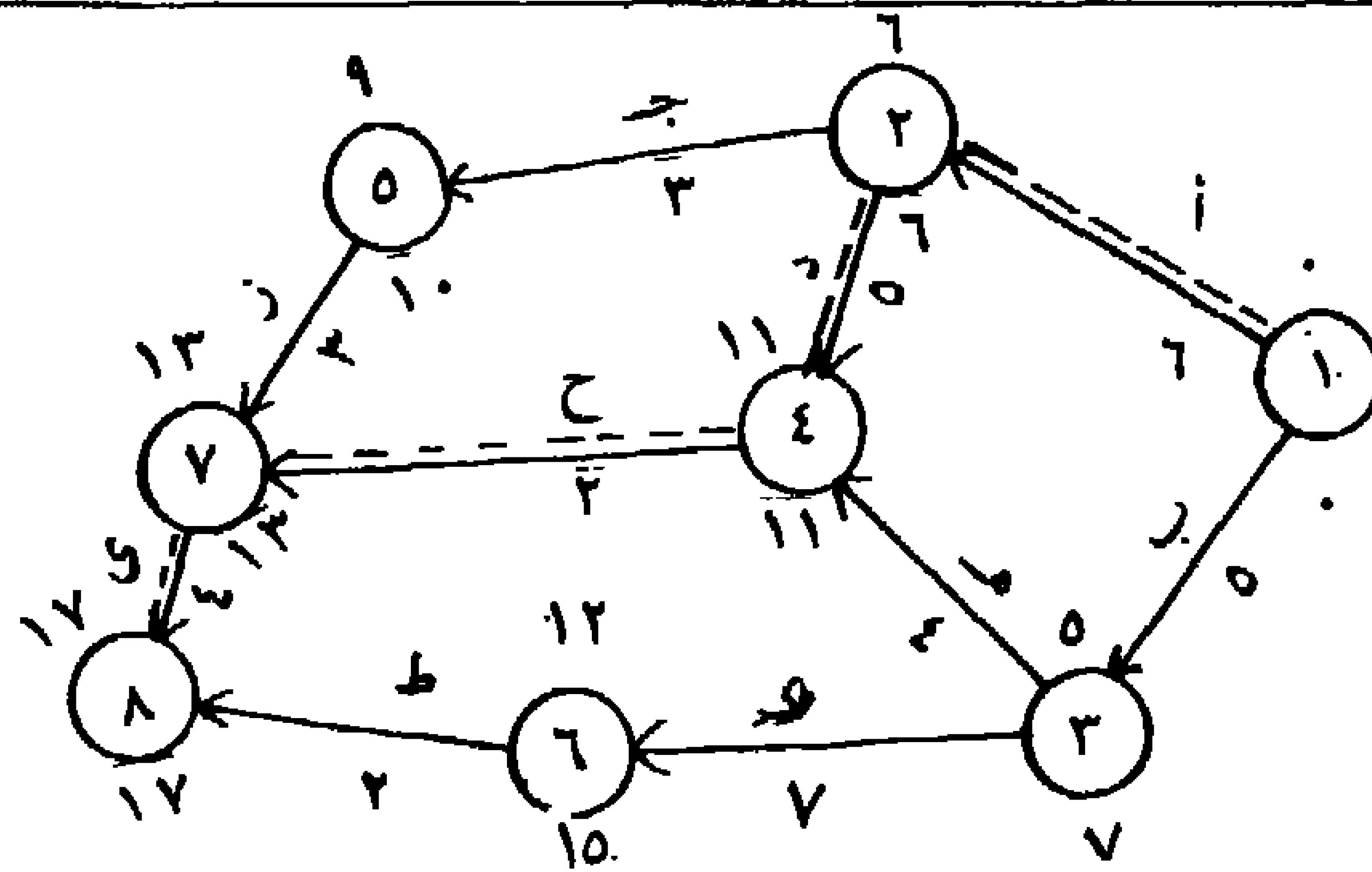
(أ) تعجيل تنفيذها أسبوع يكلف ٩٠٠ جنيه وتقبل التعجيل ٣ أسبوع
(جـ) تعجيل تنفيذها أسبوع يكلف ٣٥٠ جنيه وتقبل التعجيل ١ أسبوع
(د) تعجيل تنفيذها أسبوع يكلف ١٠٠٠ جنيه وتقبل التعجيل ٣ أسبوع
(ز) تعجيل تنفيذها أسبوع يكلف ٢٠٠ جنيه وتقبل التعجيل ١ أسبوع
(ى) تعجيل تنفيذها أسبوع يكلف ١٥٠ جنيه وتقبل التعجيل ٢ أسبوع

ومن الواضح أن أقل العمليات تكلفة هي العملية (ى). وبالإضافة إلى ذلك فهي عملية مشتركة في المسارين الحرجين وبالتالي فإن تعجيلها يؤدي إلى تعجيل المشروع ككل إذا كان الوقت الفائض على المسارات الأخرى يسمح بذلك (عليك بالتأكد من أنه يسمح بحسابه على الشكل السابق). والواقع أن التعجيل بالعملية (ى) لمدة أسبوعين يؤدي إلى التعجيل بتنفيذ المشروع إلى ١٧ أسبوعاً بالتكاليف الآتية:

تكلفة التنفيذ في الزمن العادي	٢٢٤٠٠	في ٢١ أسبوعاً
تعجيل (ح) أسبوعين	٢٠٠	(٢)
تعجيل (د) أسبوعين	٣٠٠	(٢)
جملة تكاليف برنامج التنفيذ المعجل	٢٢٩٠٠	في ١٧ أسبوعاً

ويظل المسارين س١ و س٢ بعد هذا التعجيل هما المسارين الحرجين (تأكد من ذلك برسم خريطة التتابع الفني موضحاً عليها أوقات التنفيذ الملائمة). غير أن العمليتين (ح) و (ى) أصبحتا غير قابلتين للتعجيل، ومن ثم تظل العمليات (أ)، (جـ)، (د)، (ز)، حيث (ز) هي أقلها تكاليفاً في التعجيل. ولنفرض الآن أننا قررنا تعجيل (ز) بالاسبوع المسموح بتعجيلها به طمعاً في تخفيض وقت الإنجاز المعجل بأسبوع مقابل تكاليف إضافية ٢٠٠ جنيه. وينعكس هذا القرار على خريطة التتابع الفني الموضحة في الشكل (١٣/٦).

شكل (١٣/٦) تعجيل (ز) أسبوع



لاحظ أن زمن التنفيذ طل ١٧ أسبوعاً، كما أن المسار الحرج أصبح س ١ وحده، كما أن (ز) أصبح فيها فائض حر قدره أسبوع يمكن تأخير إنجازها به دون تأخير إنجاز المشروع. والواقع أن مثل ذلك سوف يحدث دائماً ما دام هناك أكثر من مسار حرج ويتم تعجيل عملية ليست مشتركة فيها. فقبل تعجيل (ز) كان س ١ ، س ٢ مسارين حرجين، والعملية (ز) تقع على س ٢ وحده دون س ١ . وهذا يعني أن تعجيلها سوف يؤدي إلى أن يصبح س ١ هو المسار المحدد لوقت إنجاز المشروع، وهو يستغرق ١٧ أسبوعاً.

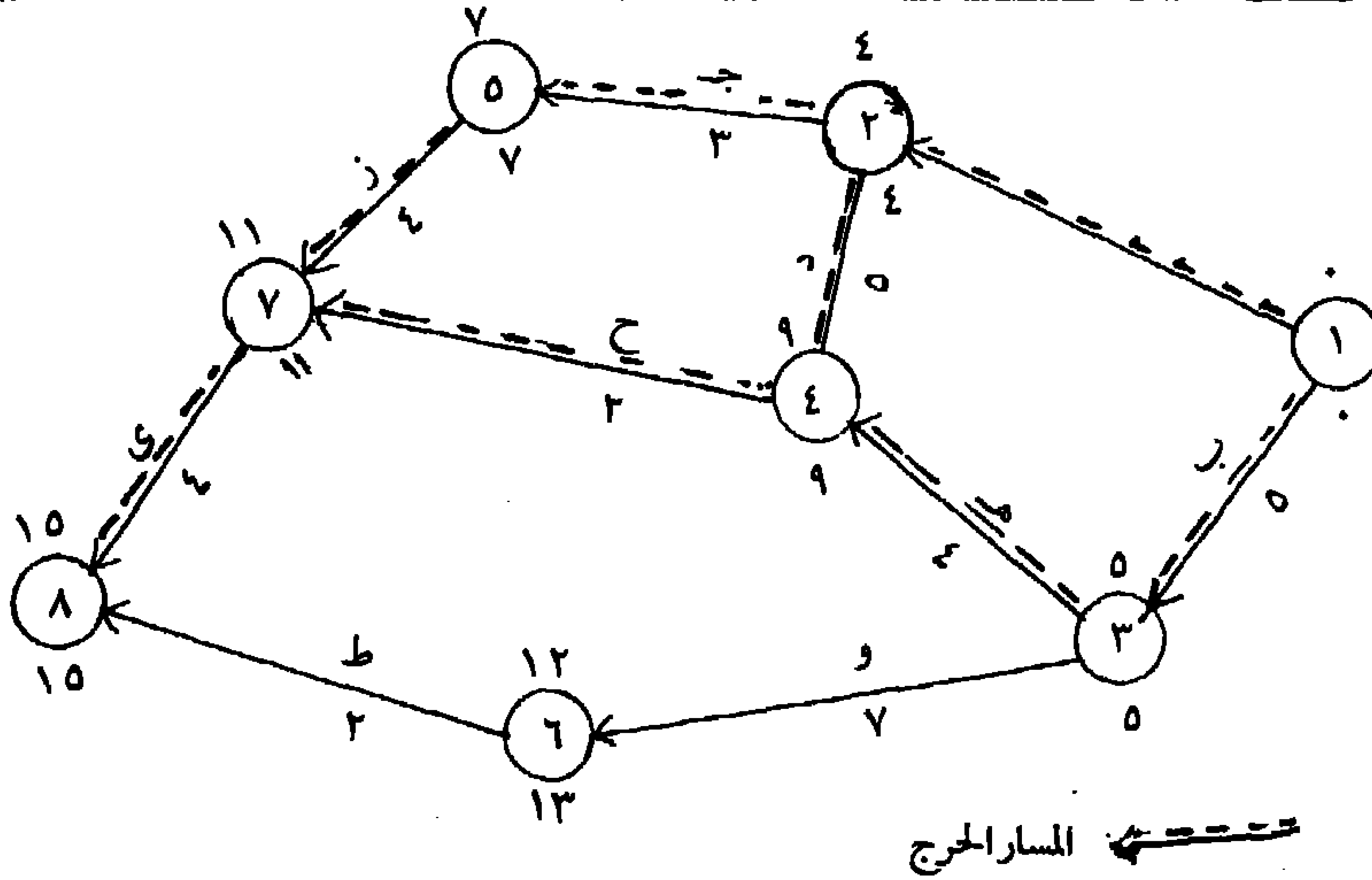
وللتغلب على هذه المشكلة هناك أحد بديلين: إما أن التعجيل يتم في عملية مشتركة، أو أن يتم تعجيل عمليتين كل منهما على أحد المسارين بنفس الزمن. وإذا رغبنا تحقيق البديل الأول نجد أن العملية (أ) هي العملية الوحيدة المشتركة التي يمكن تعجيلها (حيث تم تعجيل العملية (ى))، ويكلف تعجيلها أسبوع ٩٠٠ جنيه. أما البديل الثاني فليس أمامنا على س ١ عملية يمكن تعجيلها بخلاف (أ) لتوازي تعجيل (ز) إلا العملية (د). وإذا تم تعجيل (ز) أسبوع فيلزم تعجيل (د) أسبوع حتى يمكن تعجيل التنفيذ إلى ١٦ أسبوع. وتبلغ تكلفة هذا البديل ٢٠٠ جنيه للعملية (ز) و ١٠٠٠ جنيه للعملية (د) لتصبح تكلفة تعجيل أسبوع ١٢٠٠ جنيه. ولا شك أن البديل الأول أفضل: أى أنه يصبح من الواجب تعجيل (أ) المشتركة بين س ١ ، س ٢ بدلاً من تعجيل (ز) و (د). غير أن (أ) تقبل التعجيل من أسبوع إلى ثلاثة. ولنفرض أننا قررنا تعجيلها ٣ أسابيع بتكلفة إضافية قدرها ٢٧٠٠ جنيه رغبة في تخفيض الزمن المعجل إلى ١٤ أسبوعاً. غير أننا إذا قمنا بذلك سوف نجد أن الزمن المعجل ينخفض إلى ١٥ أسبوعاً وليس ١٤أسبوعاً حيث يصبح:

س٣ : ١ ← ٣ ← ٤ ، ٧ ، ٨

هو المسار الحرج الذي يستغرق ١٥ أسبوعاً. (تحقق من ذلك برسم خريطة التتابع الفني مع تعجيل (أ) ثلاثة أسابيع). وبالتالي يصبح القرار السليم هو تعجيل

(أ) أسبوعين. وإذا ما قمنا بذلك لأصبحت خريطة التتابع الفني كالآتي (شكل ١٤/٦).

شكل (١٤/٦) تعجيل (أ) أسبوعين



ويصبح لدينا على الخريطة ثلاثة مسارات حرجة هي:

س١ : ١ ← ٢ ← ٤ ← ٧ ← ٨

س٢ : ١ ← ٢ ← ٥ ← ٧ ← ٨

س٣ : ١ ← ٣ ← ٤ ← ٧ ← ٨

وليس بينها عمليات مشتركة إلاّ العملية (ى) وهي لا تقبل التعجيل (حيث تم تعجيلها بالكامل). وإذا تفحصنا بدائل التعجيل المتاحة بين المسارات الثلاثة لوجدنا أنها تتضمن:

على المسار س١ : العملية (أ) أسبوع، العملية (د) أسبوعين.

على المسار س٢ : العملية (أ) أسبوع، العملية (جـ) أسبوع العملية (ز) أسبوع.

على المسار س٣ : العملية (ب) أسبوعين، العملية (هـ) أسبوعين.

والعملية (أ) مشتركة بين س$_1$ ، س$_2$ وتكلفة تعجيلها أسبوع أقل من تكلفة تعجيل (د)، (ز) معاً أسبوع. كما أن تكلفة تعجيل (ب) أقل من تكلفة تعجيل (هـ). وبذلك إذا قمنا بتعجيل (أ) أسبوع بتكلفة ٩٠٠ جنيه، (ب) أسبوع بتكلفة ٤٠٠ جنيه لكانت هذه أقل التكاليف الممكنة ليعجل المشروع أسبوع ليصبح وقت التنفيذ ١٤ أسبوع، ويظل كل من س$_1$، س$_2$، س$_3$ هي المسارات الحرجة.

وإذا رغبت الإدارة بعد ذلك في التعجيل بالمشروع فإنه يصبح من اللازم تعجيل ثلاث عمليات واحدة على كل من المسارات الثلاثة. وتكون أولويات التعجيل بالنسبة للتكلفة كالآتي:

بالنسبة للمسار س$_1$:العملية (د) بتكلفة ١٠٠٠ جنيه في الأسبوع حيث لا يوجد غيرها قابل للتعجيل.

بالنسبة للمسار س$_2$:العملية (ز) أسبوع بتكلفة ٢٠٠ جنيه ثم العملية (جـ) أسبوع بتكلفة ٣٥٠ جنيه

بالنسبة للمسار س$_3$:العملية (ب) أسبوع بتكلفة ٤٠٠ جنيه ثم العملية (هـ) أسبوع بواقع ٦٥٠ جنيه.

وتأسيساً على ذلك يكون جدول برنامج التعجيل الأمثل كالآتي:

جدول (٦/٥) برنامج التعجيل الأمثل

الدورة	المسارات الحرجة	العمليات التي يمكن تعجيلها	الزمن الأصلي	العمليات المعجلة	تكلفة التعجيل	الزمن المعجل	تكلفة تعجيل وحدة الزمن
١	س١	أ ـ د ـ ح ـ ى	٢١	ح	٢٠٠	١٩	١٠٠
٢	س١ ، س٢	أ ـ جـ ـ د ـ ز ـ ى	١٩	ى	٣٠٠	١٧	١٥٠
٣	س١ ، س٢	أ ـ جـ ـ د ـ ز	١٧	أ	١٨٠٠	١٥	٩٠٠
٤	س١ ، س٢ ، س٣	أ ـ ب ـ جـ ـ د ـ هـ ـ ز	١٥	أ ، ب	١٣٠٠	١٤	١٣٠٠
٥	س١ ، س٢ ، س٣	ب ـ جـ ـ د ـ هـ ـ ز	١٤	ب ، د ، ز	١٦٠٠	١٣	١٦٠٠
٦	س١ ، س٢ ، س٣	جـ ـ د ـ هـ	١٣	جـ ، د ، هـ	٢٠٠٠	١٢	٢٠٠٠
					٧٢٠٠	١٢	

ويتضح من الجدول ما يلي:

١ ـ أن تعجيل المشروع إلى ١٢ أسبوعاً يؤدي إلى زيادة التكلفة بمبلغ ٧٢٠٠ جنيه، كما توصلنا إليها في الجدول السابق (٦/٤).

٢ ـ أن تكلفة التعجيل بالنسبة لوحدة الزمن (١ أسبوع) تتزايد كلما رغبنا الابتعاد عن زمن التنفيذ العادي واقتربنا إلى زمن التنفيذ المعجل.

٣ ـ أن الجدول يوضح بدائل التعجيل المتاحة، وعلى الادارة أن تقرر البديل الذي يتلاءم مع الظروف المحيطة بها.

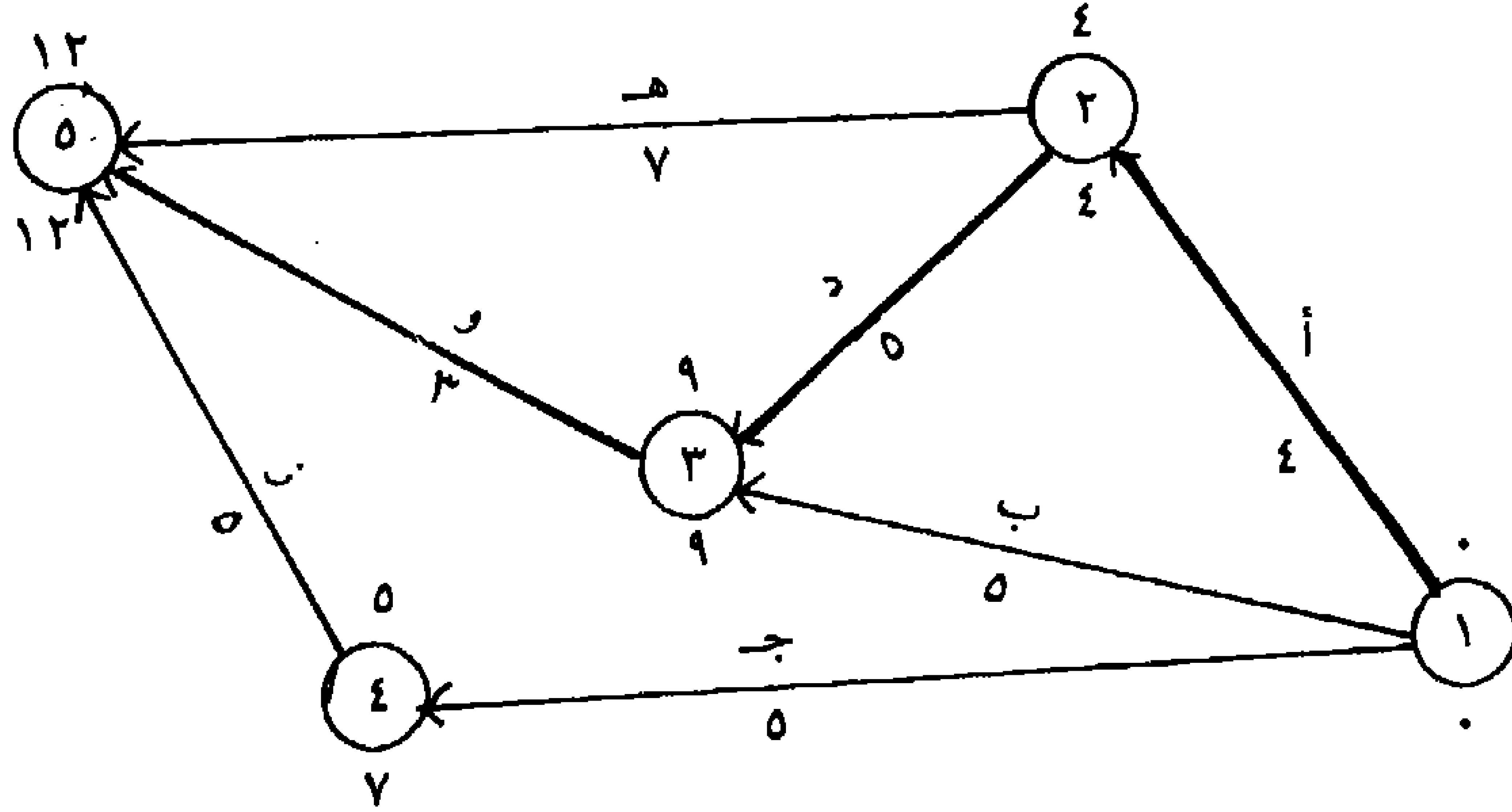
٤ ـ أنه إذا وجدت عوامل أخرى تؤثر في التكاليف بخلاف الزمن، أو إذا وجدت تكاليف أخرى ترتبط بالتنفيذ والزمن معاً، كالتكاليف الثابتة لآلات ومعدات التنفيذ، وعناصر التكاليف غير المباشرة الأخرى المتعلقة بالخدمات غير المباشرة على العمليات فان كل ذلك لا بد وأن يأخذ بعين الاعتبار بالإضافة إلى تكلفة التعجيل، بصدد إتخاذ قرارات التعجيل الملائم.

٦ ـ تحديد المسار الحرج عن طريق البرمجة الخطية:

يتضح مما تقدم أن نماذج التحليل الشبكي تهتم بعامل الزمن كمحدد للمسار الحرج الذي يتحكم في وقت تنفيذ المشروع. ويتحدد المسار الحرج، بعد حساب اوقات الإنتهاء المبكر والمتأخر للأحداث المختلفة، بذلك المسار الذي يتساوى فيه التوقيتين على كل الأحداث الواقعة عليه. أو بمعنى آخر بذلك المسار الذي يكون الوقت الفائض الحر للعمليات الواقعة عليه مساوياً للصفر.

والواقع أن المسار الحرج يمكن أن يتحدد كمشكلة برمجة خطية يكون الهدف فيها هو تخفيض زمن إنجاز المشروع كله إلى أقل ما يمكن في ظل قيود أزمنة الإنجاز المقدرة للانشطة المختلفة. ولنفرض توضيحاً لذلك خريطة التتابع الفني للمشروع المبسط الظاهرة في الشكل (٦/١٥).

شكل (١٥/٦) خريطة التتابع الفني وازمنة إنجاز الأنشطة وإنتهاء الأحداث



ولنرمز للوقت اللازم للوصول إلى حدث معين (و) بالرمز $س_و$ حيث و = ١، ٢، ٣، ... ن، ن هي عدد أحداث المشروع. وحيث على أحداث المسار الحرج يكـون وقت الإنتهاء المبكر متساوياً مع وقت الإنتهاء المتأخر فإن $س_و$ لهذه الأحداث سوف يعين كلا التوقيتين. ومن الواضح أن الهدف المرغوب تحقيقه يصبح تخفيض الوقت اللازم للوصول من الحدث الأول إلى الحدث الأخير، كما أن أقل وقت ممكن يتحدد على المسار الحرج، وبمعنى آخر يصبح المطلوب هو تدنية الفارق الزمني بين وقت إنجاز الحدث الأخير $س_ن$ والحدث الأول $س_١$، أي:

$$\text{تدنية ق} := س_ن - س_١ \qquad [١]$$

وعلى أن يتم ذلك بالطبع في ضوء الوقت اللازم لإنجاز كل نشاط من الأنشطة، والذي يتحدد أيضاً بالفـارق الزمني بين وقـت إنتهـاء الحدث اللاحـق والحدث السابق لنشاط معين على المسار الحرج (وليس على المسارات الأخرى. لماذا ؟).

فإذا رمزنا للوقت المقدر لإنجاز النشاط الذي يبدأ من الحدث (ر) وينتهي عند الحدث (و) بالرمز $ق_{رو}$، فإن وقت إنجاز النشاط على المسار الحرج يجب أن لا يزيد عن ($س_و - س_ر$) أي عن الفرق بين وقت إنتهاء الحدث اللاحق ووقت إنتهاء الحدث السابق.

وتأسيساً على ذلك يصبح المطلوب:

تدنية ق = $س_{ن} - س_{١}$ [١]

في ظل: $س_{و} - س_{ر} \geq ق_{رو}$ لكل (ر) وكل (و) [٢]

$س \geq$ صفر [٣]

وبتطبيق ذلك على الخريطة الواردة بالشكل (١٥/٦) نجد أن المطلوب:

تدنية ق = $س_{٥} - س_{١}$

في ظل: $س_{٢} - س_{١} \geq ٤$ (للنشاط أ)

$س_{٣} - س_{١} \geq ٥$ (للنشاط ب)

$س_{٤} - س_{١} \geq ٥$ (للنشاط جـ)

$س_{٣} - س_{٢} \geq ٥$ (للنشاط د)

$س_{٥} - س_{٢} \geq ٧$ (للنشاط هـ)

$س_{٥} - س_{٣} \geq ٣$ (للنشاط و)

$س_{٥} - س_{٤} \geq ٥$ (للنشاط ز)

$س_{ر} \geq$ صفر، ز = ١، ٢، ٣، ٤، ٥.

وإذا رمزنا للأنشطة المختلفة بالرمز $ص_{و}$، فإن ثنائي المشكلة يكون:

تقصية ج = $٤ص_{١} + ٥ص_{٢} + ٥ص_{٣} + ٥ص_{٤} + ٧ص_{٥} + ٣ص_{٦} + ٥ص_{٧}$

في ظل: $- ص_{١} - ص_{٢} - ص_{٣} \leq -١$

$ص_{١} - ص_{٤} - ص_{٥} =$ صفر

$ص_{٢} + ص_{٤} - ص_{٦} =$ صفر

$ص_{٣} - ص_{٧} =$ صفر

$ص_{٥} + ص_{٦} + ص_{٧} \leq ١$

وكلا النموذجين يمكن حله بطريقة السمبلكس وطريقة السمبلكس الثنائية (عليك بحلها كتمرين على طريقة السمبلكس الثنائية)

أسئلة وتمارين الفصل

أولاً: الأسئلة:

١ - تكلم باختصار عن أهم الشروط الواجب توافرها لتطبيق أسلوب المسار الحرج بالمقارنة بأسلوب « برت ».

٢ - وضح أي من العبارات التالية يعتبر خطأ وأيها يعتبر صواب مبرراً فيما لا يزيد عن خمسة سطور لكل:

أ - يتم تعريف الحدث في نماذج التحليل الشبكي بدلالة الزمن أو الموارد اللازمة لإنجازه.

ب - يمكن أن تكون بعض الأحداث في خريطة التتابع الفني مرتبطة بالتبادل.

جـ - لا بد وأن يتساوى وقت الإنجاز المبكر مع وقت الإنجاز المتأخر لاحداث المسار الحرج حتى ولو لم يتساوى الوقتين للمشروع ككل.

د - يتحدد وقت الإنجاز المبكر لكل نشاط من الأنشطة بالفرق بين وقت الإنجاز المتأخر للحدث التالي ووقت الإنجاز المبكر للحدث السابق.

هـ - إذا كان الوقت الفائض الكلي مساوي للوقت الفائض الحر لكل العمليات على كل المسارات تكون جميع العمليات حرجة.

و - لا يلزم أن يكون الوقت الفائض الحر على عمليات المسار الحرج مساوياً للصفر إلاّ إذا كان وقت الإنجاز المبكر للمشروع كله مساوياً لوقت إنجازه المتأخر.

ز - إذا اشتركت عمليتان في وقت فائض كلي قدره ثلاثة أسابيع فإنه يلزم أن يكون الوقت الفائض الحر لاحداهما أسبوع والثانية أسبوعين.

حـ - يتحدد وقت الإنجاز المتوقع لكل نشاط في ظل نموذج « برت » على أساس الحكم الشخصي والخبرة السابقة.

ط - يكون المتوسط الحسابي والانحراف المعياري لتوزيع أوقات المسار الحرج معروف مقدماً في ظل نموذج « برت ».

ى - إذا كان الإنحراف المعياري لتوزيع أوقات عمليات المسار الحرج يساوي ٢ وكان الوقت المتوقع لإنجاز المشروع هو ٢٠ أسبوع فإن إحتمال إنجاز المشروع في ٢٠ أسبوع يساوي $\frac{١٨}{٢٠}$ ، أي ٩٠٪.

ك - تكون تكلفة إنجاز المشروع في الأوقات العادية دون تعجيل بأي أنشطة هي أقل تكاليف الإنجاز الممكنة.

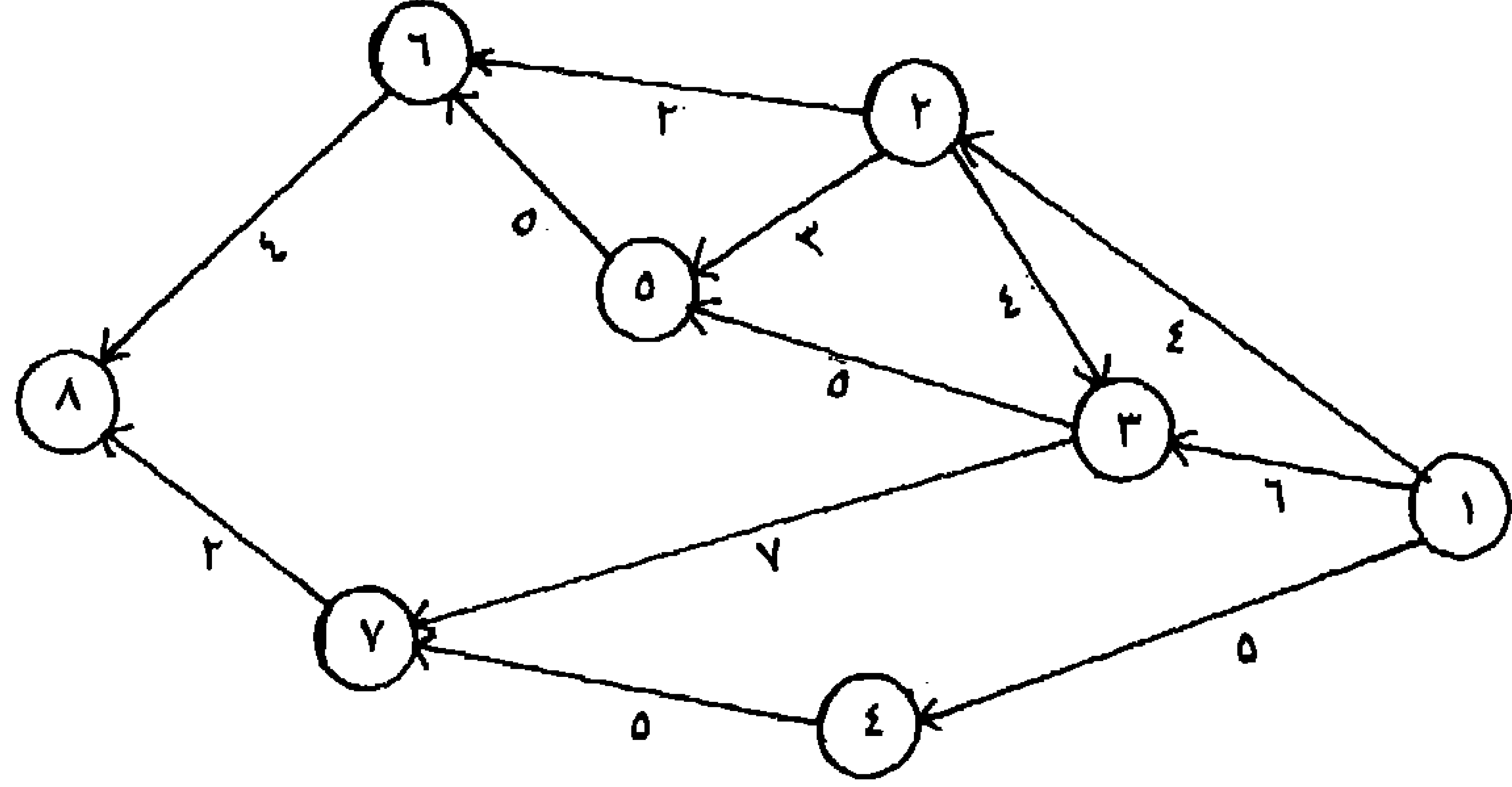
ل - يمكن دائماً التعجيل بأي نشاط إلى وقت إنجازه المعجل ما دام هذا النشاط واقعاً على المسار الحرج ليتحقق التعجيل المطلوب في المشروع ككل بنفس وقت تعجيل النشاط.

م - لا يتأثر برنامج التعجيل الأمثل بأية عوامل بخلاف تكاليف التعجيل بالنسبة للزمن.

ثانياً: التمارين:

التمرين الأول:

فيما يلي خريطة التتابع الفني بأوقات إنجاز العمليات لمشروع معين.



المطلوب: ١ ـ إعداد جدول التتابع الفني للعمليات.
٢ ـ تحديد المسار الحرج عن طريق تعديد المسارات.
٣ ـ تحديد المسار الحرج عن طريق الوقت الفائض للأحداث.
٤ ـ بفرض أن وقت النشاط الموصل من الحدث (٢) إلى الحدث (٣) انخفض إلى وحدتين زمنيتين بدلاً من أربع وحدات، قم بتكرار المطالب الثلاثة السابقة.
٥ ـ ضع الصيغة الرياضية لنموذج البرمجة الخطية اللازم لتحديد المسار الحرج من واقع خريطة التتابع الفني المعطاة.

التمرين الثاني:

من واقع الخريطة في التمرين الأول قم باستبعاد النشاط المؤدي من الحدث (٢) إلى الحدث (٣) وقم بإضافة نشاط يبدأ من الحدث (٥) وينتهي في الحدث (٧) ويستغرق ٤ وحدات زمنية. قم بتنفيذ المطاليب الثلاثة الأولى والمطلوب الخامس كما في التمرين الأول على الخريطة الجديدة.

التمرين الثالث:

من واقع الخريطة في التمرين الثاني، افترض أنه يمكن التعجيل بكل الأنشطة

بواقع وحدة زمنية واحدة لكل نشاط مقابل زيادة التكلفة الخاصة بإنجاز النشاط بواقع ٢٠٪ من تكلفة التنفيذ في الأوقات العادية. فإذا علمت أن (أ) تكلفة التنفيذ العادية للأنشطة التي تبدأ بالحدث (١) متساوية لوحدة الزمن وتبلغ ٢٠٠٠ جنيه لوحدة الزمن. (ب) تكلفة التنفيذ العادية للأنشطة التي تبدأ من الأحداث (٢)، (٣)، (٥) متساوية بالنسبة لوحدة الزمن وتبلغ ١٢٠٠ جنيه لوحدة الزمن. (جـ) تكلفة التنفيذ العادية للأنشطة التي تبدأ من الأحداث (٤)، (٦)، (٧) متساوية بالنسبة لوحدة الزمن وتبلغ ٨٠٠ جنيه لوحدة الزمن.

المطلوب:

(١) إعداد جدول التتابع الفني للعمليات بتكلفة التنفيذ العادية والمعجلة لكل العمليات.

(٢) بفرض أن الإدارة ترغب في تنفيذ المشروع في وقت التنفيذ المعجل، فما هي التكلفة المضافة نتيجة هذا التعجيل، وما هو الوفر في زمن التنفيذ عن الزمن العادي.

(٣) قم بإعداد برنامج التعجيل الأمثل.

التمرين الرابع:

فيما يلي جدول التتابع الفني لعمليات مشروع معين والأزمنة المقدرة للإنجاز والتكاليف:

النشاط	الأحداث السابقة	الأحداث اللاحقة	الزمن	المقدر	(أسبوع)	الزمن المعجل (أسبوع)	تكلفة التنفيذ	لوحدة الزمن (أسبوع)
			ق ل	ق ح	ق ى		المقدر	المعجل
ا	١	٢	٢	٤	٦	٣	١٠٠	١٥٠
ب	١	٣	٣	٥	١٣	٣	١٥٠	٤٠٠
جـ	٢	٥	٤	٥	٦	٤	١٢٠	١٦٠
د	٢	٤	٢	٣	١٠	٣	٨٠	١٥٠
هـ	٣	٤	١	٢	٣	١	٣٠٠	٨٠٠
و	٥	٧	١	٢	٩	٢	٦٠	١٠٠
ز	٤	٧	٦	٨	١٠	٦	٥٠	٨٠
ح	٣	٦	٥	٨	١١	٥	١٥٠	٢٠٠
ط	٦	٧	٤	٦	٨	٤	٣٠	٥٠

المطلوب:

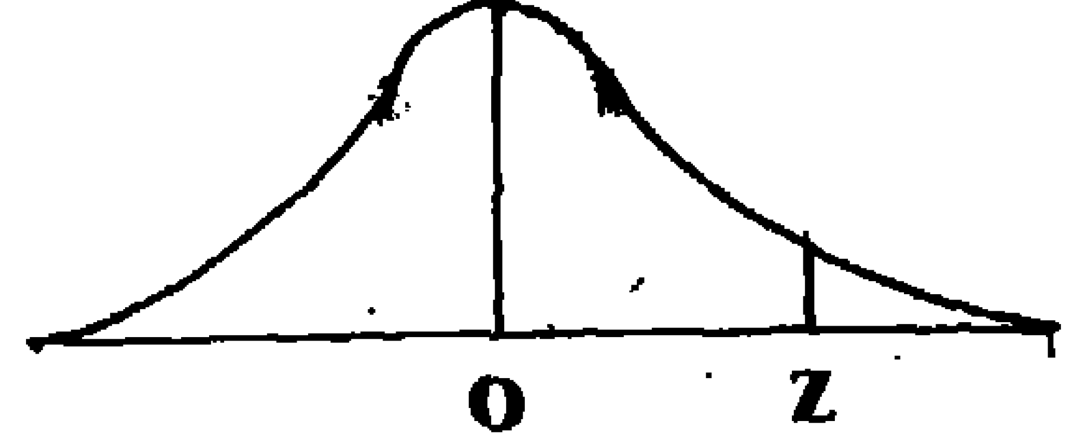
١ - بفرض $ق_ح$ هوزمن إنجاز العمليات قم بإعداد خريطة التتابع الفني وحساب وقت الإنجاز المبكر والمتأخر لكل حدث وتحديد الوقت الفائض الكلي والوقت الفائض الحر لكل نشاط وتحديد المسار الحرج.

٢ - من واقع الخريطة في المطلوب الأول افترض أن الإدارة ترغب في تنفيذ المشروع في زمن لا يزيد عن ١٥ أسبوعاً، فما هو برنامج التعجيل الأمثل.

٣ - من واقع الخريطة في المطلوب الأول، افترض أن الإدارة ترغب في تنفيذ المشروع في ١٢ أسبوعاً، فهل تستطيع أن تحقق لها هذه الرغبة ولماذا؟ بفرض أن النشاط (د) يمكن التعجيل به لمدة اسبوعين فما هي التكلفة المضافة التي تترتب على ذلك في تعجيل تنفيذ المشروع؟.

٤ - قم بحساب $ق_و$ $ق_ر$ للمسار الحرج وقم بحساب احتمال إنجاز المشروع في ٢٢ أسبوعاً.

جدول المساحات تحت التوزيع المعتدل



المساحة تحت التوزيع الطبيعي المعتدل

من صفر إلى (Z)

حيث احتمال Z ≥ ط :

= 0.5 + المساحة تحت التوزيع

من 0.0 إلى Z = ط

0.0	.0000	.0040	.0080	.0120	.0160	.0199	.0239	.0279	.0319	.0359
0.1	.0398	.0438	.0478	.0517	.0557	.0596	.0636	.0675	.0714	.0754
0.2	.0793	.0832	.0871	.0910	.0948	.0987	.1026	.1064	.1103	.1141
0.3	.1179	.1217	.1255	.1293	.1331	.1368	.1406	.1443	.1480	.1517
0.4	.1554	.1591	.1628	.1664	.1700	.1736	.1772	.1808	.1844	.1879
0.5	.1915	.1950	.1985	.2019	.2054	.2088	.2123	.2157	.2190	.2224
0.6	.2258	.2291	.2324	.2357	.2389	.2422	.2454	.2486	.2518	.2549
0.7	.2580	.2612	.2642	.2673	.2704	.2734	.2764	.2794	.2823	.2852
0.8	.2881	.2910	.2939	.2967	.2996	.3023	.3051	.3078	.3106	.3133
0.9	.3159	.3186	.3212	.3238	.3264	.3289	.3315	.3340	.3365	.3389
1.0	.3413	.3438	.3461	.3485	.3508	.3531	.3554	.3577	.3599	.3621
1.1	.3643	.3665	.3686	.3708	.3729	.3749	.3770	.3790	.3810	.3830
1.2	.3849	.3869	.3888	.3907	.3925	.3944	.3962	.3980	.3997	.4015
1.3	.4032	.4049	.4066	.4082	.4099	.4115	.4131	.4147	.4162	.4177
1.4	.4192	.4207	.4222	.4236	.4251	.4265	.4279	.4292	.4306	.4319
1.5	.4332	.4345	.4357	.4370	.4382	.4394	.4406	.4418	.4429	.4441
1.6	.4452	.4463	.4474	.4484	.4495	.4505	.4515	.4525	.4535	.4545
1.7	.4554	.4564	.4573	.4582	.4591	.4599	.4608	.4616	.4625	.4633
1.8	.4641	.4649	.4656	.4664	.4671	.4678	.4686	.4693	.4699	.4706
1.9	.4713	.4719	.4726	.4732	.4738	.4744	.4750	.4756	.4761	.4767
2.0	.4772	.4778	.4783	.4788	.4793	.4798	.4803	.4808	.4812	.4817
2.1	.4821	.4826	.4830	.4834	.4838	.4842	.4846	.4850	.4854	.4857
2.2	.4861	.4864	.4808	.4871	.4875	.4878	.4881	.4884	.4887	.4890
2.3	.4893	.4896	.4898	.4901	.4904	.4906	.4909	.4911	.4913	.4916
2.4	.4918	.4920	.4922	.4925	.4927	.4929	.4931	.4932	.4934	.4936
2.5	.4938	.4940	.4941	.4943	.4945	.4946	.4948	.4949	.4951	.4952
2.6	.4953	.4955	.4956	.4957	.4959	.4960	.4961	.4962	.4963	.4964
2.7	.4965	.4966	.4967	.4968	.4969	.4970	.4971	.4972	.4973	.4974
2.8	.4974	.4975	.4976	.4977	.4977	.4978	.4979	.4979	.4980	.4981
2.9	.4981	.4982	.4982	.4983	.4984	.4984	.4985	.4985	.4986	.4986
3.0	.4987	.4987	.4987	.4988	.4988	.4989	.4989	.4989	.4990	.4990
3.1	.4990	.4991	.4991	.4991	.4992	.4992	.4992	.4992	.4993	.4993
3.2	.4993	.4993	.4994	.4994	.4994	.4994	.4994	.4995	.4995	.4995
3.3	.4995	.4995	.4995	.4996	.4996	.4996	.4996	.4996	.4996	.4997
3.4	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4998
3.5	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998
3.6	.4998	.4988	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999
3.7	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999
3.8	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999
3.9	.5000	.5000	.5000	.5000	.5000	.5000	.5000	.5000	.5000	.5000

الفصل السادس عشر

في

مقدمة في نظرية المباريات

١ ـ مقـدمـة:

تعتبر نظرية المباريات من أهم الإنجازات الرياضية في المجالات الاستراتيجية والاقتصادية في القـرن العشرين. ويعتبر العـالم الريـاضي الفرنسي إميـل بوريـل Emile Borel أول من طرح فكرة النـظرية سنـة ١٩٢١. إلاَّ أن الفضل الأكـبر في إرساء أركان النظرية وبرهنة نتائجها الأساسية وإظهار الإمكانيـات الهائلة لهـا في التطبيق في المجالات الاقتصادية والعسكرية والإداريـة يرجـع إلى جون فـون نيومان واسكار مورجـانسترن John von Neumann & Oskar Morganstern. فبعد أن أثبت فون نيومان القانون الأساسي للنظرية، وهو قانون أدنى الاقصيات Minimax Theorem سنة ١٩٢٨، تعاون مع مورجـانسترن في تقـديم النظريـة كأداة لتحليل المواقف التنافسية المتعارضة في المجالات الاقتصادية والحربية، وفي المجالات التي تتعارض فيها المصالح بصفة عامة سنة ١٩٤٤. ومنذ ذلـك الحين وحتى وقتنا هذا لم يتوقف سيل الإضافة والتطوير ومحاولات التغلب على مشـاكل التطبيق. ومن أهم الإضافات التي فتحت آفاقاً جديدة للتطبيق هي نتائج أعمال شابلي L.S.Shapley عندما قـدم الدالـة المعروفـة بدالـة قيم شابـلي، والتي على

أساسها تتحدد قيمة عائد المباريات متعددة الأطراف لكل من المشاركين فيها في صورة فريدة.

وسوف يختص هذا الفصل بتقديم القارىء للمبادىء الأوا ة للنظرية، مع شرح بعض مجالات التطبيق، وسوف نقتصر في هذا الصدد على ما يسمى بالمباريات الثنائية ذات الحصيلة الصفرية. وسوف نوضح في نهاية الفصل كيف يمكن التوصل إلى تحديد نتيجة هذه المباريات كحالة خاصة من نموذج البرمجة الخطية.

٢ـ المباريات الثنائية ذات الحصيلة الصفرية Two - Person Zero - Sum Games

تنقسم المباريات من حيث عدد المشاركين فيها إلى مباريات ثنائية ومباريات متعددة الأطراف، كما تنقسم من حيث الحصيلة إلى مباريات صفرية الحصيلة ومباريات غير صفرية الحصيلة. أما المباريات الثنائية صفرية الحصيلة فهي تلك التي تتم بين طرفين متنافسين أو ذوي مصالح متعارضة، وبحيث تكون الحصيلة الجبرية لعائد المباراة لكلا الطرفين معاً مساوية للصفر، أي أن مكاسب أحدهما لا بد وأن تتساوى مع خسائر الآخر. فإذا تنافست شركتان على حجم سوق ثابت مثلاً وفازت إحداهما بزيادة ١٠٪ في نصيبها في السوق فإن الأخرى بالضرورة تكون قد خسرت ما يعادل هذه النسبة من حصتها في السوق.

وتؤدي المباريات الثنائية غير صفرية الحصيلة إلى حصيلة جبرية لا تساوي الصفر، بمعنى أنه قد يترتب على حملة إعلانية تقوم بها إحدى شركتين متنافستين زيادة مبيعاتها بنسبة معينة ولكن النقص في مبيعات المنافسة يقل عن هذه النسبة أو يزيد عنها. وفي الحالة الأولى تكون المبيعات الكلية للشركتين معاً قد زادت، وفي الحالة الثانية تكون المبيعات الكلية قد نقصت. وتكون الزيادة في أرباح الشركة الأولى في

الحالة الأولى أكبر من النقص في أرباح الثانية، بينما تكون أقل من هذا النقص في الحالة الثانية.

وتكون المباراة متعددة الأطراف إذا زاد عدد المشاركين فيها، أو المتنافسين على عائدها عن اثنين. وهي قد تكون ذات حصيلة صفرية، كما قد تكون ذات حصيلة غير صفرية موجبة أو سالبة، بنفس المنطق بعاليه.

وسوف نقتصر، كما سبق أن ذكرنا، على عرض مبسط للمباريات الثنائية صفرية الحصيلة.

٢ ـ ١ ـ الاستراتيجيات الصرفة والاستراتيجيات المختلطة:

يفترض في نظرية المباريات دائماً أن المتنافسين على عائد المباراة في منتهى الوعي والرشد والحصافة. فيجب أن يتوافر في كل منهم القدرة على التوقع بتصرفات المنافس، وحساب نتائجها، كما تؤثر في نصيبه في حصيلة المباراة. وبالتالي فليس هناك أي تصرفات عشوائية غير محسوبة من قبل أي من المنافسين. ومن هذا المنطلق قد يجد أحد المنافسين نفسه مضطراً إلى أن يلتزم بما يسمى «استراتيجية صرفة Pure strategy» في تصرفاته قبل المنافس الذي قد يضطر إلى إتباع استراتيجية صرفة هو الآخر أو إتباع استراتيجية مختلطة Mixed Strategy. وسوف نوضح هذين المفهومين عن طريق مثال مبسط.

نفترض كل من الشركتين ش$_1$، ش$_2$ يتنافسان في سوق منتجات معين حيث يعرض كل منهما ثلاثة منتجات في هذا السوق، وحيث تعتبر منتجات كل من الشركتين بدائل كاملة لمنتجات الأخرى. ولنفرض أن الشركة ش$_1$، نتيجة دراسة مستفيضة للسوق والتغير في أذواق المستهلكين، وجدت أنها تستطيع تقديم منتجا رابعاً متطوراً يمكن أن يؤدي إلى زيادة نصيبها من السوق بمقدار ١٠٪ من الحجم الكلي للسوق، إذا لم تقم ش$_2$ بتصرف مضاد. أما إذا قامت ش$_2$

بتقديم منتج جديد هي الأخرى ، فإن الزيادة في نصيب ش$_{١}$ من السوق بتقديم منتجها سوف تقتصر على ٤ ٪ فقط. في حين أنه إذا قامت ش$_{٢}$ بتقديم منتج جديد بينما لم تقم ش$_{١}$ بتقديم منتجها فإن ش$_{١}$ تخسر ٦ ٪ من نصيبهـا الحالي في السوق. فما هي الاستراتيجية المفضلة والتي يجب على ش$_{١}$ إتباعها في ظل هذه الظروف؟ ، وبالتالي فما هي استراتيجية ش$_{٢}$ المثلى لمقابلة نوايا ش$_{١}$ حتى تتصف إدارتها بالرشد الاقتصادي والحصافة الادارية؟ .

والواقع أن ش$_{١}$ أمام خيارين ، أما أن تقدم المنتج الجديد أو أن لا تتقدم بهذا المنتج في السوق. ولنرمز للخيار الأول بالرمز ل$_{١١}$ وللخيار الثاني بالرمز ل$_{١٢}$. وفي المقابل يصبح أمام ش$_{٢}$ خيارين ، أما أن تتقدم بمنتج جديد هي الأخرى ، أو لا تتقدم بهذا المنتج. ولنرمز للخيار الأول بالرمز ل$_{٢١}$ وللخيار الثاني بالرمز ل$_{٢٢}$. وتأسياً على ذلك يمكن أن نلخص البيانات السابقة في شكل ما يسمى بمصفوفة عائد المباراة Pay off Matrix كالآتي:

جدول (١/٧) مصفوفة عائد المباراة

		ش$_{٢}$ ل$_{٢١}$	ش$_{٢}$ ل$_{٢٢}$
ش$_{١}$	ل$_{١١}$	٤٪	١٠٪
	ل$_{١٢}$	- ٦٪	٠

ويلاحظ أن كل عنصر في المصفوفة يمثل العائد على إحدى الشركتين والذي بالضرورة يمثل خسارة الشركة الأخرى. فزيادة نصيب ش$_{١}$ بمعدل ٤٪ في الصف الأول والعمود الأول يعني من وجهة نظر ش$_{٢}$ نقص في نصيبها بنفس النسبة ، بينما نقص نصيب ش$_{١}$ بمعدل ٦٪ في الصف الثاني والعمود الأول هو من وجهة نظر ش$_{٢}$ زيادة في نصيبها بنفس المعدل.

ومن الواضح أنه إذا كانت إدارة ش$_{١}$ رشيدة وحصيفة في ظل هذه الظروف فإنها سوف تختار وبالضرورة البديل ل$_{١١}$. ذلك لأنها في كل الأحوال سوف تحصل على زيادة إضافية في نصيبها من السوق أدناها ٤٪ وأقصاها ١٠٪. وبالتالي فأقل ما يمكن أن تحصل عليه من مكاسب بهذا البديل هو إضافة ٤٪ إلى نصيبها من السوق. أما البديل الثاني، فأقصى ما يمكن أن تضيفه إلى نصيفها من السوق فيه هو صفر بينما أدنى ما يمكن أن تتحصل عليه هو فقدان ٦٪ من نصيبها الحالي. ذلك إذا اختارت ش$_{٢}$ البديل ل$_{٢١}$.

غير أنه طبقاً لافتراضات نظرية المباريات، إذا كانت ش$_{١}$ حصيفة ورشيدة فلا يجوز افتراض أن ش$_{٢}$ أقل منها حصافة أو رشداً. وهي لو اختارت ل$_{٢١}$ فإن أقصى ما يمكن أن نُفقده من السوق هو ٤٪ بينما قد تتاح لها الفرصة في إضافة ٦٪ إلى نصيبها الحالي. أما إذا اختارت ل$_{٢٢}$ فأقصى ما يمكن أن تفقده من السوق هو ١٠٪، بينما أفضل ما يمكن أن يتحقق لها بهذا البديل هو الاحتفاظ بنصيبها الحالي، وذلك بشرط اختيار ش$_{١}$ للبديل ل$_{١٢}$. ومن الواضح أيضاً في طل هذه الظروف أنه يصبح من المتعين على ش$_{٢}$ أن تختار البديل ل$_{٢١}$ لتقلل خسائرها من حصة السوق إلى أقل ما يمكن.

ويعني ذلك أن فرص اختيار ش$_{١}$ بين البديلين أصبحت مركزة على البديل ل$_{١١}$ بنسبة ١٠٠٪، أو باحتمال واحد صحيح، بينما فرصة اختيار ل$_{١٢}$ بالنسبة للشركة ش$_{١}$ أصبح احتمالها مساوياً للصفر. فالشركة ش$_{١}$ سوف تختار ل$_{١١}$ بصفة مطلقة منطقياً. ويقال في هذه الحالة أن الشركة ش$_{١}$ تتبع استراتيجية صرفة هي (١، صفر). أي أن احتمال اختيار أحد البديلين هو واحد صحيح واحتمال اختيار البديل الآخر هو الصفر.

كذلك الأمر بالنسبة للشركة ش$_{٢}$. فهي سوف تختار هي الأخرى ل$_{٢١}$ بصفة مطلقة أي أنها مضطرة أن تتبع الاستراتيجية الصرفة (١، صفر) للاقلال من النسبة التي تفقدها من السوق للشركة ش$_{١}$ إلى أقل ما يمكن.

وبالتالي فمن الواضح أن الاستراتيجية الصرفة لمتنافس معين تعني اختياره لأحد البدائل بصفة مطلقة دون البدائل الأخرى، أو أن احتمال اختيار هذا البديل يصبح مساوياً للوحدة، بينما اختيار البدائل الأخرى احتمالاتها مساوية للصفر. وبالتبعية تكون الاستراتيجية مختلطة إذا كان احتمال اختيار أكثر من بديل يزيد عن الصفر. مثال ذلك الاستراتيجيات ($\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٢}$)، ($\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{١}{٤}$)، ($\frac{١}{٦}$ ، $\frac{٥}{٦}$)، ($\frac{١}{٣}$ ، $\frac{٢}{٣}$ ، صفر)، وهكذا.

٢ ـ ٢ ـ أدنى الأقصيات وأقصى الأدنيات وقيمة المباراة:

حيث تعتبر مكاسب أحد المتنافسين في المباريات صفرية الحصيلة بالضرورة معادلة وممثلة لخسائر المتنافس الآخر، فإننا نستطيع التوصل إلى الاستراتيجيات المثلى لكل من المتنافسين بتطبيق قانوني أدنى الأقصيات وأقصى الأدنيات. ونوضح ذلك عن طريق المثال بعاليه.

ولنتفق منذ البداية على تطبيق مبدأ الحيطة والحذر. وهو يعني في هذا المجال أننا نعتد في قراراتنا فيما يختص ببديل معين من البدائل بأقل الأرباح أو المكاسب التي يحققها البديل إذا كان البديل من وجهة نظرنا مربحاً، ونعتد بأكبر الخسائر أو التضحيات التي تترتب على هذا البديل إذا كان البديل من وجهة نظرنا خاسراً. ذلك أيضاً بمراعاة أن البديل المربح من وجهة نظر أحد المتنافسين هو بالضرورة محققاً لخسائر من وجهة نظر المتنافس الآخر.

ونلاحظ في مثالنا السابق أن أقل ما يتحقق من مكاسب للشركة $ش_١$ بالبديل الأول $ل_{١١}$ هو إضافة ٤٪ لنصيبها من السوق، بينما أقل ما يتحقق لها بالبديل $ل_{٢١}$ هو فقدان (-٦٪) من نصيبها من السوق. وهي إذ إتبعت مبدأ الحيطة والحذر في تقييم مكاسب كل من البديلين، فهي تختار البديل الذي يحقق **أقصى أدنيات المكاسب**، أي الأقصى بين + ٤٪ و -٦٪، وهو + ٤٪.

وحيث مكاسب $ش_١$ هي خسائر $ش_٢$، فإن $ش_٢$ تنظر للأمر بنظرة عكسية.

فهي تقيم البدائل على أساس حساب أقصى ما يمكن أن يتحقق لها من خسائر عن كل منها ، ثم تعمل على تقليل خسائرها بعد ذلك إلى أقل ما يمكن. وهي لو اختارت البديل الأول لكان أقصى خسائر تمني بها هي فقدان ٤٪ من نصيبها من السوق ، بينما لو اختارت البديل الثاني لكان أقصى الخسائر هو فقدان ١٠٪ من هذا النصيب. وبذلك فهي تختار البديل الذي يحقق لها أدنى أقصيات الخسائر ، أي البديل الأول الذي يحقق لها خسائر قدرها ٤٪.

ويتضح ما تقدم من الجدول التالي الذي يوضح أدنيات مكاسب ش$_{١}$ وأقصيات خسائر ش$_{٢}$.

جدول (٢/٧)

		ش$_{٢}$		
		ل$_{٢١}$	ل$_{٢٢}$	أدنى مكاسب ش$_{١}$
ش$_{١}$	ل$_{١١}$	(٤)	١٠	٤*
	ل$_{١٢}$	٦ -	٠	٦ -
أقصى خسائر ش$_{٢}$		٤*	١٠	

ويتضح من الجدول أن الشركتين يكونان في حالة توازن عند تلاقي ل$_{١١}$ مع ل$_{٢١}$ ، حيث تكون أقصى أدنيات مكاسب ش$_{١}$ معادلة لأدنى أقصيات خسائر ش$_{٢}$ ، أي عندما تحصل ش$_{١}$ على ٤٪ زيادة في نصيبها من السوق بتقديم المنتج الجديد وتفقد ش$_{٢}$ ٤٪ من نصيبها بتقديم منتج جديد في مواجهة ش$_{١}$. لاحظ أنه إذا لم تقم ش$_{٢}$ بتقديم المنتج فإنها تخسر ١٠٪ من نصيبها من السوق ، وهي بتقديم المنتج تقلل الخسائر إلى ٤٪ بدلاً من ١٠٪. ويبلغ عائد المباراة من وجهة نظر ش$_{١}$ ٤٪ بينما يبلغ من وجهة نظر ش$_{٢}$ - ٤٪ لتكون الحصيلة الكلية مساوية للصفر. غير أنه يقال أن قيمة المباراة = ٤٪ من وجهة نظر المستفيد منها.

٢ - ٣ - دالة العائد والاستراتيجيات المثلى:

يطلق على الاستراتيجية التي تحقق أقصى عائد للمباراة من وجهة نظر المستفيد منها الاستراتيجية المثلى، كما يطلق على الاستراتيجية التي تحقق أدنى تضحيات من وجهة نظر المتضرر من المباراة الاستراتيجية المثلى أيضاً. والاستراتيجية المثلى هي تلك التي تؤدي إلى تقصية دالة العائد إلى أكبر ما يمكن في حالة المستفيد، وإلى تدنية دالة العائد إلى أقل ما يمكن في حالة المتضرر.

والاستراتيجية في حقيقة الأمر ما هي إلاّ التوزيع الاحتمالي لإقرار البدائل. وتكون الاستراتيجية مثلى إذا أمكن تحديد هذا التوزيع الاحتمالي بطريقة تؤدي إلى تحقيق الهدف المرغوب بأفضل صورة ممكنة إذا تم إقرار البدائل على أساس هذا التوزيع.

ولتوضيح ذلك دعنا نرمز لاحتمال اختيار البديل الأول بالنسبة للشركة ش$_{١}$ بالرمز (ح) وحيث أن الشركة متاح لها بديلين، وحيث مجموع الاحتمالات = ١ فإن احتمال اختيار البديل الثاني يكون مساوياً (١ − ح). ولنرمز على نفس النمط لاحتمال اختيار الشركة ش$_{٢}$ للبديل الأول بالرمز (ط)، حيث يكون احتمال اختيار البديل الثاني (١ − ط). وتتضح هذه البيانات مع مصفوفة عائد المباراة بين ش$_{١}$، ش$_{٢}$ من الجدول (٣/٧).

وإذا كان عائد المباراة بالنسبة للشركة ش$_{١}$ هو ع، فإن هذا العائد من واقع هذا الجدول يتم حسابه كالآتي:

ع = ح [٤ (ط) + ١٠ (١−ط)] + (١−ح) [−٦ (ط) + صفر (١−ط)]

= ٤حط + ١٠ح − ١٠حط − ٦ط + ٦حط

= ١٠ح − ٦ط   [١]

جدول (٣/٧)

			ش$_٢$	
			ل$_{٢١}$	ل$_{٢٢}$
		الاستراتيجيات	ط	(١ - ط)
ش$_١$	ل$_{١١}$	ح	٤	١٠
	ل$_{١٢}$	(١ - ح)	-٦	٠

ونجد من المعادلة [١] أن الشركة ش$_١$ تتحكم في قيمة ح بينما الشركة ش$_٢$ تتحكم في قيمة ط. ولا شك في أن ش$_١$ ترغب في جعل قيمة ح أكبر ما يمكن حتى تكون ع أكبر ما يمكن. بينما الشركة ش$_٢$ ترغب في جعل قيمة ط أكبر ما يمكن لجعل قيمة ع أقل ما يمكن (أرباح ش$_١$ خسائر للشركة ش$_٢$)، ذلك لأن معامل ط في [١] مقدار سالب. وحيث: ٠ ≤ ح ≤ ١، ٠ ≤ ط ≤ ١، فإن ح = ١، ط = ١ تحقق غرض الشركتين. وبالتالي تكون استراتيجية ش$_١$ هي (١، صفر) واستراتيجية ش$_٢$ هي (١، صفر) وكلاهما استراتيجيات صرفة.

ويطلق على المباراة التي تكون الاستراتيجيات المثلى للمتنافسين فيها استراتيجيات صرفة، مباراة محددة تحديداً كاملاً Strictly determined.

وليس من الضروري بالطبع أن تكون الاستراتيجيات المثلى استراتيجيات صرفة. فلو افترضنا مثلاً أن مصفوفة العائد بين ش$_١$، ش$_٢$ كانت كما في الجدول (٤/٧).

جدول (٤/٧)

		الاستراتيجيات	ش$_٢$ ل$_{٢١}$ ط	ل$_{٢٢}$ (١ – ط)	أدنى مكاسب ش$_١$
ش$_١$	ل$_{١١}$	ح	٢	– ٤	– ٤*
	ل$_{١٢}$	(١ – ح)	–٦	٨	–٦
أقصى خسائر ش$_٢$			٢*	٨	

فإنه يتضح من الجدول أن أقصى أدنيات ش$_١$ (– ٤*) يختلف عن أدنى أقصيات ش$_٢$ (٢*) وإذا رغبنا في تحديد عائد المباراة بالنسبة للشركة ش$_١$ فإننا نجد أنه كالآتي:

ع = ح [(٢ ط) + (–٤) (١–ط)] + (١–ح) [(–٦) (ط) + ٨ (١ – ط)].

= ١٦ ح ط – ٨ ح – ١٠ ط + ٤

= ١٦ (ح ط – $\frac{٨}{١٦}$ ح – $\frac{١٠}{١٦}$ ط) + ٤

= ١٦ [(ح – $\frac{١٠}{١٦}$) (ط – $\frac{٨}{١٦}$)] – ٥ + ٤ [٢]

= ١٦ (ح – $\frac{٥}{٨}$) (ط – $\frac{١}{٢}$) – ١

وكما هو الحال في المثال السابق فإن ش$_١$ تتحكم في ح بينما ش$_٢$ تتحكم في ط، وترغب الأولى في تقصية ع بينما الثانية في تدنيتها. ولنفرض أن ش$_١$ اختارت ح = ١، فسوف يكون من المنطقي في هذه الحالة أن تختار ش$_٢$ ط = صفر حتى تتفاقم خسائر ش$_١$ وتزداد قيمة ع السالبة بالنسبة للشركة ش$_١$ (والموجبة بالنسبة للشركة ش$_٢$) في المعادلة [٢]. وإذا اختارت ش$_٢$ أي قيمة للمتغير ط> $\frac{١}{٢}$ فإنه يصبح في صالح ش$_١$ اختيار أكبر قيمة ممكنة للمتغير ح، أي جعل ح = ١

حتى نحصل على أكبر قيمة موجبة للحد الأول في المعادلة [٢]. وبالتالي فعلى ش٢ أن تجعل ط ≥ ½ حتى تضمن أن تكون محصلة هذا الحد سالبة أو صفر.

إلاّ أن ش١ لو وجدت أن ش٢ اختارت قيمة ط < ½ فيصبح من المنطقي أن تختار هي الأخرى قيمة ح < ⅝ حتى يتحول الحد الأول من المعادلة [٢] إلى مقدار موجب فتقل الخسائر التي تتحملها. ولكن لو اكتشفت ش٢ ذلك لجعلت قيمة ط > ½ لتتحول قيمة الحد إلى مقدار سالب. والواقع أن الاستراتيجية المثلى للشركة ش١ في ظل رشد وحصافة ش٢ تقتضي أن تجعل ح = ⅝، وبالتالي الاستراتيجية المختلطة (⅝، ⅜)، كما أن الاستراتيجية المثلى للشركة ش٢ في ظل حصافة ورشد ش١ تقتضي أن تجعل ط = ½، وبالتالي تتبع الاستراتيجية المختلطة (½، ½) لتكون قيمة المباراة محددة بخسارة قدرها ١٪ تتحملها ش١ (وهي مكاسب تضاف لنصيب ش٢).

٣ ـ تعدد البدائل أمام المتنافسين والبدائل المهيمنة (المسيطرة):

قد تتعدد البدائل أمام المتنافسين في المباراة ولا تكون الاستراتيجيات المثلى استراتيجيات صرفة حيث يتحقق التوازن بتعادل أدنى الأقصيات مع أقصى الأدنيات. ويقتضي الأمر في ظل هذه الظروف أن يقوم كل متنافس بتحليل البدائل لاستبعاد غير الفعال منها والابقاء على البدائل المهيمنة Dominant قبل البحث عن الاستراتيجية المثلى التي يجب إتباعها. ويكون بديل ما مهيمناً على بديل أو بدائل أخرى من وجهة نظر متنافس معين إذا كان كل عنصر من عناصر متجه عائد هذا البديل في مصفوفة العائد يفوق على الأقل العنصر المماثل في متجه البديل أو البدائل الأخرى.

ولتوضيح ذلك افترض مصفوفة العائد الموضحة في الجدول (٥/٧) بين ش١، ش٢.

جدول (٥/٧)

		ش٢			أدنى مكاسب ش١
		ل٢١	ل٢٢	ل٢٣	
ش١	ل١١	٥	–٦	٩	–٦
	ل١٢	–٤	٨	–٤	–٤*
	ل١٣	٤	–٧	٨	–٧
أقصى خسائر ش٢		٥*	٨	٩	

ومن الواضح أن البديل ل١١ يهيمن على البديل ل١٣ من وجهة نظر ش١ حيث: ٥ > ٤ ، –٦ > –٧ ، ٩ > ٨ . وهذا يعني أنه إذا كان للشركة ش١ أن تختار بين البديلين فهي دائماً سوف تختار ل١١ لأنه يهيمن على ل١٣ . والأمر ليس كذلك بالطبع بين ل١١ و ل١٢ فإذا كانت ٥ > –٤ ، فإن –٦ < ٨ . فإذا كان ل١١ يهيمن على ل١٢ عندما تتبع ش٢ ل٢١ ، فإن ل١٢ يهيمن على ل١١ عندما تتبع ش٢ ل٢٢ . وبالتالي لا يعتبر ل١١ مهيمناً على ل١٢ من وجهة نظر ش١ . وبالتالي فهي وان كانت لن تعتد بوجود ل١٣ عند تحديد استراتيجيتها المثلى، فهي لا بد وأن تعتد بوجود ل١١ ول١٢ .

ونلاحظ أيضاً أن البديل ل٢١ من وجهة نظر ش٢ يهيمن على البديل ل٢٣ لها . ذلك مع تذكر أن العوائد الموجبة من وجهة نظر ش١ هي عوائد سالبة من وجهة نظر ش٢ . وبذلك نجد أن –٥ > –٩ ، ٤ = ٤ ، –٤ > –٨ . وهذا يعني أنه إذا كان للشركة ش٢ أن تختار بين ل٢١ ول٢٣ فهي سوف تختار ل٢١ بصفة دائمة . وبالتالي فهي لن تعتد بوجود ل٢٣ عند تحديد استراتيجيتها المثلى. ويترتب على ذلك أن تصبح مصفوفة العائد الفعالة في هذه المباراة، كما هو موضح في الجدول (٦/٧).

جدول (٦/٧)

	الاستراتيجيات	ش١ ل٢١ ط	ش١ ل٢٢ (١ – ط)	أدنى مكاسب ش١
ل١١	ح	٥	–٦	–٦
ل١٢	(١–ح)	–٤	٨	–٤*
أقصى خسائر ش٢		٥*	٨	

وحيث لا يتفق أدنى الأقصيات مع أقصى الأدنيات، فإن المباراة ليس لها نقطة توازن مشتركة Saddle point، وبالتالي تكون الاستراتيجيات المثلى فيها مختلطة، ويمكن أن تتحدد جبرياً بالطريقة التي اتبعناها سابقاً كالآتي:

ع = ح [٥ (ط) + (–٦) (١ – ط)] + (١ –ح) [– ٤ (ط) + ٨ (١ – ط)]

= ٢٣ (ح ط – ١٤/٢٣ ح – ١٢/٢٣ ط) + ٨

= ٢٣ (ح – ١٢/٢٣) (ط – ١٤/٢٣) – ١٦٨/٢٣ + ٨

= ٢٣ (ح – ١٢/٢٣) (ط – ١٤/٢٣) + ١٦/٢٣

وتكون الاستراتيجيات المثلى وقيمة المباراة من وجهة نظر كل من الشركتين كالآتي:

الشركة	ش١	ش٢
الاستراتيجية المثلى	(١٢/٢٣ ، ١١/٢٣)	(١٤/٢٣ ، ٩/٢٣)
قيمة المباراة	١٦/٢٣	–١٦/٢٣

ومن الواضح أن استبعاد البدائل غير الفعالة والإبقاء على البدائل المهيمنة يسهل من أمر تحديد الاستراتيجيات المثلى للمتنافسين فما لم يتم استبعاد ل١٣ ، ل٢٣.

في المباراة بعاليه كبدائل غير فعالة لأصبح أمر تحديد الاستراتيجية المثلى لكل من الشركتين بالغ التعقيد بالطريقة الجبرية. وسوف نرى في البند التالي أن البرمجة الخطية يمكن استخدامها بفعالية لتحديد الاستراتيجيات المثلى في حالة تعدد البدائل. وبالرغم من ذلك فخاصية الهيمنة تعتبر من الخصائص الهامة التي تجعل أمر تحديد الاستراتيجيات المثلى أقل عناءً وتكلفة. (قم بتطبيق هذه الخاصية على المثال الأول حيث كانت استراتيجيات ش١، ش٢ صرفة).

٤ ـ تحديد الاستراتيجيات المثلى بالبرمجة الخطية:

تعد طريقة السمبلكس من الأدوات الفعالة في تيسير تطبيق نظرية المباريات في الحياة العملية. والواقع أن أيسر الطرق لإثبات قانون أدنى الأقصيات هو عن طريق البرمجة الخطية ومبدأ الثنائية. ونتناول في هذا البند عرضاً مبسطاً لكيفية صياغة المباراة في شكل مشكلة برمجة خطية بوجهيها الأولى والثنائي، ونوضح كيف يتم تحديد الاستراتيجيات المثلى بحل نموذج البرمجة.

ولنفرض تحقيقاً للأهداف السابقة أن المباراة بين ش١، ش٢ بهدف الاستحواذ على نصيب أكبر من السوق اتخذت مصفوفة العائد الموضحة في الجدول (٧/٧).

جدول (٧/٧)

		ش٢ ل٢١	ش٢ ل٢٢	ش٢ ل٢٣	أدنى مكاسب ش١
ش١	ل١١	٥	-١	٥	-١
ش١	ل١٢	-٢	٣	١	-٢
ش١	ل١٣	٤	٢	٣	٢*
أقصى خسائر ش٢		٥	٣*	٥	

ومن الواضح من تفحص مصفوفة العائد أنه لا توجد بدائل غير فعالة بالنسبة لأي من الشركتين. فالبديل $ل_{١١}$ وان كان يفوق $ل_{١٢}$ في العنصر الأول والثالث فهو يقل عنه في الثاني. وكذلك الأمر بالنسبة للبديل $ل_{١١}$ والبديل $ل_{١٣}$. ويتفوق $ل_{١٣}$ على $ل_{١٢}$ في العنصرين الأول والثالث ولكنه يقل عنه في الثاني. وليس هناك بدائل مهيمنة من وجهة نظر $ش_{٢}$ أيضاً.

كما أنه من الواضح أيضاً أن أدنى أقصيات خسائر $ش_{٢}$ (٣*) يختلف عن أقصى أدنيات أرباح $ش_{١}$ (٢*)، ومن ثم فليس للمباراة نقطة توازن مشتركة باستراتيجيات صرفة لكلا الشركتين معاً. ولندع استراتيجية $ش_{١}$ التي ترغب في تقصية حصيلتها من عائد المباراة تتكون من المتجه [ح] = [$ح_{١}$، $ح_{٢}$، $ح_{٣}$]، حيث $ح_{١}$ تمثل معدل تكرار (أو احتمال) اختيارها للبديل الأول، و $ح_{٢}$ معدل تكرار اختيارها للبديل الثاني، و $ح_{٣}$ معدل تكرار اختيارها للبديل الثالث. ولندع المتجه [ط] = [$ط_{١}$، $ط_{٢}$، $ط_{٣}$] يمثل استراتيجية $ش_{٢}$ المقابلة بالمثل.

ولنبدأ بالشركة $ش_{١}$. فهي ترغب بالتأكيد في اختيار الاستراتيجية المثلى [ح*] بحيث يتحقق لها أكبر عائد ممكن من المباراة، حيث [ح*] = [$ح^{*}_{١}$، $ح^{*}_{٢}$، $ح^{*}_{٣}$]. غير أننا نعرف أن: $ح_{١} + ح_{٢} + ح_{٣} = ١$ [١]

وحيث يجب أن تتحقق المعادلة [١] بأي استراتيجية يمكن للشركة $ش_{١}$ اتباعها. وهي تقابل في اختيار استراتيجيتها المثلى ثلاث استراتيجيات صرفة يمكن أن تتبعها $ش_{٢}$ الإضافة إلى عدد لا نهائي من الاستراتيجيات المختلطة. وإذا اتبعت $ش_{٢}$ أي من استراتيجياتها الصرفة الثلاثة [وهي (١، ٠، ٠) و (٠، ١، ٠) و (٠، ٠، ١)]، فإن $ش_{١}$ تتوقع أن تحصل على عائد متوقع من كل منها كالآتي:

$ل_{٢١}$ منفرداً : $٥ح_{١} - ٢ح_{٢} + ٤ح_{٣}$
$ل_{٢٢}$ منفرداً : $-ح_{١} + ٣ح_{٢} + ٢ح_{٣}$ [٢]
$ل_{٢٣}$ منفرداً : $٥ح_{١} + ح_{٢} + ٣ح_{٣}$

ومن الواضح أن العائد الذي تتوقع $\text{ش}_{١}$ الحصول عليه يتوقف على أي من هذه الاستراتيجيات الثلاث تقوم $\text{ش}_{٢}$ باتباعه (ليس من الضروري أن تتبع $\text{ش}_{٢}$ استراتيجية صرفة. غير أننا نفترض ذلك لمجرد وضع صيغة المشكلة بالبرمجة الخطية). وفي كل الأحوال فإننا نفترض أن أدنى عائد يمكن أن تحققه $\text{ش}_{١}$ هو المقدار (ى). وبالتالي تصبح $\text{ش}_{١}$ راغبة في إيجاد:

$$[\text{ح}]^{*} = \text{ح}_{١} + \text{ح}_{٢} + \text{ح}_{٣} = ١ \qquad [١]$$

في ظل:

$$\left.\begin{array}{l} ٥\text{ح}_{١} + ٢\text{ح}_{٢} + ٤\text{ح}_{٣} \geq \text{ى} \\ -\text{ح}_{١} + ٣\text{ح}_{٢} + ٢\text{ح}_{٣} \geq \text{ى} \\ ٥\text{ح}_{١} + \text{ح}_{٢} + ٣\text{ح}_{٣} \geq \text{ى} \end{array}\right\} \qquad [٢]$$

$$\text{ح}_{١}\text{،}\ \text{ح}_{٢}\text{،}\ \text{ح}_{٣} \geq \text{صفر} \qquad [٣]$$

والمشكلة في [١]، [٢]، [٣] هي مشكلة برمجة خطية مجهولة المتغيرات [ح] و (ى). وحتى يمكن تطبيق إجراءات وخطوات السمبلكس في حل هذه المشكلة، دعنا نقوم بقسمة كل من [١]، [٢]، [٣] على المقدار (ى). وبإجراء ذلك تصبح المشكلة كالآتي:

$$\frac{\text{ح}_{١}}{\text{ى}} + \frac{\text{ح}_{٢}}{\text{ى}} + \frac{\text{ح}_{٣}}{\text{ى}} = \frac{١}{\text{ى}} \qquad [١]$$

$$\left.\begin{array}{l} ٥\frac{\text{ح}_{١}}{\text{ى}} - ٢\frac{\text{ح}_{٢}}{\text{ى}} + ٤\frac{\text{ح}_{٣}}{\text{ى}} \geq ١ \\ -\frac{\text{ح}_{١}}{\text{ى}} + ٣\frac{\text{ح}_{٢}}{\text{ى}} + ٢\frac{\text{ح}_{٣}}{\text{ى}} \geq ١ \\ ٥\frac{\text{ح}_{١}}{\text{ى}} + \frac{\text{ح}_{٢}}{\text{ى}} + ٣\frac{\text{ح}_{٣}}{\text{ى}} \geq ١ \end{array}\right. \qquad [٢]$$

$$\frac{\text{ح}_{١}}{\text{ى}}\text{،}\ \frac{\text{ح}_{٢}}{\text{ى}}\text{،}\ \frac{\text{ح}_{٣}}{\text{ى}} \geq \text{صفر} \qquad [٣]$$

لاحظ أن $\text{ش}_{١}$ ترغب في تقصية (ى) وبالتالي في تدنية $(\frac{١}{\text{ى}})$، ومن ثم تصبح [١] هي الهدف المرغوب تدنيته. وللتبسط دعنا نجعل:

$\frac{ح_{١}}{ى} = س_{١}$ ، $\frac{ح_{٢}}{ى} = س_{٢}$ ، $\frac{ح_{٣}}{ى} = س_{٣}$ ، $\frac{١}{ى} = ق$

وترتيبها على ذلك تصبح مشكلة $ش_{١}$ كالآتي:

تدنية ق = $س_{١} + س_{٢} + س_{٣}$ [١]

في ظل:

$٥س_{١} - ٢س_{٢} + ٤س_{٣} \geq ١$

$-س_{١} + ٣س_{٢} + ٢س_{٣} \geq ١$ [٢]

$٥س_{١} + س_{٢} + ٣س_{٣} \geq ١$

$س_{١}$ ، $س_{٢}$ ، $س_{٣} \geq$ صفر [٣]

وبإضافة المتغيرات الزائدة $س_{٤}$ ، $س_{٥}$ ، $س_{٦}$ ، والمتغيرات الوهمية (الصورية) $هـ_{١}$ ، $هـ_{٢}$ ، $هـ_{٣}$ ، يتم حل هذه المشكلة بطريقة السمبلكس كما هو موضح في الجدول (٨/٧). ويتضح الحل الأمثل في الجدول (٤) حيث:

$ق = \frac{٧}{١٦}$ ، $س_{١}$ = صفر ، $س_{٢} = \frac{٢}{١٦}$ ، $س_{٣} = \frac{٥}{١٦}$.

وبترجمة هذه المتغيرات إلى المتغيرات الأصلية نحصل على الآتي:

$ى = \frac{١}{ق} = \frac{١٦}{٧}$ وهي قيمة المباراة للشركة $ش_{١}$.

$ح_{١} = ى \times س_{١} = \frac{١٦}{٧} \times$ صفر = صفر

$ح_{٢} = ى \times س_{٢} = \frac{١٦}{٧} \times \frac{٢}{١٦} = \frac{٢}{٧}$

$ح_{٣} = ى \times س_{٣} = \frac{١٦}{٧} \times \frac{٥}{١٦} = \frac{٥}{٧}$

وتكون [$ح^{*}$] = [٠ ، $\frac{٢}{٧}$ ، $\frac{٥}{٧}$] هي الاستراتيجية المثلى للشركة $ش_{١}$.

وتكون مشكلة $ش_{٢}$ هي في حقيقة الأمر ثنائي مشكلة $ش_{١}$. وبالرغم من أن الاستراتيجية المثلى التي يجب على $ش_{٢}$ إتباعها يمكن إيجادها من صف مؤشرات

جدول (٨/٧)

ت ر	س*	ب	س١	س٢	س٣	س٤	س٥	س٦	هـ١	هـ٢	هـ٣
			١	١	١	٠	٠	٠	ك	ك	ك
ك	هـ١	١	٥	-٢	٤	-١	٠	٠	١	٠	٠
ك	هـ٢	١	-١	٣	٢	٠	-١	٠	٠	١	٠
ك	هـ٣	١	٥	١	٣	٠	٠	-١	٠	٠	١
المؤشرات		٣ك	١-٩ك	١-٢ك	١-٩ك	ك	ك	ك	٠	٠	٠
١	س٣	١/٤	٥/٤	-١/٢	١	-١/٤	٠	٠	١/٤	٠	٠
ك	هـ٢	٢/٤	-٧/٢	٤	٠	١/٢	-١	٠	-١/٢	١	٠
ك	هـ٣	١/٤	٥/٤	(٥/٢)	٠	٣/٤	٠	-١	-٣/٤	٠	١
المؤشرات		١/٤ + ٣/٤ ك	[٩/٤ ك ؛ -١/٤]	[١/٢ ؛ ١٣/٢ ك]	٠	[-١/٤ ؛ ٥/٤ ك]	ك	ك	[٩/٤ ك ؛ -١/٤]	٠	٠
١	س٣	٣/١٠	٣/٢	٠	١	-١/١٠	٠	-١/٥	١/١٠	٠	١/٥
ك	هـ٢	١/١٠	-١ ١/٢	٠	٠	-٧/١٠	-١	(٨/٥)	٧/١٠	١	-٨/٥
١	س٢	١/١٠	١/٢	١	٠	١٠	٠	-٢/٥	-٣/١٠	٠	٢/٥
المؤشرات		٤/١٠ + ١/١٠ ك	[٢/١ ١ ك ؛ ١ ؛ -١]	٠	٠	[٧/١٠ ك ؛ -١/٥]	ك	[٣/٥ ؛ -٨/٥ ك]	[٣/١٠ ك ؛ +١/٥]	٠	[١٣/٥ ك ؛ -٣/٥]
١	س٣	٥/١٦	١٣/١٦	٠	١	٣/١٦	١/٨	٠	٣/١٦	١/٨	٠
٠	س٦	١/١٦	٥٥/١٦	٠	٠	٧/١٦	٥/٨	١	٧/١٦	٥/٨	-٠
١	س٧	٢/١٦	١٤/١٦	١	٠	٢/١٦	٢/٨	٠	٢/١٦	٢/٨	٠
المؤشرات		٧/١٦	١٧/١٦	٠	٠	١/١٦	٢/١٦	٠	(ك - ١/١٦)	(ك - ٦/١٦)	

الحل الأمثل لمشكلة ش$_{١}$، إلاّ أننا سوف نقوم بصياغة المشكلة من وجهة نظر ش$_{٢}$ زيادة في الإيضاح، وبرهنة على أن الاستراتيجية التي يقتضيها تطبيق قانون أدنى الأقصيات من وجهة نظر أحد المتنافسين تؤدي إلى التعرف على الاستراتيجية التي يقتضيها تطبيق قانون أقصى الأدنيات من وجهة نظر المتنافس الآخر.

وبالقياس على مشكلة ش$_{١}$ نجد أن مشكلة ش$_{٢}$ تكون كالآتي:

دع الاستراتيجية المثلى [ط]* = [ط$_{١}$، ط$_{٢}$، ط$_{٣}$] حيث؛

$$ط_{١} + ط_{٢} + ط_{٣} = ١ \qquad [١]$$

وفي ظل الاستراتيجيات الصرفة التي يمكن أن تتبعها ش$_{١}$، فإن ش$_{٢}$ ترغب في تدنية الخسائر (ت) إلى أقل ما يمكن. ولندع (ت) تمثل أقل الخسائر التي يمكن أن تمنى بها ش$_{٢}$ في ظل أي من الاستراتيجيات الصرفة للشركة ش$_{١}$، أي أن ش$_{٢}$ ترغب في أن يكون:

$$٥ط_{١} - ط_{٢} + ٥ط_{٣} \leq ت$$

$$-٢ط_{١} + ٣ط_{٢} + ط_{٣} \leq ت \qquad [٢]$$

$$٤ط_{١} + ٢ط_{٢} + ٣ط_{٣} \leq ت$$

$$ط_{١} ، ط_{٢} ، ط_{٣} \geq صفر \qquad [٣]$$

وبقسمة [١]، [٢]، [٣] على (ت) ينتج:

$$\frac{ط_{١}}{ت} + \frac{ط_{٢}}{ت} + \frac{ط_{٣}}{ت} \quad \frac{١}{ت} \qquad [١]$$

$$\frac{٥ط_{١}}{ت} - \frac{ط_{٢}}{ت} + \frac{٥ط_{٣}}{ت} \leq ١$$

$$-\frac{٢ط_{١}}{ت} + \frac{٣ط_{٢}}{ت} + \frac{ط_{٣}}{ت} \leq ١ \qquad [٢]$$

$$\frac{ط_1}{ت} + \frac{ط_2}{ت} + \frac{ط_3}{ت} \geqslant 1$$

$$\frac{ط_1}{ت}، \frac{ط_2}{ت}، \frac{ط_3}{ت} \leqslant صفر \quad [3]$$

وحيث تدنية (ت) تعادل تقصية ($\frac{1}{ت}$) = ع، وبجعل $\frac{ط_1}{ت}$ = $ص_1$ ، $\frac{ط_2}{ت}$ = $ص_2$ ، $\frac{ط_3}{ت}$ = $ص_3$ فإن المشكلة تصبح:

$$تقصية\ ع = ص_1 + ص_2 + ص_3 \quad [1]$$

$$5ص_1 - ص_2 + 5ص_3 \geqslant 1$$

$$-2ص_1 + 3ص_2 + ص_3 \geqslant 1 \quad [2]$$

$$4ص_1 + 2ص_2 + 3ص_3 \geqslant 1$$

$$4ص_1 ، ص_2 ، ص_3 \leqslant صفر \quad [3]$$

وبإضافة المتغيرات العاطلة $ص_4$ ، $ص_5$ ، $ص_6$ وحل المشكلة بالسمبلكس (تقصية) يكون جدول الحل الأساسي الأول والحل الأساسي الأمثل كما هو موضح بالجدول (٩/٧). ويتضح من جدول الحل الأساسي الأمثل أن:

$$ت = \frac{1}{ع} = \frac{16}{7} = ى\ من\ وجهة\ نظر\ ش_1 .$$

$$ط_1 = ت ص_1 = \frac{16}{7} \times \frac{1}{16} = \frac{1}{7}$$

$$ط_2 = ت ص_2 = \frac{16}{7} \times \frac{6}{16} = \frac{6}{7}$$

$$ط_3 = ت ص_3 = \frac{16}{7} \times صفر = صفر$$

وتكون [ط] = [$\frac{1}{7}$ ، $\frac{6}{7}$ ، ٠] هي الاستراتيجية المثلى للشركة $ش_2$.

ويلاحظ أن هذه النتائج يمكن الحصول عليها من الحل الأمثل لمشكلة $ش_1$ في الجدول (٨/٧) حيث $ص_1$ تقابلها $س_4$ ، $ص_2$ ، تقابلها $س_5$ ، $ص_3$ تقابلها

س$_{٦}$ ، ص$_{٤}$ تقابلها س$_{١}$ ، ص$_{٥}$ تقابلها س$_{٢}$ ، ص$_{٦}$ تقابلها س$_{٣}$. والحقيقة أن مشكلة ش$_{٢}$ هي ثنائي مشكلة ش$_{١}$ طبقاً لمبدأ الثنائية في البرمجة الخطية.

٥ ـ المباريات ضد الطبيعة:

افترضنا حتى الآن أن كلا المتنافسين يتصف بالرشد والحصافة في تحديد الاستراتيجية التي يقوم باتباعها في مواجهة المتنافس الآخر. غير أنه يحدث في بعض الأحيان أن يكون التنافس ضد قوى الطبيعة، التي ينتج عنها ظواهر قد تتصف بالعشوائية أو الانتظام. ولا تقتصر قوى الطبيعة المقصودة هنا بالطبع على الظواهر المناخية والمكانيـة والفيـزيـائيـة، وإنما تمتـد لتغطـي أذواق المستهلكين واختلاف الهيكل الديموغرافي للسكان وما إلى ذلك. وتؤثر هذه الظواهر على جوانب النشاط الاقتصادي بما يستدعي الاختيار بين البدائل لتحديد الاستراتيجية المثلى لمواجهتها تحقيقاً للأرباح أو تجنباً للخسائر.

ولنفرض مثلاً أن أحد الزراع يرغب في زراعة محصول شتوي يحتاج إلى ظـروف جوية معينة. وهو يستطيع زراعة المحصول بإحدى طريقتين مختلفتين تؤديان إلى غلات مختلفة طبقاً للظروف الجوية السائدة. ولنرمز للطريقة الأولى بالرمز ل$_{١١}$ وللطريقة الثانية بالرمز ل$_{١٢}$. ولنفرض أن الظروف الجوية يمكن أن تكون إما جيدة أو معتدلة أو رديئة، ولنرمز للظروف الجيدة بالرمز ل$_{٢١}$ وللمعتدلة بالرمز ل$_{٢٢}$ وللرديئة بالرمز ل$_{٢٣}$. ويتوقع المزارع من خبرته السابقة أن إنتاجية الفدان الصافية طبقا للظروف الجوية السائدة في طل كل من الطريقتين بالجنيه يمكن أن تكون كالآتي:

الطبيعة

		ل$_{٢١}$	ل$_{٢٢}$	ل$_{٢٣}$	أدنى مكاسب المزارع
المزارع	ل$_{١١}$	١٠٠	٦٠	-١٢	-١٠
	ل$_{١٢}$	٤٠	١٢٠	١٥	١٥*

جدول (٩/٧)

	ص*	ب	ص١	ص٢	ص٣	ص٤	ص٥	ص٦
			١	١	١	٠	٠	٠
٠	ص٤	١	٥	-١	٥	١	٠	٠
٠	ص٥	١	-٢	(٣)	١	٠	١	٠
٠	ص٦	١	٤	٢	٣	٠	٠	١
المؤشرات		٠	١	١	١	٠	٠	٠
٠	ص٤	٤/٣	١٣/٣	٠	١٦/٣	١	١/٣	٠
١	ص٢	١/٣	-٢/٣	١	١/٣	٠	١/٣	٠
٠	ص٦	١/٣	١٦/٣	٠	٧/٣	٠	-٢/٣	١
المؤشرات		١/٣	٥/٣	٠	٢/٣	٠	-١/٣	٠
٠	ص٤	١٧/١٦	٠	٠	٥٥/١٦	١	٧/٨	-١٣/١٦
١	ص٢	٦/١٦	٠	١	٥/٨	٠	٢/٨	١/٨
١	ص١	١/١٦	١	٠	٧/١٦	٠	-١/٨	٣/١٦
المؤشرات		٧/١٦	٠	٠	-١/١٦	٠	-١/٨	-٥/١٦

وبالطبع لو كانت الطبيعة تقوم باختيار استراتيجية الظروف الجوية كمتنافس حصيف تتعارض مصلحته من مصلحة المزارع لسادت الظروف الجوية الرديئة بصفة مطلقة، حيث يتحقق التعادل بين أدنى أقصيات (خسائر) الطبيعة وأقصى أدنيات مكاسب المزارع عند تلاقي ل$_{١٢}$ مع ل$_{٢٢}$. إلاّ أن الطبيعة لحسن حظ المزارع لا تكن له دائماً هذه الكراهية (الشريفة). وبالإضافة إلى ذلك فإن (استراتيجية) الطبيعة عادة ما يمكن التعرف عليها من الخبرات السابقة في التعامل معها، وعادة ما تميل إلى الثبات. ولنفرض أن المزارع (المثقف بخبرات الحياة مع الطبيعة) اكتشف أن استراتيجية الطبيعة [ط] تميل إلى الثبات على [ط]* = [١/٢ ، ١/٣ ، ١/٦]. وهو ولديه هذه المعلومات المسبقة عن استراتيجية الطبيعة (والتي لا تتغير لمجرد ضحض استراتيجيته المفضلة) يقوم بتحديد استراتيجيته المثلى في ظل افتراض سيادة [ط]* . وهو بهذه المعلومات لا بد وأن يتبع استراتيجية صرفة، ما لم يكن عائد البديلين متساوي في ظل استراتيجية الطبيعة، فيستطيع في هذه الحالة الأخيرة أن يختار أية استراتيجية صرفة أو مختلطة، حيث يكون عائد المباراة بالنسبة إليه ثابت دائماً، ما دامت [ط]* ثابتة. ويمكن حساب استراتيجية المزارع بنفس الطريقة الجبرية التي استخدمناها سابقاً كالآتي.

ع = ح [(١/٢ × ١٠٠) + (١/٢ × ٦٠) − (١/٦ × ١٢)] + (١ − ح)
[(١/٢ × ٤٠) + (١/٣ × ١٢٠) + (١/٦ × ١٥)]

ع = ٦٨ ح − ٦٢ ١/٢ ح + ٦٢ ١/٢ [١]

ويتضح من [١] أنه كلما زادت قيمة ح كلما زاد الفرق الموجب بين الحدين الأول والثاني منها وبالتالي كلما زادت قيمة ع عن ٦٢ ١/٢. وحيث ٠ ≦ ح ≦ ١، فإن أقصى قيمة لها تكون ح = ١، ١ − ح = صفر، وبالتالي [ح*] = [١، صفر].
وبالتالي تكون:

ع* = ٦٨ − ٦٢ ١/٢ + ٦٢ ١/٢ = ٦٨ جنيه باختيار البديل الأول بصفة مطلقة.

وهذا الحل يختلف بالتأكيد عن حل التوازن بقـانـون أدنـى الأقصيـات وأقصى الأدنيات.

ويلاحظ أن هذا الحل هو الذي يتم التوصل إليه أيضاً بقانون بايز Bayes Theorem.

أسئلة وتمارين الفصل السادس عشر

أول: الأسئلة:

١ - وضح باختصار معنى كل من المفاهيم التالية:
المباراة صفرية الحصيلة، الاستراتيجية الصرفة، الاستراتيجية المثلى، أدنى الأقصيات، دالة عائد المباراة، مبدأ الهيمنة.

٢ - برر لماذا تعتبر كل من العبارات التالية خطأ أو صواب:

أ - تكون المباراة الثنائية صفرية الحصيلة إذا لم تتحقق أية أرباح أو خسائر لأي من المتنافسين.

ب - إذا اتبع أحد المتنافسين استراتيجية صرفة فإن المتنافس الآخر يصبح مضطراً أن يلتزم باستراتيجية صرفة هو الآخر.

جـ - إذا كان الخيار المتاح لكل من المتنافسين مركزاً على بديلين وكان أحد البديلين لمتنافس معين مهيمناً بينما الأمر ليس كذلك بالنسبة للمتنافس الآخر. فإن استراتيجية الأول يلزم أن تكون صرفة بينما استراتيجية الثاني يلزم أن تكون مختلطة.

د ـ لا يمكن تطبيق قانون أدنى الأقصيات (أو أقصى الأدنيات) إذا زادت البدائل المتاحة لكل من المتنافسين عن اثنين.

هـ ـ يترتب دائماً على تطبيق قانون أدنى الأقصيات (أو أقصى الأدنيات) إتباع استراتيجيات صرفة من قبل كل من المتنافسين.

و ـ إذا كانت قيمة دالة عائد المباراة موجبة بالنسبة لمتنافس معين فإنه يلزم بالضرورة أن تكون سالبة وبنفس المقدار من وجهة نظر المتنافس الآخر، بصرف النظر عن نوع المباراة.

ز ـ تكون المباراة محددة تحديداً كاملاً إذا كانت استراتيجية أحد المتنافسين استراتيجية صرفة.

ح ـ إذا تعددت البدائل المتاحة لمتنافس معين وكان إحداها مهيمناً على كل البدائل الأخرى، فإن استراتيجية هذا المتنافس يلزم أن تكون صرفة.

ط ـ يعتبر نموذج البرمجة الخطية حالة خاصة من حالات تطبيق قانون أدنى الأقصيات وأقصى الأدنيات.

ى ـ يمكن اعتبار البرمجة الخطية بمثابة تطبيق مباشر لمباراة بين متنافس واحد ضد الطبيعة.

ثانياً: التمارين:

التمرين الأول:

في كل من المباريات التالية قم بتحديد الاستراتيجية المثلى لكل من المتنافسين طبقا لقانون أقصى الأدنيات ـ أدنى الأقصيات، أو بالطريقة الجبرية إذا لزم الأمر:

$$\begin{bmatrix} ٦ & -٢ & ٤ \\ ٧ & -١ & ٣ \\ ٥ & -٢ & ٣ \end{bmatrix} ، \begin{bmatrix} ٤ & -٢ \\ -٥ & ٣ \end{bmatrix} ، \begin{bmatrix} ٤ & ٥ \\ -٢ & ٤ \end{bmatrix}$$

التمرين الثاني:

تعمل الشركة ش $_{١}$ في مجال الاستيراد والتصدير حيث يتوقف حجم أعمالها على السياسة الاقتصادية السائدة في المجتمع. وهي تستطيع أن تقوم بتغيير تشكيلة السلع التي تقوم بتصديرها واستيرادها طبقاً للتغيرات التي تطرأ على هذه السياسة من حين إلى آخر. وقد ترتب على تغير الظروف الاقتصادية في السنوات الأخيرة أن أصبح من المتوقع أن تتخذ هذه السياسة أحد إتجاهين: الأول محدداً لواردات السلع الاستهلاكية ومشجعاً لواردات السلع الرأسمالية، والثاني مشجعاً للانفتاح على الدول الأخرى بصرف النظر عن طبيعة السلع المستوردة. وإذا ساد الإتجاه الأول فإن الشركة تصبح أمام أحد بديلين إما أن تعدل من تشكيلة وارداتها وتحصل على إضافة لأرباحها بواقع ٥٪، أو أن تبقى على تشكيلة وارداتها كما هي وتكتفي بإضافة ٤٪ لأرباحها. أما إذا ساد الإتجاه الثاني (الانفتاح دون قيود) فهي تستطيع أن تضيف ٨٪ إلى أرباحها بالبديل الأول، ولكنها تخسر ٢٪ عن أرباحها الحالية إذا أبقت على تشكيلة وارداتها الحالية دون تغيير.

المطلوب:

(١) وضع مشكلة ش $_{١}$ في صورة مباراة ضد واضع السياسة الاقتصادية وتحديد الاستراتيجية المثلى الواجب على ش $_{١}$ إتباعها بافتراض الرشد وتعارض المصالح.

(٢) بفرض احتمال سيادة سياسية الانفتاح بواقع ٨٠٪، فما هي الاستراتيجية

المثلى الواجب على ش$_1$ إتباعها وما هو مقدار معدل الإضافة إلى أرباحها التي تتوقع الحصول عليه.

(٣) من واقع مصفوفة عائد المباراة، هل تعتقد أن ش$_1$ تركز حالياً على واردات السلع الاستهلاكية أم الاستثمارية؟ ولماذا؟.

(٤) بفرض أن مصفوفة عائد المباراة هي بين شركتين متنافستين، فهل تتغير الأوضاع الاستراتيجية عما في المطلوب الأول، ولماذا؟.

التمرين الثالث:

فيما يلي مصفوفة العائد لمباراة بين شركتين متنافستين.

$$\begin{bmatrix} ٦ & ١ & ٧ \\ ٢ & ٥ & ٠ \\ ٥ & ٢ & ٦ \end{bmatrix}$$

والمطلوب (١) تحديد الاستراتيجية المثلى لكل من الشركتين بالبرمجة الخطية.

(٢) بفرض أن مصفوفة العائد أصبحت كالآتي:

$$\begin{bmatrix} ٧ & ١ & ٧ \\ ٣ & ٥ & ٠ \\ ٥ & ٤ & ٦ \end{bmatrix}$$

فهل تتغير استراتيجية كل من الشركتين عما كانت عليه في المطلوب الأول؟ وما هي المبررات المنطقية لهذا التغيير.

التمرين الرابع:

تقوم إحدى الشركات بإشراك العاملين فيها في وضع معايير الأداء، كما يشترك العاملين بحصة في الزيادة في الربحية الناتجة عن ارتفاع كفاءة الأداء. وتزمع

الشركة في تغيير المعايير الحالية حيث أصبحت سهلة المنال، وهي تتوقع في هذا الصدد مقاومة العاملين المشتركين في وضع المعايير. وقد إقترحت اللجنة المشكلة لهذا الغرض من قبل الإدارة مواجهة العـاملين بثلاثـة بـدائـل لمستـوى المعـايير ومعدلات المشاركة في الربحية للعرض على العاملين. وتتوقع الإدارة أن يتقدم العاملين ببدائل أربعة في مواجهة اقتراحات الإدارة.

وفيما يلي مصفوفة عائد المباراة التي تمثل نسبة المساهمة في الربحية الزائدة التي تؤول للعاملين في ظل كل مستوى من مستويات المعايير المقترحة.

العاملين

		ل$_{٢١}$	ل$_{٢٢}$	ل$_{٢٣}$	ل$_{٢٤}$
	ل$_{١١}$	−٤٠٪	−٢٥٪	−٢٠٪	−٣٠٪
الشركة	ل$_{١٢}$	−٢٠٪	−٠٥٪	−٣٠٪	
	ل$_{١٣}$	−١٠٪	−١٠٪	−٠٥٪	−٤٠٪

المطلوب:

تحديد الاستراتيجية المثلى للشركة في مواجهة العاملين بصدد اختيار مستوى المعايير المفضل.

الفصل السابع عشر
في
البرمجة الديناميكية
Dynamic Programming

١ ـ مقدمــة:

يقترن تاريخ أسلوب البرمجة الديناميكية باسم رتشارد بلمان Richard Bellman حيث يرجع له الفضل الأساسي في ابتكار الأسلوب. فقد قام بلمان بنشر ما يقرب من ١٠٠ بحث في الموضوع أثناء قيامه بالبحث العلمي في شركة راند Rand Corporation خلال الخمسينيات من هذا القرن. وقد قام بتلخيص مساهمته في إبتكار الأسلوب في كتابه Dynamic Programming والذي نشر له سنة ١٩٥٧، وكما ترجع التسمية التي أطلقت على الأسلوب أيضاً إلى بلمان.

ويعني لفظ الديناميكية في واقع الأمر التحرك وعدم السكون على مر الزمن. بمعنى أن عامل الزمن يعتبر من العوامل الهامة في تحديد صفة الديناميكية التي يوصف بها متغير معين أو مشكلة معينة. وقد يستنبط من ذلك أن أسلوب البرمجة الديناميكية يختص بحل المشاكل التي يمثل فيها الزمن أحد المتغيرات الهامة المكونة لها. وهذا غير صحيح في الواقع حيث أن المقصود باصطلاح البرمجة الديناميكية هو التوصل إلى الحل الأمثل لمجموعة من المشاكل التي يتميز كل منها بتعدد المراحل

التي يتم فيها اتخاذ قرارات معينة بخصوص متغيرات معينة، عن طريق تحويل كل منها إلى عدة مشاكل جزئية، تمثل كل منها أحد المراحل بالمتغيرات التي تحتويها. ثم يتقدم الحل من مرحلة إلى أخرى بحيث يكون القرار الذي يمكن إتخاذه في أي مرحلة لاحقة هو القرار الأمثل بصرف النظر عن نوعية القرار الذي تم إتخاذه في المراحل السابقة. وهذا يتفق مع مبدأ السياسة المثلى الذي وضعه بلمان كما يأتي:

« بصرف النظر عن نوعية القرار السابق فإن بقية القرارات لا بد وأن تمثل القرارات المثالية فيما يتعلق بالنتائج المترتبة على هذا القرار [1].

ويترتب على ذلك أن صفة الديناميكية التي تنسب لأسلوب البرمجة الديناميكية لا تعني بالضرورة اعتبار عنصر الزمن كأحد متغيرات المشكلة تحت البحث بل تعني التحرك في حل المشكلة عن طريق الانتقال من مرحلة إلى أخرى طبقاً لما تقتضيه طبيعتها. وبذلك فيمكن تطبيق أسلوب البرمجة الديناميكية على المشاكل التي يكون عنصر الزمن أحد المتغيرات الهامة فيها كما يمكن تطبيقه على المشاكل التي لا يكون لعنصر الزمن أي أثر فيها على الأطلاق.

وكلنا نعرف أنه عندما نواجه بمشكلة يصعب علينا استيعابها وحلها بصفة كلية فإن المنطق يستدعي أن نقوم بتجزئة المشكلة إلى مشاكل أصغر يمكن معها استيعاب كل منها وحلها، ثم نقوم بتجميع الحلول الجزئية لتمثل الحل الكلي للمشكلة الأصلية. ويسمى هذا الأسلوب عادة بالحل المرحلي للمشكلة الأصليـة،

---

(1) «An optimal policy has the property that whatever initial state ans initial decision are, the remaining decisions must constitute an optimal policy with regard to the state resulting from the first decision». Richard E. Bellman ans Stuart E. Dreyfus. **Applied Dynamic Programming** (Princeton, New Jersey: Princeton University Press, 1962) P.15.

ويمثل الجوهر الأساسي الذي يقوم عليه أسلوب البرمجة الديناميكية كما سنرى فيما بعد.

ويختص هذا الفصل أساساً بعرض مبسط جداً لبعض استخدامات أسلوب البرمجة الديناميكية في حل المشاكل التي لا تقبل الحل عن طريق استخدام الأساليب الأخرى مثل أسلوب البرمجة الخطية أو طرق التعظيم الكلاسيكية وأساليب البرمجة الرياضية الأخرى. وبذلك سيكون برنامج هذا الفصل كما يلي:

١ - مشكلة نمطية.

٢ - طريقة الحل العكسية Backward algorithm .

٣ - طريقة الحل الأمامية Forward algorithm .

٤ - استخدام البرمجة الديناميكية في تخصيص الموارد لأوجه الاستثمار البديلة

٥ - نموذج المخزون الديناميكي والبرمجة الديناميكية.

٦ - بعض الاستخدامات الأخرى لأسلوب البرمجة الديناميكية.

٧ - مقتضيات وحدود استخدامات النموذج.

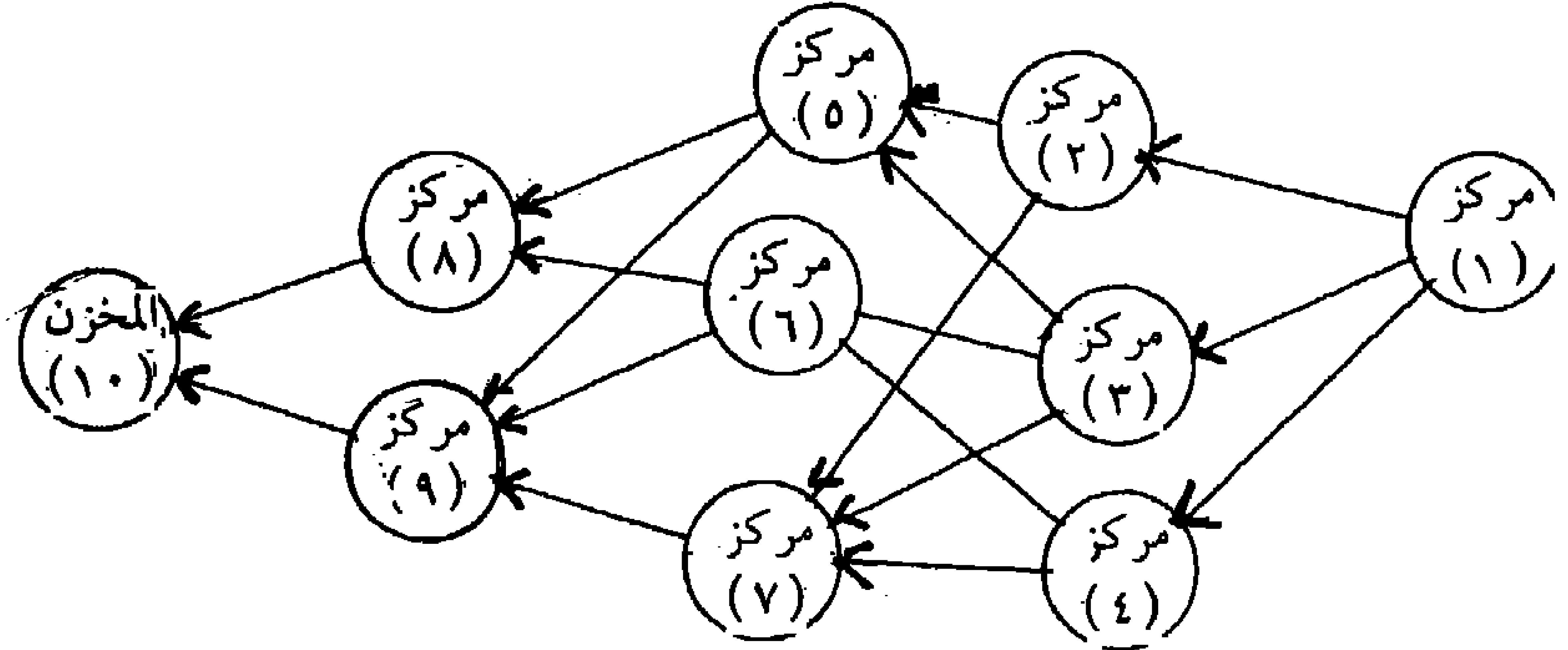
هذا وسنتناول كل من هذه البنود بقليل من التفصيل فيما يلي:

٢ - مشكلة نمطية:

تهدف هذه المشكلة إلى تحقيق غرضين: الأول هو بيان كيفية عرض مشكلة معقدة في صورة تمكن من تحليلها إلى أجزاء مبسطة يمكن معها استيعابها بغرض حلها بصرف النظر عن أسلوب الحل الذي يمكن إتباعه. والغرض الثاني هو بناء طرق الحل التي يمكن إتباعها في أسلوب البرمجة الديناميكية من واقع الأركان المختلفة التي تتكون منها عن طريق الاستنباط من المشكلة ذاتها.

ولنفرض أنه يمكن إنتاج منتجاً معيناً عن طريق إتباع أحد طرق صناعية إنتاجية مختلفة عددها إحدى عشر طريقة، حيث يمر المنتج على عدد من مراكز الإنتاج المختلفة لكل طريقة من الطرق الصناعية الإحدى عشر، كما هو مبين من الشكل الآتي:

شكل رقم (١/٨) تتابع العمليات للطرق الإنتاجية المختلفة



وتختلف تكلفة إعداد المنتج في كل مركز من مراكز التكلفة السابقة طبقاً للطريقة الصناعية المتبعة في إنتاجه في مراكز الإنتاج اللاحقة. فإذا رمزنا لتكلفة المنتج في المركز (م) لأغراض المركز التالي (ن) بالرمز ت م ن فإننا نفترض أن تكلفة المنتج في كل مركز من مراكز التكلفة تكون كالآتي طبقاً لكل طريقة من الطرق الإنتاجية:

ت$_{٢١}$ = ٢٠٠ جم	ت$_{٥٢}$ = ٢٠٠ جم	ت$_{٨٥}$ = ٤٠ جم	ت$_{٨،١٠}$ = ٢٠٠ جم
ت$_{٣١}$ = ١٠٠ جم	ت$_{٧٢}$ = ١٠٠ جم	ت$_{٩٥}$ = ١٢٠ جم	ت$_{٩،١٠}$ = ١٠٠ جم
ت$_{٤١}$ = ٨٠ جم	ت$_{٥٣}$ = ١٦٠ جم	ت$_{٨٦}$ = ٨٠ جم	
	ت$_{٦٣}$ = ٢٠٠ جم	ت$_{٩٦}$ = ١٠٠ جم	
	ت$_{٧٣}$ = ٣٠٠ جم	ت$_{٩٧}$ = ١٦٠ جم	
	ت$_{٦٤}$ = ٣٠٠ جم		
	ت$_{٧٤}$ = ٣٦٠ جم		

حيث ت$_{٤١}$ مثلاً تعني تكلفة المنتج في مركز الإنتاج (١) إذا كانت الطريقة الصناعية المتبعة تقتضي أن يمر المنتج بعد ذلك على مركز الإنتاج (٤)، ت$_{٨٦}$ مثلاً تعني تكلفة المنتج في مركز الإنتاج (٦) إذا كانت الطريقة الصناعية المتبعة تقتضي مروره بعد ذلك على مركز الانتاج (٨).

فإذا رغبنا في ظل هذه الظروف أن نحدد أفضل الطرق الصناعية لإنتاج المنتج المعين، على اعتبار أن أفضل الطرق هي أقلها تكلفة، فإننا نستطيع احتساب تكلفة كل طريقة واختيار أقلها تكلفة. ولنحدد الطرق الصناعية أولاً كما هو مبين من الشكل السابق كالآتي:

الطريقة الأولى	١ ← ٢ ← ٥ ← ٨ ← ١٠
الطريقة الثانية	١ ← ٢ ← ٥ ← ٩ ← ١٠
الطريقة الثالثة	١ ← ٢ ← ٧ ← ٩ ← ١٠
الطريقة الرابعة	١ ← ٣ ← ٥ ← ٨ ← ١٠
الطريقة الخامسة	١ ← ٣ ← ٥ ← ٩ ← ١٠
الطريقة السادسة	١ ← ٣ ← ٦ ← ٨ ← ١٠
الطريقة السابعة	١ ← ٣ ← ٦ ← ٩ ← ١٠
الطريقة الثامنة	١ ← ٣ ← ٧ ← ٩ ← ١٠
الطريقة التاسعة	١ ← ٤ ← ٦ ← ٨ ← ١٠
الطريقة العاشرة	١ ← ٤ ← ٦ ← ٩ ← ١٠
الطريقة الحادية عشر	١ ← ٤ ← ٧ ← ٩ ← ١٠

وتكون تكلفة كل طريقة من الطرق كالآتي:

الطريقة الأولى = ٢٠٠ + ٢٠٠ + ٤٠ + ٢٠٠ = ٦٤٠ جم،
الطريقة الثانية = ٢٠٠ + ٢٠٠ + ١٢٠ + ١٠٠ = ٦٢٠ جم،
الطريقة الثالثة = ٢٠٠ + ١٠٠ + ١٦٠ + ١٠٠ = ٥٦٠ جم،
الطريقة الرابعة = ٥٠٠ جم   الطريقة الخامسة = ٤٨٠ جم،
الطريقة السادسة = ٥٨٠ جم   الطريقة السابعة = ٥٠٠ جم،
الطريقة الثامنة = ٦٦٠ جم   الطريقة التاسعة = ٦٦٠ جم،
الطريقة العاشرة = ٥٨٠ جم   الطريقة الحادية عشرة = ٧٠٠ جم.

وبذلك تكون الطريقة المفضلة هي الطريقة الخامسة حيث تبلغ تكلفة وحدة المنتج ٤٨٠ جنيه وتتمثل هذه الطريقة في أن يمر المنتج على مراكز الإنتاج الأربعة الآتية حتى يصل إلى المخازن.

مركز (١) ← مركز (٣) ← مركز (٥) ← (٩) ← المخازن، حيث يتكلف ١٠٠ + ١٦٠ + ١٢٠ + ١٠٠ = ٤٨٠ جم.

لاحظ أنه رغم أن المشكلة كانت تبدو معقدة في بدايتها إلاّ أن حلها كان مبسطا بإتباع الطرق الحسابية المباشرة. غير أننا إضطررنا بإتباع هذه الطرق إلى احتساب تكلفة كل عملية من العمليات الإنتاجية الإحدى عشر بكل مراحلها على مراكز الإنتاج التسعة حتى نتوصل إلى تحديد البيانات الكافية التي تمكننا من المفاضلة بين الطرق الإنتاجية المختلفة. ولا شك أن مشاكل الحياة العملية تكون أكثر تعقيداً عن هذا المثال المبسط. فقد يكون هناك العديد من الطرق الإنتاجية التي تؤدي إلى إنتاج منتج معين يصعب حصر عددها في بعض الأحيان، كما قد يمر المنتج على عدد كبير من العمليات الصناعية التي يمكن اعتبار كل منها بمثابة مركز تكلفة مستقل بحيث تزداد المشكلة تعقيداً ويصبح حلها بالطريقة الحسابية المباشرة أمراً عسيراً إن لم يكن مستحيلاً.

٢ - ١ - طريقة الحل العكسية The Backward Algorithm :

سنحاول الآن حل المشكلة السابقة والتوصل إلى الطريقة الإنتاجية المفضلة عن طريق استخدام البرمجة الديناميكية والتي يمكن معها إتباع إحدى طريقتين:

الطريقة الأولى: وتسمى طريقة الحل العكسية وبمقتضاها يبدأ التنقيب عن الحل الأمثل للمشكلة على مراحل تبدأ من نقطة النهاية ويستمر فحص البدائل المختلفة في اتجاه عكسي حتى نصل إلى نقطة البداية.

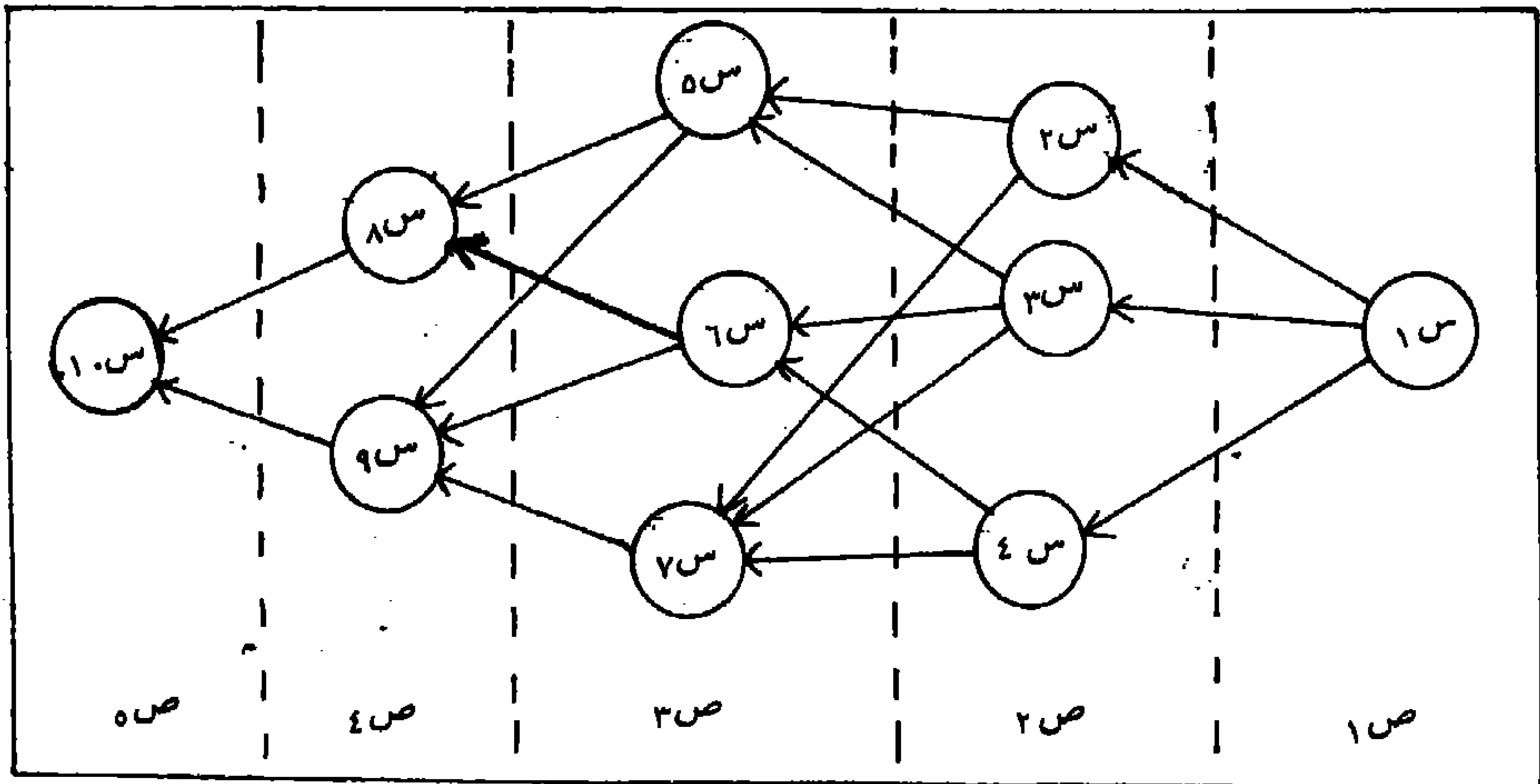
الطريقة الثانية: وتسمى طريقة الحل الأمامية **Forward Algorithm** وبمقتضاها

يبدأ فحص وتقويم البدائل على مراحل تبدأ من المرحلة الأولى إلى المرحلة الأخيرة في اتجاه مساير لإتجاه البدائل ذاتها.

وسنبين في هذا البند كيفية استخدام الطريقة الأولى وخطواتها، وسنترك الطريقة الثانية للبند المقبل.

دعنا نرمز لمراكز الإنتاج بالرمز س حيث $س_١$ تعني مركز الانتاج رقم (١)، $س_٢$ ترمز لمركز الإنتاج رقم (٢) وهكذا. ودعنا نرمز لكل خطوة من الخطوات أو لكل مرحلة من المراحل التي يمر عليها المنتج بالرمز ص، حيث تمثل المرحلة الأولى مرور المنتج على مركز الإنتاج الأول ونرمز لها بالرمز $ص_١$، وتمثل المرحلة الثانية مرور المنتج على مركز الإنتاج الثاني، أو مركز الإنتاج الثالث، أو مركز الإنتاج الرابع ونرمز لها بالرمز $ص_٢$ وهكذا. وبحيث يمكن وضع الشكل رقم ٨/١ في الصورة التالية (شكل رقم ٨/٢).

شكل رقم ٨/٢ تتابع العمليات والمراحل لطرق الإنتاج البديلة



ودعنا نرمز بالرمز (ع) لمركز الإنتاج اللاحق الذي يمكن الانتقال إليه من أي مركز إنتاج سابق (س) فمثلاً $ع_{١٠}$ يمكن الوصول إليها من $س_٨$ أو من

س$_{٩}$ ، كما أن ع$_{٦}$ يمكن الوصول إليها من س$_{٣}$ أو من س$_{٤}$ وهكذا (أي أن ع تمثل مراكز الانتاج على رأس السهم بينما س تمثل مراكز الانتاج على ذيل السهم).

وسنرمز لطريقة الإنتاج المثلى (والتي يترتب عليها أقل التكاليف) بالرمز [ى* ص (س)] حيث تعني التكلفة المثلى (ى*) التي تنتج عن إتباع طريقة الإنتاج المثلى من المرحلة (ص) إلى العملية (أو مركز الإنتاج) س. ومن ثم تتخذ العلاقة الحسابية لطريقة الحل العكسية الشكل الآتي:

ى* ص (س) = $\frac{\text{أقل}}{\text{ع}}$ [ى (س، ع) + ى* ص + ١ (ع)] (١)

حيث ى (س، ع) = ت$_{\text{س، ع}}$.

ى*$_{٥}$ (١٠) = صفر بالاتفاق (حيث س$_{١٠}$ هي المخازن وليست من مراكز الإنتاج).

ويترتب على ذلك أن ى*$_{١}$ (١) هي تكلفة إنتاج وحدة واحدة من المنتج باتباع أفضل الطرق الصناعية. ودعنا نتوصل إلى ذلك باتباع العلاقة المبينة في المعادلة رقم (١):

(١) ى*$_{٥}$ (١٠) = صفر بالاتفاق

(٢) ى*$_{٤}$ (٨) = $\frac{\text{أقل}}{\text{ع=١٠}}$ [ى (١٠،٨) + ى*$_{٥}$ (١٠)] = ٢٠٠ + صفر = ٢٠٠ جم

(٣) ى*$_{٤}$ (٩) = $\frac{\text{أقل}}{\text{ع=١٠}}$ [ى (٩، ١٠) + ى*$_{٥}$ (١٠)] = ١٠٠ + صفر = ١٠٠ جم

(٤) ى*$_{٣}$ (٥) = $\frac{\text{أقل}}{\text{ع=٨، ٩}}$ [ى (٥، ع) + ى*$_{٤}$ (ع)]

= أقل [٤٠ + ٢٠٠)، (١٢٠ + ١٠٠)] = ٢٢٠ جم

[حيث ى (٥، ٨) = ت ٨٥ = ٤٠، ى (٥، ٩) = ت ٩٥ = ١٢٠]

(٥) ى*$_{٣}$ (٦) = $\frac{\text{أقل}}{\text{ع=٨، ٩}}$ ى [ى (٦، ع) + ى*$_{٤}$ (ع)]

= أقل [(٨٠ + ٢٠٠، (١٠٠ + ١٠٠)] = ٢٠٠ جم

(٦) ى*$_{٣}$ (٧) = $\frac{\text{أقل}}{\text{ع=٩}}$ [ى (٧، ٩) + ى*$_{٤}$ (٩) = ١٦٠ + ١٠٠ = ٢٦٠ جم

(٧) ى*$_{٢}$ (٢) = $\frac{\text{أقل}}{\text{ع=٥، ٧}}$ [ى (٢، ع) + ى*$_{٣}$ (ع)]

= أقل [(٢٠٠ + ٢٢٠)، (١٠٠ + ٢٦٠) = ٣٦٠ جم

(٨) ى$^{*}_{٢}$ (٣) = $\underset{ع=٥،٦،٧}{\text{أقل}}$ [ى (٣، ع) + ى$^{*}_{٣}$ (ع)]

= أقل [(١٦٠ + ٢٢٠)، (٢٠٠ + ٢٠٠)، (٣٦٠ + ٢٦٠)] = ٣٨٠ جم

(٩) ى$^{*}_{٢}$ (٤) = $\underset{ع=٦،٧}{\text{أقل}}$ [ى (٤، ع) + ى$^{*}_{٣}$ (ع)]

= أقل [(٣٠٠ + ٢٠٠)، (٣٦٠ + ٢٦٠)] = ٥٠٠ جم

(١٠) ى$^{*}_{١}$ (١) = $\underset{ع=٢،٣،٤}{\text{أقل}}$ [ى (١، ع) + ى$^{*}_{٢}$ (ع)]

= أقل [(٢٠٠ + ٣٦٠)، (١٠٠ + ٣٨٠)، (٨٠ + ٥٠٠)] = ٤٨٠ جم

ويتلخص الحل السابق في الآتي:

	الحل			السياسة المثلى للانتقال من مرحلة إلى أخرى (بالاتفاق)
(١)	ى$^{*}_{٥}$ (١٠)	=	صفر	٨ ← ١٠
(٢)	ى$^{*}_{٤}$ (٨)	=	٢٠٠ جم	٩ ← ١٠
(٣)	ى$^{*}_{٤}$ (٩)	=	١٠٠ جم	٥ ← ٩ ← ١٠
(٤)	ى$^{*}_{٣}$ (٥)	=	٢٢٠ جم	٦ ← ٩ ← ١٠
(٥)	ى$^{*}_{٣}$ (٦)	=	٢٠٠ جم	٧ ← ٩ ← ١٠
(٦)	ى$^{*}_{٣}$ (٧)	=	٢٦٠ جم	٢ ← ٧ ← ٩ ← ١٠
(٧)	ى$^{*}_{٢}$ (٢)	=	٣٦٠ جم	٣ ← ٥ ← ٩ ← ١٠
(٨)	ى$^{*}_{٢}$ (٣)	=	٣٨٠ جم	٤ ← ٦ ← ٩ ← ١٠
(٩)	ى$^{*}_{٢}$ (٤)	=	٥٠٠ جم	١ ← ٢ ← ٥ ← ٩ ← ١٠
(١٠)	ى$^{*}_{١}$ (١)	=	٤٨٠ جم	

ولنعود الآن لشرح بعض المعادلات السابقة. وكيفية التوصل إلى قيمة كل منها.

(١) ى$^{*}_{٥}$ (١٠): وتعني التكلفة المثلى ى* للانتقال من المرحلة (ص$_{٥}$ وهي

مرحلة التخزين) إلى المركز ($س._{١}$ وهو المخزن) وهي في هذه الحالة تساوي صفر = $ت._{١٠،١٠}$

(٢) $ى^*_{٤}$ (٨): وتعني التكلفة المثلى ى* للانتقال من المرحلة ($ص_{٤}$) إلى المركز ($س._{١}$ = $ع._{١}$ على رأس السهم) عن طريق المرور على مركز الإنتاج ($س_{٨}$) وتساوي: $ت_{٨،١٠}$ + $ت._{١٠،١٠}$ = ٢٠٠ + صفر = ٢٠٠ جم

(٥) $ى^*_{٣}$ (٦): وتعني التكلفة المثلى ى* للانتقال من المرحلة ($ص_{٣}$) إلى المركز ($س._{١}$) عن طريق:

أ ـ المرور على مركز الإنتاج ($س_{٦}$).

ب ـ وإتباع أفضل الطرق المؤدية من ($س_{٦}$) إلى ($س._{١}$ خلال المرحلة ($ص_{٤}$).

وفي هذه الحالة تتكلف وحدة المنتج في $س_{٦}$:

٨٠ جنيه إذا كانت سوف تمر على مركز الإنتاج $س_{٨}$ حيث تتكلف ٢٠٠ جنيه في طريقها إلى المخازن. وتصبح تكلفة الوحدة في $س_{٦}$ + $س_{٨}$ = ٢٨٠ جم، أو ١٠٠ جنيه إذا كانت سوف تمر على مركز الإنتاج $س_{٩}$ حيث تتكلف ١٠٠ جنيه في طريقها إلى المخازن. وتصبح تكلفة الوحدة في $س_{٦}$ + $س_{٩}$ = ٢٠٠ جم.

ولا شك أنه من المفضل في هذه الحالة أن تمر وحدة المنتج على $س_{٩}$ بدلاً من $س_{٨}$ حيث ($ت_{٦٨}$ + $ت_{٨،١٠}$) > ($ت_{٦٩}$ + $ت_{٩،١٠}$).

(١٠) $ى^*_{١}$ (١): وتعني التكلفة المثلى ى* للانتقال من المرحلة ($ص_{١}$) إلى المركز ($س._{١}$) عن طريق:

أ ـ المرور على مركز الإنتاج ($س_{١}$) في طريقها إلى المرحلة ($ص_{٢}$).

ب ـ إتباع أفضل الطرق المؤدية من المرحلة ($ص_{٢}$) إلى المركز ($س._{١}$)

وفي هذه الحالة نفاضل بين:

$ت_{١٢}$ + $ى^*_{٢}$ (٢) = ٢٠٠ + ٣٦٠ = ٥٦٠ جم

ت$_{٣١}$ + ى$^{*}_{٢}$ (٣) = ١٠٠ + ٣٨٠ = ٤٨٠ جم

ت$_{٤١}$ + ى$^{*}_{٢}$ (٤) = ٨٠ + ٥٠٠ = ٥٨٠ جم

وبذلك تكون أفضل الطرق هي:

من س$_{١}$ ← س$_{٣}$ ← س$_{٥}$ ← س$_{٩}$ ← س$_{١٠}$

= ١٠٠ + ١٦٠ + ١٢٠ + ١٠٠ = ٤٨٠ جم

ولا يختلف مضمون باقي المعادلات عن مضمون المعادلات التي قمنا بشرحها.

٢ - ٢ - طريقة الحل الأمامية The forward algorithm :

وتقتضي هذه الطريقة أن نبدأ بتقييم البدائل واتخاذ القرارات على مراحل متتالية على أن تكون نقطة البداية هي المرحلة الأولى بدلاً من كونها المرحلة الأخيرة كما كان عليه الحال في الطريقة السابقة. وبذلك فتتخذ العلاقة الحسابية The recursion relation لهذه الطريقة الشكل الآتي:

ى$^{*}_{ص}$ (س) = أقل$_{ع}$ [ى$_{ص}$ (ع، س) + ى$^{*}_{ص-١}$(ع)] (٢)

حيث: ى$_{ص}$ (ع، س) = ت$_{ع،س}$ لكل س في المرحلة ص + ١ ،

ع ترمز لمركز الانتاج في المرحلة ص، س ترمز لمركز الإنتاج في المرحلة التالية للمرحلة ص (أي في المرحلة ص + ١)،

ى$^{*}_{١}$ (١) = صفر (بالاتفاق).

ويترتب على ذلك أن ى$^{*}_{٤}$ (١٠) في المثال تحت البحث تمثل التكلفة المثلى التي تترتب على اتباع طريقة الإنتاج المثلى من مركز الإنتاج الأول في المرحلة الأولى إلى مركز الإنتاج العاشر خلال المرحلة الرابعة.

وسنبين الآن إجراءات تطبيق هذه الطريقة عن طريق استخدامها للتوصل إلى حل المثال السابق.

---

(١) ى* صفر (١) = صفر (بالاتفاق: حيث لا توجد تكلفة بين المرحلة صفر و س$_{١}$) وحيث المرحلة الأولى في مثالنا الجاري هي المرحلة صفر.

(٢) ى$^{*}_{١}$ (٢) = أقل$_{ع=١}$ [ى$_{١}$ (١،٢) + ى* صفر (١)]

= ت$_{٢١}$ + ت$_{١٠}$ = (٢٠٠ + صفر) = ٢٠٠ جم ١←٢

(٣) ى$^{*}_{١}$ (٣) = أقل$_{ع=١}$ [ى$_{١}$ (١،٣) + ى* صفر (١)]

= ت$_{٣١}$ + ت$_{١٠}$ = (١٠٠ + صفر) = ١٠٠ جم ١←٣

(٤) ى$^{*}_{١}$ (٤) = أقل$_{ع=١}$ [ى$_{١}$ (١،٤) + ى* صفر (١)]

= ت$_{٤١}$ + ت$_{١٠}$ = (٨٠ + صفر) = ٨٠ جم ١←٤

(٥) ى$^{*}_{٢}$ (٥) = أقل$_{ع=٢،٣}$ [ى$_{٢}$ (ع،٥) + ى$^{*}_{١}$ (ع)]

= أقل [(٢٠٠ + ٢٠٠) أو (١٦٠ + ١٠٠)] = ٢٦٠ جم ١←٣←٥

(٦) ى$^{*}_{٢}$ (٦) = أقل$_{ع=٣،٤}$ [ى$_{٢}$ (ع،٦) + ى$^{*}_{١}$ (ع)]

= أقل [(١٠٠ + ٢٠٠) أو (٣٠٠ + ٨٠)] = ٣٠٠ جم ١←٣←٦

(٧) ى$^{*}_{٢}$ (٧) = أقل$_{ع=٢،٣،٤}$ [ى$_{٢}$ (ع،٧) + ى$^{*}_{١}$ (ع)]

= أقل [(١٠٠ + ٢٠٠) أو (٣٠٠ + ١٠٠) أو (٣٦٠ + ٨٠)]

= ٣٠٠ ١←٣←٧

(٨) ى$^{*}_{٣}$ (٨) = أقل$_{ع=٥،٦}$ [ى$_{٣}$ (ع،٨) + ى$^{*}_{٢}$ (ع)]

= أقل [(٤٠ + ٢٦٠) أو (٨٠ + ٣٠٠)] = ٣٠٠ جم ١←٣←٥←٨

(٩) ى$^{*}_{٣}$ (٩) = أقل$_{ع=٥،٦،٧}$ [ى$_{٣}$ (ع،٩) + ى$^{*}_{٢}$ (ع)]

= أقل [(١٢٠ + ٢٦٠) أو (١٠٠ + ٣٠٠) أو (١٦٠ + ٣٠٠)]

= ٣٨٠ ١←٣←٥←٩

(١٠) ى$^{*}_{٤}$ (١٠) = أقل$_{ع=٨،٩}$ [ى$_{٤}$ (ع،١٠) + ى$^{*}_{٣}$ (ع)]

= أقل [(٢٠٠ + ٣٠٠) أو (١٠٠ + ٣٨٠)] = ٤٨٠ جم ١←٣←٥←٩←١٠

وهو الحل الأمثل للمشكلة كما توصلنا إليه بالطريقة السابقة وكما توصلنا إليه بالطريقة الحسابية المباشرة.

لاحظ أننا قد حاولنا وضع حل المشكلة طبقاً لكل من الطريقة الأمامية والطريقة العكسية بشكل يسمح باستخدام الحاسب الآلي لحلها. كما أننا لم نتعرض للصيغة الرياضية التي يتخذها النموذج العام للبرمجة الديناميكية حيث نرجىء ذلك إلى نهاية الفصل.

هذا وقد يتساءل القارىء عند هذه النقطة عن الفائدة التي يمكن أن تعود علينا من استخدام العلاقات الحسابية الخاصة بنماذج البرمجة الديناميكية بدلاً من استخدام الطريقة الحسابية المباشرة. والواقع أن استخدام العلاقات الحسابية الخاصة بنماذج البرمجة الديناميكية يحقق وفورات كبيرة في عدد العمليات الحسابية التي يلزم القيام بها للتوصل إلى الحل بالطريقة الحسابية المباشرة (أي حصر وتعداد كل البدائل وحساب تكلفة كل منها). وصحيح أن هذه الوفورات لا تظهر في المشكلة تحت البحث بصورة واضحة وذلك لأننا إلتزمنا بالبساطة المتناهية في تصميمها لأغراض بيان العلاقات الأساسية، غير أنه كلما زادت المشكلة تعقيداً وتعددت عدد المراحل المكونة لها وزاد عدد المتغيرات التي تتضمنها كل مرحلة كلما أصبحت القيمة الاقتصادية للوفورات المترتبة على إتباع نماذج البرمجة الديناميكية بدلاً من الطريقة الحسابية المباشرة كبيرة. وسنعطي مثالا لذلك في نهاية الفصل عندما نضع الصورة الرياضية العامة لنموذج البرمجة الديناميكية.

٣ ـ استخدام البرمجة الديناميكية في تخصيص الموارد المتاحة لأوجه الاستثمار المختلفة:

افترض أننا نرغب في تخصيص أحد الموارد الاقتصادية النادرة إلى عدة أنشطة اقتصادية مختلفة حيث يحقق كل نشاط منها عائداً محدداً مقابل كل كمية من الموارد يتم تخصيصها له. وقد يكون المورد الاقتصادي النادر الذي يرغب في تخصيصه عبارة عن رأي مال نقدي أو رأس مال عيني أو أرض أو عمل مدرب أو أي مورد آخر يتصف بالندرة الاقتصادية. كما أنه يمكن قياس العائد نقداً أو على

أساس عيني أو حتى على أساس المنفعة التي يتوقع الحصول عليها منه، وسنفترض ما يأتي لأغراض التحليل التالي.

١ ـ أن العائد المتوقع من كل نشاط من الأنشطة يتحدد بصفة مستقلة عن مقدار الموارد التي يتم تخصيصها إلى الأنشطة الأخرى. بمعنى انه ليس من الضروري أن تكون دالة العائد من نشاط معين خطية بالنسبة للموارد التي يتم تخصيصها إلى هذا النشاط، وإنما يتحتم أن لا يكون أحد متغيرات هذه الدالة أو بعضها متوقف بصورة مباشرة أو غير مباشرة على مقدار الموارد التي يتم تخصيصها للأنشطة الأخرى (بمعنى عدم وجود وفورات خارجية بين الأنشطة المختلفة سواء كانت هذه الوفورات موجبة أو سالبة).

٢ ـ أن العائد المتوقع من كل الأنشطة يتم قياسه بوحدة قياس موحدة، وبصرف النظر عن خصائصها أو طبيعتها.

فإذا ما أعطينا مقدار محدد (ب) من المورد المرغوب في تخصيصه للأنشطة المختلفة (س) والذي يبلغ عددها (ن) فإن دالة العائد الكلي (ى) تتخذ الشكل الآتي:

$$\text{ى} = \text{ى}_{١}(\text{س}_{١}) + (\text{ى}_{٢}(\text{س}_{٢})) + \ldots + \text{ى}_{\text{ن}}(\text{س}_{\text{ن}}) = \sum_{\text{و}=١}^{\text{ن}} \text{ى}_{\text{و}}(\text{س}_{\text{و}}) \qquad (١)$$

حيث: $\text{صفر} \leqslant \text{س} \leqslant \text{ب}$، $\qquad (٢)$

$$\sum_{\text{و}=١}^{\text{ن}} \text{س}_{\text{و}} = \text{س}_{١} + \text{س}_{٢} + \ldots + \text{س}_{\text{ن}} = \text{ب} \qquad (٣)$$

ن و=١ ن و=١ (س٢)

وبالتالي يصبح الهدف هو ايجاد الحد الأقصى للدالة (١) في ظل المحددين (٢)، (٣). فإذا اتبعنا طريقة الحل الامامية لحل المشكلة فإننا نحدد العلاقات الحسابية التالية:

$\text{ى}^{*}\ \text{صفر}(\text{س}) = \text{صفر}$، $\text{صفر} \leqslant \text{س} \leqslant \text{ب}$

$$\text{ى}^*_1(\text{س}) = \underset{\text{صفر} \leq \text{س}_1 \leq \text{ب}}{\text{أكبر}} [\text{ى}_1(\text{س}_1) + \text{ى}^*_{\text{صفر}}(\text{س} - \text{س}_1)]$$

$$\text{ى}^*_2(\text{س}) = \underset{\text{صفر} \leq \text{س}_2 \leq \text{ب}}{\text{أكبر}} [\text{ى}_2(\text{س}_2) + \text{ى}^*_1(\text{س} - \text{س}_2)]$$

وبصورة عامة:

$$\text{ى}^*_{\text{و}}(\text{س}) = \underset{\text{صفر} \leq \text{س}_{\text{و}} \leq \text{ب}}{\text{أكبر}} [\text{ى}_{\text{و}}(\text{س}_{\text{و}}) + \text{ى}^*_{\text{و}-1}(\text{س} - \text{س}_{\text{و}})] \quad (4)$$

حيث: و = ١، ٢ ....، ن،

$\text{ى}^*_{\text{صفر}}(\text{س}) = \text{صفر}$

ومعنى ذلك أنه إذا ما خصصنا جزء من المورد [(ب) س] للنشاط $\text{س}_{\text{و}}$ فإن الجزء المتبقي $(\text{س} - \text{س}_{\text{و}})$ يجب أن يتم تخصيصه بطريقة مثالية على بقية الأنشطة $\text{س}_{\text{و}-1}$، $\text{س}_{\text{و}-2}$، ...، س_1 بحيث يتحقق أكبر قدر ممكن من العائد ى^*

ولنأخذ مثالاً رقمياً لبيان كيفية استخدام البرمجة الديناميكية في هذه الحالة.

افترض أن قيمة ب = ٥، أي أن الكمية المتاحة من المورد المعين تساوي ٥ وحدات (٥ مليون جنيه مثلاً حيث الوحدة هي مليون جنيه) وأن هذه الوحدات لا تقبل التجزئة. وافترض أيضاً أن هذا المورد يمكن تخصيصه على ثلاثة أنشطة مختلفة، والتي يمكن التعبير عن دوال العائد على كل منها بالآتي:

$\text{س}_{\text{و}}$	$\text{ى}_1(\text{س}_{\text{و}})$	$\text{ى}_2(\text{س}_{\text{و}})$	$\text{ى}_3(\text{س}_{\text{و}})$
صفر	صفر	صفر	صفر
١	١٦	٤	٢٠
٢	٢٠	٨	٣٠
٣	٢٤	٢٠	٣٨
٤	٣٢	٣٠	٤٠
٥	٤٤	٥٦	٤٤

لاحظ أن دالة العائد (ى$_و$) الخاصة بكل من الأنشطة الثلاثة غير خطية، كما أننا افترضنا عدم قابلية وحدات (ب) للتجزئة ومن ثم يصبح من غير الممكن استخدام نماذج البرمجة الخطية لايجاد البرنامج الأمثل لتخصيص قيمة (ب) على أوجه الاستثمار المختلفة. في حين أنه يمكن استخدام نماذج البرمجة الديناميكية للتوصل إلى الحل الأمثل للمشكلة.

ولا شك أن محاولة حصر كل البدائل الممكنة في هذه الحالة لأغراض تقييمها واختيار الأفضل منها بالطريقة الحسابية المباشرة تصبح أمراً صعباً وقد لا تخلو من الخطأ [١].

وباستخدام المعادلة رقم (٤) السابق بيانها يمكن احتساب ى$^*_١$ (س) كما يظهر في الجدول التالي وذلك على اعتبار أن س = صفر، ١، ٢، ٣، ٤، ٥ على التوالي وعلى اعتبار أن ى* صفر (س) = صفر.

(١) عدد السياسات البديلة التي يمكن باتباعها تخصيص قيمة ب على أوجه الاستثمار المختلفة هو ٢١ سياسة تكون القيمة المخصصة لكل من الأنشطة س$_١$، س$_٢$، س$_٣$ في كل منها على التوالي كالآتي: (٠ ، ٠ ، ٥)، (١ ، ٠ ، ٤)، (٢ ، ٠ ، ٣)، (٣ ، ٠ ، ٢)، (٤ ، ٠ ، ١)،
(٥ ، ٠ ، ٠)، (٠ ، ١ ، ٤)، (٠ ، ٢ ، ٣)، (٠ ، ٣ ، ٢)، (٠ ، ٤ ، ١)،
(٠ ، ٥ ، ٠)، (١ ، ٤ ، ٠)، (٢ ، ٣ ، ٠)، (٣ ، ٢ ، ٠)، (٤ ، ١ ، ٠)،
(١ ، ١ ، ٣)، (١ ، ٢ ، ٢)، (١ ، ٣ ، ١)، (٢ ، ١ ، ٢)، (٢ ، ٢ ، ١)،
(٣ ، ١ ، ١).

(جدول رقم ٨ ـ ١) جدول المرحلة الأولى

$$\text{ى}^{*}_{1}(\text{س}) = \underset{0 \leqslant \text{س} \leqslant 5}{\text{أكبر}} [\text{ى}_{1}(\text{س}_{1}) + \text{ى}^{*}\ \text{صفر}\ (\text{س} - \text{س}_{1})].$$

س	$\text{س}_{1} = 0$	$\text{س}_{1}=1$	$\text{س}_{1}=2$	$\text{س}_{1}=3$	$\text{س}_{1}=4$	$\text{س}_{1}=5$	$\text{ى}^{*}_{1}(\text{س})$	س_{1}
صفر	٠						٠	٠
١	٠	١٦					١٦	١
٢	٠	١٦	٢٠				٢٠	٢
٣	٠	١٦	٢٠	٢٤			٢٤	٣
٤	٠	١٦	٢٠	٢٤	٣٢		٣٢	٤
٥	٠	١٦	٢٠	٢٤	٣٢	٤٤	٤٤	٥

لاحظ أن العمود الأول يمثل عدد الوحدات من المورد (ب) المتاح للاستغلال في كل من النشاط (س_{1}) والنشاط (س_{0})، ويمثل العمود الثاني العائد المتوقع من استثمار الفائض من (ب) في النشاط (س_{0}) بعد خصم عدد الوحدات التي تم استثمارها في النشاط (س_{1}). وتمثل الأرقام في الأعمدة من ٣ ـ ٧ العائد المتوقع من استغلال عدد الوحدات المتاحة (س) من المورد (ب) في كل من النشاط (س_{1}) والنشاط السابق له وهو في هذه الحالة (س_{0}). ويبين العمود الثامن العائد الأمثل المتوقع الحصول عليه من النشاط (س_{1}) عندما يكون مستوى النشاط س_{1} كما هو مبين في العمود التاسع-مقدراً بعدد الوحدات المتاحة للاستثمار فيه (س) من المورد (ب).

وتكون مهمتنا التالية هي تقديم النشاط (س_{2}) في الحل وذلك عن طريق احتساب $\text{ى}^{*}_{2}(\text{س}) = \underset{0 \leqslant \text{س}_{2} \leqslant 5}{\text{أكبر}} [\text{ى}_{2}(\text{س}_{2}) + \text{ى}^{*}_{1}(\text{س} - \text{س}_{2})]$
ويوضح الجدول التالي كيفية التوصل إلى $\text{ى}^{*}_{2}(\text{س})$.

جـدول المرحلة الثانية

جـدول (٨/٢)

$ى^{*}_{٢}$ (س)

س	$س_{٢}$ = ٠	$س_{٢}$=١	$س_{٢}$=٢	$س_{٢}$=٣	$س_{٢}$=٤	$س_{٢}$=٥	$ى^{*}_{٢}$ (س)	$س_{١}$	$س_{٢}$
٠	٠						٠	٠	٠
١	١٦						١٦	١	٠
٢	٢٠	٢٠	٨				٢٠	٢	٠
٣	٢٤	٢٤	٢٤	٢٠			٢٤	٣	٠
٤	٣٢	٢٨	٢٨	٣٦	٣٠		٣٦	١	٣
٥	٤٤	٣٦	٣٢	٤٠	٤٦	٥٦	٥٦	٠	٥

ويمكن توضيح البيانات الواردة في الجدول كالآتي:

العمود الأول: يبين عدد الوحدات المتاحة للاستغلال (س) من المورد (ب).

العمود الثاني: يبين العائد المتوقع الحصول عليه من استغلال عدد الوحدات المتاحة من المورد (ب) في الأنشطة السابقة $س_{٠}$ ، $س_{١}$ كما يظهرها الجدول السابق (جدول المرحلة الأولى). أي أن متجه العمود [$س_{٢}$ = ٠] يساوي العمود [$ى^{*}_{١}$ (س)].

العمود الثالث: يبين العائد المتوقع من استغلال عدد الوحدات المتاحة (س) من المورد (ب) على أساس تخصيص وحدة منها للنشاط $س_{٢}$ والباقي للأنشطة السابقة بصورة مثالية.

فإذا كان عدد الوحدات المتاحة = ٤ وحدات مثلاً فإن استغلال وحدة منها

في $س_{٢}$ يحقق عائداً قدره ٤ واستغلال الوحدات الثلاث الباقية في الأنشطة السابقة ($س_{٠}$، $س_{١}$) يحقق عائداً قدره ٢٤ ويكون العائد الكلي ٢٨.

. . . .

الأعمدة الثلاثة الأخيرة: تمثل التوزيع الأمثل لعدد الوحدات المتاحة (س) من المورد (ب) على الأنشطة ($س_{١}$، $س_{٢}$) بحيث يتحقق أكبر عائد ممكن $ى^{*}_{٢}$ (س). فإذا كان عدد الوحدات المتاحة من ب = ٤ وحدات مثلاً وكانت الأنشطة المتاحة لاستغلالها هي $س_{١}$، $س_{٢}$ فإن توزيعها الأمثل على هذه الأنشطة بحيث تحقق أكبر عائد ممكن قدره ٣٦ يكون عن طريق تخصيص وحدة واحدة للنشاط $س_{١}$، ثلاث وحدات للنشاط $س_{٢}$. بينما لو زاد عدد الوحدات المتاحة من (ب) إلى ٥ وحدات فإن تخصيصها كلها للنشاط $س_{٢}$ سيحقق أكبر عائد ممكن (٥٦).

وتكون مهمتنا التالية والأخيرة هي تقديم $س_{٣}$ وذلك عن طريق احتساب:

$$ى^{*}_{٣}(س) = \underset{٠ \leq س \leq ٥}{\text{أكبر}} \left[ى_{٣}(س_{٣}) + ى^{*}_{٢}(س - س_{٣}) \right]$$

ويوضح الجدول التالي كيفية التوصل إلى $ى^{*}_{٣}$ (س).

جدول رقم ٨ - ٣) جدول المرحلة الثالثة

$ى^{*}_{٣}$ (س)

س	$س_{٣}$ = ٠	$س_{٣}$ = ١	$س_{٣}$ = ٢	$س_{٣}$ = ٣	$س_{٣}$ = ٤	$س_{٣}$ = ٥	$ى^{*}_{٣}$ (س)	$س_{١}$	$س_{٢}$	$س_{٣}$
٠	٠						٠	٠	٠	٠
١	١٦	(٢٠)					٢٠	٠	٠	١
٢	٢٠	(٣٦)	٣٠				٣٦	١	٠	١
٣	٢٤	٤٠	(٤٦)	٣٨			٤٦	١	٠	٢
٤	٣٦	٤٤	٥٠	(٥٤)	٤٠		٥٤	١	٠	٣
٥	٥٦	٥٦	٥٤	(٥٨)	٥٦	٤٤	٥٨	٢	٠	٣

ويترتب على ذلك أنه إذا كان مقدار الموارد المتاحة ب = ٥ وحدات فإن الأمر يقتضي تخصيص وحدتان منها للنشاط $س_١$ ، ثلاث وحدات للنشاط $س_٣$ ، لا شيء للنشاط $س_٢$ حتى يتحقق أكبر عائد ممكن وقدره ٥٨ .

٣ ـ ١ ـ مزايا أسلوب البرمجة الديناميكية:

يترتب على اتباع أسلوب البرمجة الديناميكية لتخصيص الموارد الاقتصادية في حالة عدم إمكانية استخدام أساليب البرمجة الأخرى المزايا الآتية:

١ ـ تحقيق وفورات في الوقت والتكلفة اللازمة لإجراء العمليات الحسابية التي قد يتطلبها تعديد البدائل وتقويم كل منها بالطريقة الحسابية المباشرة.

٢ ـ يترتب على اتباع أسلوب البرمجة الديناميكية توفير بيانات إضافية تمكن المخطط من تقويم مجموعة البدائل الفرعية التي قد تترتب على المشكلة الأصلية أو تؤثر فيها. فمن جدول المرحلة الثالثة في المثال السابق مثلاً يمكن الحصول على المعلومات الآتية وذلك بالإضافة إلى الحل الأمثل للمشكلة.

أ ـ إذا ما تسببت ظروف خارجة هي إرادة المخطط في تخفيض قيمة الموارد المتاحة من ٥ مليون جنيه مثلاً إلى ٤ مليون فإن جدول المرحلة الثالثة يوضح أن برنامج التخصيص الأمثل في هذه الحالة يقتضي تخصيص وحدة للنشاط $س_١$ ، ٣ وحدات للنشاط $س_٣$ ليكون مقدار العائد الأمثل المتوقع الحصول عليه ٥٤ بدلاً من ٥٨ . كما أنه إذا انخفضت الموارد المتاحة إلى ثلاث وحدات يكون التخصيص الأمثل: $س_١$ = ١ ، $س_٢$ = صفر ، $س_٣$ = ٢ ليكون العائد الأمثل ٤٦ . وهكذا.

ب ـ أنه في حالة وجود النشاط $س_٢$ يجب أن لا يخصص إليه أي شيء على الإطلاق مهما انخفض مقدار الموارد المتاحة.

جـ ـ انه في حالة عدم وجود النشاط $س_٣$ يصبح النشاط $س_٢$ مربحاً إذا كانت $٤ \geqslant س \geqslant ب$.

٣ ـ تساعد البيانات الناتجة عن اتباع أسلوب البرمجة الديناميكية عموماً في

تسهيل إجراء اختبارات على النموذج الخاص بالمشكلة الأصلية لإكتشاف **مدى** حساسية الحل الأمثل للتغيرات المحتملة في كل من متغيرات ومؤشرات النموذج وأثر كل من هذه التغيرات على القيمة المثلى لدالة الهدف.

٤ ـ كلما زاد عدد متغيرات النموذج وكلما زادت عدد وحدات الموارد المتاحة [وذلك إما عن طريق قابليتها للتجزئة أو إضافة وحدات جديدة أو استخدام وحدة قياس أقل في القيمة (١٠٠ ألف جنيه بدلاً من مليون جنيه مثلاً)] كلما أصبحت تكلفة جدولة الحل الأمثل على مراحله المختلفة باهظة. غير أنه في هذه الحالة يمكن اتباع بعض أساليب التقريب بالاشتراك مع العلاقات الحسابية للبرمجة الديناميكية لتخفيض عدد المتغيرات أو لإدماج عدد وحدات الموارد بما يسمح بتخفيض تكلفة الحصول على حل يقرب من الحل الأمثل إلى الحد المعقول.

٤ ـ مثال عن تعدد الموارد:

افترض أننا رغبنا في تخصيص الكمية المتاحة $س_١$، $س_٢$ من موردين $ب_١$، $ب_٢$ لعدة أنشطة و = ١، ٢، ٣ بحيث يتحقق أكبر عائد ممكن كالآتي:

تقصية: $ى^*_و\ (س_{١و}\ ،س_{٢و})$

في ظل: $$\sum_{و=١}^{٣} س_{١و} = ب_١ = ٤$$

$$\sum_{و=١}^{٣} س_{٢و} = ب_٢ = ٣$$

هذا وقد كانت دالة العائد المتوقع من كل من الأنشطة الثلاثة أو (المشروعات الثلاثة) في ظل توافر الكميات المختلفة من كل من الموردين لكل منها كالآتي (بفرض أن وحدات الموارد غير قابلة للتجزئة).

س١و ، س٢و	ى١ (س١١ ، س١٢)	ى٢ (س٢١ ، س٢٢)	ى٣ (س٣١ ، س٣٢)
٠,٠		٠	٠
٠،١	٤	٢	٢
٠،٢	٨	٤	٦
٠،٣	١٢	٦	٨
٠،٤	١٦	٨	١٠
١،٠	٢	٨	٢
١،١	٦	١٠	١٠
١،٢	١٢	١٢	١٦
١،٣	١٨	١٤	٢٠
١،٤	٢٤	١٦	٢٤
٢،٠	٤	١٦	٤
٢،١	١٢	١٨	١٦
٢،٢	١٨	٢٠	٢٤
٢،٣	٢٤	٢٢	٣٠
٢،٤	٣٠	٢٤	٣٢
٣،٠	٦	٢٤	١٠
٣،١	١٤	٢٦	٢٠
٣،٢	٢٠	٢٨	٢٨
٣،٣	٢٦	٣٠	٣٦
٣،٤	٣٢	٣٢	٤٠

وبذلك تكون العلاقة الحسابية لنموذج البرمجة الديناميكية على أساس طريقة الحل الأمامية كالآتي:

$$\text{ى}^*_{\text{و}}\,(\text{س}_{\text{١و}}\,،\,\text{س}_{\text{٢و}}) = \underset{\substack{\cdot \leqslant \text{س}_{\text{١و}} \leqslant ٤ \\ \cdot \leqslant \text{س}_{\text{٢و}} \leqslant ٣}}{\text{أكبر}} \Big[\text{ى}_{\text{و}}\,(\text{س}_{\text{١و}}\,،\,\text{س}_{\text{٢و}}) + \text{ى}^*_{\text{و}-١}\,\big[(\text{س}_{١} - \text{س}_{\text{١و}})\,،\,(\text{س}_{٢} - \text{س}_{\text{٢و}})\big]\Big]$$

وباستخدام هذه العلاقة عندما تكون و = ١ نحصل على جدول المرحلة الأولى كما هو مبين في الجدول رقم (٨ ـ ٤).

وباستخدام نفس العلاقة عندما تكون و = ٢ نحصل على جدول المرحلة الثانية كما هو مبين في الجدول رقم (٨ ـ ٥).

وأخيرا للتوصل إلى الحل الأمثل عن طريق استخدام العلاقة السابقة عندما تكون و = ٣ لنحصل على الحل المبين في الجدول رقم (٦/٨).

ويتطلب الحل الأمثل توزيع الموارد المتاحة من كل من $\text{س}_{١}$ ، $\text{س}_{٢}$ على الأنشطة الثلاثة كالآتي:

النشاط الأول : وحدة واحدة من $\text{س}_{١}$.

النشاط الثاني : وحدة واحدة من $\text{س}_{٢}$.

النشاط الثالث : ثلاث وحدات من $\text{س}_{١}$ ، وحدتان من $\text{س}_{٢}$.

ويكون إجمالي العائد المتوقع من هذا التوزيع هو ٤٢ وحدة وتمثل العائد الأمثل في ظل الظروف السائدة.

٥ ـ نموذج المخزون الديناميكي وأساليب البرمجة الديناميكية:

إذاً كان اجمالي الطلب المتوقع على منتج معين خلال فترة زمنية مقبلة يبلغ (ك)

وحدة، وإذا كانت التكاليف اللازمة للحصول على طلبية واحدة من المنتج من مصدر إنتاجه هي (أ) جنيه وذلك بصرف النظر عن حجم الطلبية (س)، وكانت تكلفة الطلبية المتغيرة للوحدة الواحدة هي (ب)، وكانت حيازة وحدة واحدة من المنتج في المخزون للفترة هي (ت)، فإن التكاليف الكلية (ص) عن الفترة تصبح كالآتي:

$$ص = أ \left(\frac{ك}{س} \right) + ب ك + ت \left(\frac{س}{٢} \right).$$

ومن ثم يكون الحجم الأمثل للطلبية، والذي يترتب عليه تخفيض تكلفة المخزون إلى أقل حد ممكن هو عندما تكون المشتقة الأولى للمتغير (ص) بالنسبة للمتغير (س) = صفر[1]،

$$أي: \frac{دص}{دس} = - أ ك س^{-٢} + \frac{ت}{٢} = صفر$$

أي عندما يكون حجم الطلبية $س = \sqrt{\frac{٢ أ ك}{ت}}$

ومن ثم يكون العدد الأمثل للطلبيات مساوياً $\frac{ك}{س}$

غير أن هذا النموذج للمخزون يعتبر نموذجاً ساكناً ولا ياخذ عامل الزمن في الاعتبار مما قد يترتب عليه أن النتيجة التي نتوصل إليها تصبح غير دقيقة، وخاصة إذا كان لعامل الزمن تأثير ملموس على متغيرات النموذج.

ولتفادي ذلك القصور في النموذج الساكن للمخزون سنحاول الآن أن نتعرض لأحد نماذج المخزون الديناميكية واستخدام أسلوب البرمجة الديناميكية للتوصل إلى برنامج التخزين الأمثل.

---

(١) وذلك على اعتبار أن اختبار المشقة الثانية يثبت ذلك.

(جدول رقم ٨ ـ ٤)

جدول المرحلة الأولى $ى^*_1$ (س١١ ، س١٢)

س١	س١١	صفر				١				٢				٣				٤				ى*		
	س٢ \ س١٢	٠	١	٢	٣	٠	١	٢	٣	٠	١	٢	٣	٠	١	٢	٣	٠	١	٢	٣	(س١ ، س٢)	س١١	س١٢
صفر	٠	٠																				٠	٠	٠
	١	٠	**٢**																			٢	٠	١
	٢	٠	٢	**٤**																		٤	٠	٢
	٣	٠	٢	٤	**٦**																	٦	٠	٣
١	٠	٠				**٤**																٤	١	٠
	١	٠	٢			٤	**٦**															٦	١	١
	٢	٠	٢	٤		٤	٦	**١٢**														١٢	١	٢
	٣	٠	٢	٤	٦	٤	٦	١٢	**١٤**													١٤	١	٣
٢	٠	٠				٤				**٨**												٨	٢	٠
	١	٠	٢			٤	٦			٨	**١٢**											١٢	٢	١
	٢	٠	٢	٤		٤	٦	١٢		٨	١٢	**١٨**										١٨	٢	٣
	٣	٠	٢	٤	٦	٤	٦	١٢	١٤	٨	١٢	١٨	**٢٠**									٢٠	٢	٣
٣	٠	٠				٤				٨				**١٢**								١٢	٣	٠
	١	٠	٢			٤	٦			٨	١٢			١٢	**١٨**							١٨	٣	١
	٢	٠	٢	٤		٤	٦	١٢		٨	١٢	١٨		١٢	١٨	**٢٤**						١٤	٣	٢
	٣	٠	٢	٤	٦	٤	٦	١٢	١٤	٨	١٢	١٨	٢٠	١٢	١٨	٢٤	**٢٦**					٢٦	٣	٣
٤	٠	٠				٤				٨				١٢				**١٦**				١٦	٤	٠
	١	٠	٢			٤	٦			٨	١٢			١٢	١٨			١٦	**٢٤**			٢٤	٤	١
	٢	٠	٢	٤		٤	٦	١٢		٨	١٢	١٨		١٢	١٨	٢٤		١٦	٢٤	**٣٠**		٣٠	٤	٣
	٣	٠	٢	٤	٦	٤	٦	١٢	١٤	٨	١٢	٢٠	٢٠	١٢	١٨	٢٤	٢٦	١٦	٢٤	٣٠	**٣٢**	٣٢	٤	٣

جدول رقم (٨ ـ ٥)

جدول المرحلة الثانية (ى*٢ (س٢١ ، س٢٢)

ى*١	س١	س٢ \ س٢٢	صفر: ٠	صفر: ١	صفر: ٢	صفر: ٣	١: ٠	١: ١	١: ٢	١: ٣	٢: ٠	٢: ١	٢: ٢	٢: ٣	٣: ٠	٣: ١	٣: ٢	٣: ٣	٤: ٠	٤: ١	٤: ٢	٤: ٣	ى*٢ (س١ ، س٢)	التخصيص الأمثل للموازنة: س١١	س٢١	س١٢	س٢٢
٠	صفر	٠	٠																				٠	٠	٠	٠	٠
٢		١	٢	(٨)																			٨	٠	٠	٠	١
٤		٢	٤	١٠	(١٦)																		١٦	٠	٠	٠	٢
٦		٣	٦	١٢	١٨	(٢٤)																	٢٤	٠	٠	٠	٣
٤	١	٠	(٤)																				٤	١	٠	٠	٠
٦		١	٦	(١٢)			٤	١٠															١٢	١	٠	٠	١
١٢		٢	١٢	١٤	(٢٠)		٦	١٢	١٨														٢٠	١	٠	٠	٢
١٤		٣	١٤	٢٠	٢٢	(٢٨)	٨	١٤	٢٠	٢٦													٢٨	١	٠	٠	٣
٨	٢	٠	(٨)				٦				٤												٨	٢	٠	٠	٠
١٢		١	١٢	(١٦)			٨	١٤			٦	١٢											١٦	٢	٠	٠	١
١٨		٢	١٨	٢٠	(٢٤)		١٤	١٦	٢٢		٨	١٤	٢٠										٢٤	٢	٠	٠	٢
٢٠		٣	٢٠	٢٦	٢٨	(٣٢)	١٦	٢٢	٢٤	٣٠	١٠	١٦	٢٢	٢٨									٣٢	٢	٠	٠	٣
١٢	٣	-	(١٢)				١٠				٨				٦								١٢	٣	٠	٠	٠
١٨		١	١٨	(٢٠)			١٤	١٨			١٠	١٦			٨	١٤							٢٠	٣	٠	٠	١
٢٤		٢	٢٤	٢٦	(٢٨)		٢٠	٢٢	٢٦		١٦	١٨	٢٤		١٠	١٦	١٢						٢٨	٣	٠	٠	٢
٢٦		٣	٢٦	٣٢	٣٤	(٣٦)	٢٢	٢٨	٣٠	٢٤	١٨	٢٤	٢٦	٣٢	١٢	١٨	١٤	٣٠					٣٦	٣	٠	٠	٣
١٦	٤	٠	(١٦)				١٤				١٢				١٠				٨				١٦	٤	٠	٠	٠
٢٤		١	(٢٤)	(٢٤)			٢٠	٢٢			١٦	٢٠			١٢	١٨			١٠	١٦			٢٤	(٤)	٠	٠	(١)
٣		٢	٣٠	(٣٢)	(٣٢)		٢٦	٢٨	٣٠		٢٢	٢٤	٢٨		١٨	٢٠	٢٦		١٢	١٨	٢٤		٣٢	(٤)	٠	٠	(٢)
٣٢		٣	٣٢	٣٨	(٤٠)	(٤٠)	٢٨	٢٤	٣٦	٣٨	٢٤	٣٠	٣٢	٣٦	٢٠	٢٦	٢٨	٢٤	١٤	٢٠	٢٦	٣٢	٤٠	(٤)	٠	٠	(٣)

ملحوظة : تعدد الدوائر في نفس الصف تعني وجود أكثر من سياسة بديلة تؤدي إلى نفس العائد .

جدول رقم (٨ - ٦)

جدول المرحلة الثالثة ($ى^*_٣$ ($س_١$ ، $س_٢$)

$ى^*_٢$	$س_١$	$س_٢$ \ $س_{٣١}$ / $س_{٣٢}$	صفر				١				٢				٣				٤				$ى^*_٣$ ($س_١$ ، $س_٢$)	التخصيص الأمثل للمورد					
			٠	١	٢	٣	٠	١	٢	٣	٠	١	٢	٣	٠	١	٢	٣	٠	١	٢	٣		$س_{١١}$	$س_{٢١}$	$س_{٣١}$	$س_{١٢}$	$س_{٢٢}$	س
٠	صفر	٠	٠																				٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠
٨		١	٨	٢																			٨	٠	٠	٠	٠	١	٠
١٦		٢	١٦	١٠	٤																		١٦	٠	٠	٠	٠	١	٠
٢٤		٣	٢٤	١٨	١٢	١٠																	٢٤	٠	٠	٠	٠	٣	٠
٤	١	٠	٤				٢																٤	١	٠	٠	٠	٠	٠
١٢			١٢	٦			١٠	١٠															١٢	١	٠	٠	٠	١	٠
٢٠		٢	٢٠	١٤	٨		١٨	١٨	١٦														٢٠	١	٠	٠	٠	٢	٠
٢٨		٣	٢٨	٢٢	١٦	١٤	٢٦	٢٦	٢٤	٢٠													٢٨	١	٠	٠	٠	٣	٠
٨	٢	٠	٨				٦				٦												٨	٢	٠	٠	٠	٠	٠
١٦		١	١٦	١٠			١٤	١٤			١٤	١٦											١٦	٠	٠	١	٠	٠	١
٢٤		٢	٢٤	١٨	١٢		٢٢	٢٢	٢٠		٢٢	٢٤	٢٤										٢٤	٠	٠	٢	٠	٠	٢
٣٢		٣	٣٢	٢٦	٢٠	١٨	٣٠	٣٠	٢٨	٢٤	٣٠	٣٢	٣٢	٢٨									٣٢	٠	٠	٢	٠	١	٢
١٢	٣	٠	١٢				١٠				١٠				٨								١٢	٣	٠	٠	٠	٠	٠
٢٠		١	٢٠	١٤			١٨	١٨			١٨	٢٠			١٦	٢٠							٢٠	٠	٠	٣	٠	٠	١
٢٨		٢	٢٨	٢٢	١٦		٢٦	٢٦	٢٤		٢٦	٢٨	٢٨		٢٤	٢٨	٣٠						٣٠	٠	٠	٣	٠	٠	٢
٣٦		٣	٣٦	٣٠	٢٤	٢٢	٣٤	٣٤	٣٢	٢٨	٣٤	٣٦	٣٦	٣٢	٣٢	٣٦	٣٨	٣٦					٣٨	٠	٠	٣	٠	١	٢
١٦	٤	٠	١٦				١٤				١٤				١٢				١٠				١٦	٤	٠	٠	٠	٠	٠
٢٤		١	٢٤	١٨			٢٢	٢٢			٢٢	٢٤			٢٠	٢٤			١٨	٢٤			٢٤	٠	٠	٤	٠	٠	١
٣٢		٢	٣٢	٢٦	٢٠		٣٠	٣٠	٢٨		٣٠	٣٢	٣٢		٢٨	٣٢	٣٤		٢٦	٣٢	٣٢		٣٤	١	٠	٣	٠	٠	٢
٤٠		٣	٤٠	٣٤	٢٨	٢٦	٣٨	٣٨	٣٦	٣٢	٣٨	٤٠	٤٠	٣٦	٣٦	٤٠	٤٣	٤٠	٢٤	٤٠	٤٠	٤٠	٤٣	١	٠	٣	٠	١	٢

ملحوظة: تعدد الدوائر في نفس الصف يعني وجود أكثر من سياسة بديلة تؤدي إلى نفس العائد.

افترض أن الطلب ($ك_{و}$) على منتج معين في الفترة الزمنية (و) يحدث في مدى وحدات زمنية محددة عندما تكون و = ١، ٢، ٣، ... ن.

وبالإضافة إلى ذلك افترض أيضاً أن الكمية الموجودة فعلاً في المخزون من المنتج المعين في اللحظة (و) تكون إما مساوية للصفر أو تكون كافية للوفاء بالطلب على المنتج على مدى عدة وحدات زمنية مقبلة (هـ). وبمعنى آخر فإنه يمكن أن يتوافر أحد حالتين في اللحظة (و): أما أن يكون عدد الوحدات الموجودة بالمخزون في هذه اللحظة كاف للوفاء بالطلب المتوقع في وحدات الزمن و + ١، و + ٢، و + ٣، ... و + هـ وأما أن يتم شراء عدد من الوحدات (أو انتاجها) في (و) يكفي للوفاء بالطلب المتوقع. ويتوقف مدى الفَتَرَة الزمنية (هـ) على القرار الخاص بتحديد مدى الشراء مقدماً قبل توقع حدوث الطلب.

والهدف في هذه الحالة هو تحديد سياسة الشراء والتخزين التي تؤدي إلى أقل التكاليف الممكنة، وبشرط الوفاء باحتياجات الطلب المتوقع على مدار الفترة الزمنية التي يتوقع أن يتم حدوثه فيها. وسوف نستخدم الرموز الآتية لشرح نموذج المخزون الذي يحقق هذا الغرض:

$أ_{و}$ = التكلفة الثابتة للطلبية أو التشغيلة في وحدة الزمن (و).
$ب_{و}$ = التكلفة المتغيرة لوحدة المنتج في الطلبية أو في التشغيلة في وحدة الزمن (و).

$س_{و}$ = عدد الوحدات التي يتم شرائها أو إنتاجها في وحدة الزمن (و).
$ت_{و}$ = تكلفة حيازة وحدة واحدة في المخزون للفترة من (و) إلى (و + ١).

وسنفرض عدم وجود تكلفة حيازة للمشتريات أو الإنتاج الذي يتم في وحدة الزمن (و ـ ١) للوفاء بالطلب المتوقع في وحدة الزمن و.

ويجب مراعاة أن مدى الفترة و = ١ إلى و = ن يؤثر في حجم **الطلبية الأمثل**.

افترض الآن أن عناصر النموذج كانت كالآتي:

و =	٠	١	٢	٣	٤	٥
ك$_{و}$:	٠	٤	١٢	١٦	٢٠	١٢
أ$_{و}$:	٢٠	٤٠	٣٠	٤٠	٢٤	
ب$_{و}$:	٨	٤	٢٠	٨	١٦	
ت$_{و}$:		١٦	٤	٨	٢٢	

حيث يمثل الصف (ك$_{و}$) الطلب الشهري على المنتج لمدة الستة أشهر القادمة من يناير (و = ٠) إلى يونيو (و = ٥).

وبفرض عدم وجود مخزون في شهر يناير وأن سياسة التخزين تقتضي عدم وجود مخزون في نهاية شهر يونيو، فإنه يمكننا حل المشكلة كالآتي:

١ ـ أنه في حالة وجود مخزون في أي من الأشهر الستة فإنه يمكن شراء (أو إنتاج) ما يلزم للوفاء بالطلب المتوقع في أي مجموعة من الأشهر التالية. أي أنه في شهر يناير يمكن شراء أو إنتاج ما يلزم للوفاء بالطلب المتوقع في الخمسة أشهر لتالية، أو الثلاثة أشهر التالية، أو الشهرين التاليين، أو الشهر التالي. وأنه في حالة عدم وجود مخزون في شهر فبراير (أي أن مشتريات يناير أو إنتاج يناير كان مجرد كافياً للوفاء بالطلب المتوقع في شهر فبراير) فإنه يمكن شراء أو إنتاج عدد من الوحدات في فبراير تكفي للطلب المتوقع خلال الأربعة أشهر القادمة، أو الثلاثة أشهر القادمة، أو ... وهكذا.

هذا وسنقوم بتعريف تكلفة المخزون للوحدة التي يتم شرائها في الشهر (ص) لأغراض الوفاء بالطلب المتوقع في الشهر (ع) بالرمز (ت$_{صع}$). وبالتالي يمكن احتساب (ت$_{صع}$) في كل مرحلة (ص) بالنسبة لكل المراحل التالية (ع)

باستخدام المعادلة الآتية (باعتبار أن كل شهر من الأشهر الستة يمثل مرحلة لأغراض نموذج البرمجة الديناميكية):

$$\text{ت}_{\text{ص ع}} = \text{أص} + \text{ب ص} \sum_{\text{و=ص+١}}^{\text{ع}} \text{ك}_{\text{و}} + \sum_{\text{و=ص+١}}^{\text{ع-١}} \sum_{\text{ن=و+١}}^{\text{ع}} \text{ت}_{\text{و}}\text{ك}_{\text{ن}}$$

فمثلا:

$$\text{ت}_{\text{١٠}} = \text{أ}_{\text{٠}} + \text{ب}_{\text{٠}} \sum_{\text{و=٠+١}}^{\text{١}} \text{ك}_{\text{١}} + \text{صفر} = \text{٢٠} + (\text{٤} \times \text{٨}) = \text{٥٢ جم}$$

$$\text{ت}_{\text{٢٠}} = \text{أ}_{\text{٠}} + \text{ب}_{\text{٠}} \sum_{\text{و=٠+١}}^{\text{٢}} \text{ك}_{\text{و}} + \sum_{\text{و=١}} \sum_{\text{ن=٢}} \text{ت}_{\text{و}}\text{ك}_{\text{ن}}$$

$$= [\text{٢٠} + (\text{٨})(\text{١٦}) + (\text{٦})(\text{١٢})] = \text{٣٤٠ جم}$$

$$\text{ت}_{\text{٣٠}} = \text{أ}_{\text{٠}} + \text{ب}_{\text{٠}} (\text{ك}_{\text{١}}+\text{ك}_{\text{٢}}+\text{ك}_{\text{٣}}) + \text{ت}_{\text{١}} (\text{ك}_{\text{٢}}+\text{ك}_{\text{٣}}) + \text{ت}_{\text{٢}} (\text{ك}_{\text{٣}})$$

$$= [\text{٢٠} + (\text{٨})(\text{٣٢}) + (\text{١٦})(\text{٢٨}) + (\text{٤})(\text{١٦})] = \text{٧٨٨ جم}$$

$$\text{ت}_{\text{٤٠}} = [\text{أ}_{\text{٠}} + \text{ب}_{\text{٠}} (\text{ك}_{\text{١}}+\text{ك}_{\text{٢}}+\text{ك}_{\text{٣}}+\text{ك}_{\text{٤}}) + \text{ت}_{\text{١}} (\text{ك}_{\text{٢}}+\text{ك}_{\text{٣}}+\text{ك}_{\text{٤}})$$
$$+ \text{ت}_{\text{٢}} (\text{ك}_{\text{٣}}+\text{ك}_{\text{٤}}) + \text{ت}_{\text{٣}} (\text{ك}_{\text{٤}})]$$

$$= [\text{٢٠} + \text{٨} (\text{٥٢}) + \text{١٦} (\text{٤٨}) + \text{٤} (\text{٣٦}) + \text{٨} (\text{٢٠})] = \text{١٥٠٨ جم}$$

$$\text{ت}_{\text{٥٠}} = [\text{أ}_{\text{٠}} + \text{ب}_{\text{٠}} \sum_{\text{و=١}}^{\text{ع}} \text{ك}_{\text{و}} + \text{ت}_{\text{١}} \sum_{\text{ن=٢}}^{\text{ع}} \text{ك}_{\text{ن}} + \text{ت}_{\text{٢}} \sum_{\text{ن=٣}}^{\text{ع}} \text{ك}_{\text{ن}}$$
$$+ \text{ت}_{\text{٣}} \sum_{\text{ن=٣}}^{\text{ع}} \text{ك}_{\text{ن}} + \text{ت}_{\text{٤}}\text{ك}_{\text{٥}}]$$

$$= [\text{٢٠} + \text{٨} (\text{٦٤}) + \text{١٦} (\text{٦٠}) + \text{٤} (\text{٤٨}) + \text{٨} (\text{٣٢}) + \text{٢٢} (\text{١٢})]$$

$$= \text{٢٢٠٤ جم}$$

$$\text{ت}_{\text{٢١}} = \text{أ}_{\text{١}} + \text{ب}_{\text{١}}\text{ك}_{\text{٢}} = \text{٤٠} + \text{٤٨} = \text{٨٨ جم}$$

ويتم حساب باقي التكاليف بنفس الطريقة لتكون كالآتي:

ت$_{١٠}$ = ٥٢

ت$_{٢٠}$ = ٣٤٠ ت$_{٢١}$ = ٨٨

ت$_{٣٠}$ = ٧٨٨ ت$_{٣١}$ = ٢١٦ ت$_{٣٢}$ = ٣٥٠

ت$_{٤٠}$ = ١٥٠٨ ت$_{٤١}$ = ٥٣٦ ت$_{٤٢}$ = ٩١٠ ت$_{٤٣}$ = ٢٠٠

ت$_{٥٠}$ = ٢٢٠٤ ت$_{٥١}$ = ٩٩٢ ت$_{٥٢}$ = ١٥١٠ ت$_{٥٣}$ = ٥٦٠

ت$_{٥٤}$ = ٢١٦

٢ ـ نوجد العلاقة الحسابية لنموذج البرمجة الديناميكية (طبقاً للطريقة العكسية لأنها تكون في العادة أكثر كفاءة عن الطريقة الأمامية) لحل المشكلة. وهي في هذه الحالة كالآتي:

ى* (ص) = أقل$_{ع}$ [ى (ص،ع) + ى* (ع)]،

حيث ى (ص،ع) = ت$_{ص ع}$ ،

حيث ى* (٥) = صفر في هذه الحالة (حيث لا يوجد مخزون في شهر يونيو). وعلى ذلك تكون خطوات الحل كالآتي:

(١) ى* (٤) = أقل$_{ع=٥}$ [ى (٤ ، ٥) + ى* (٥)]

= ٢١٦ + صفر = ٢١٦ جم ٤←٥

(٢) ى* (٣) = أقل$_{ع=٤ ، ٥}$ [ى (٣ ، ع) + ى* (ع)]

= أقل [(٢٠٠ + ٢١٦) أو (٥٦٠ + صفر)]

= ٤١٦ جم ٣ ٤

(٣) ى* (٢) = أقل$_{ع=٣ ، ٤ ، ٥}$ [ى (٢ ، ع) + ى* (ع)]

= أقل [(ت$_{٣٢}$) + ى* (٣)] أو [(ت$_{٤٢}$) + ى* (٤)] أو

[(ت$_{٥٢}$) + ى* (٥)].

= أقـــل [(٣٥٠ + ٤١٦) أو (٩١٠ + ٢١٦) أو (١٥١٠ + صفر)] = ٧٦٦ جم   ٢ ، ٢ ، ٣ ، ٤

(٤) ى* (١) = أقل$_{ع=٢،٣،٤،٥}$ [ى (١،ع) + ى* (ع)].

= أقل [(ت$_{٢١}$ + ى* (٢)) أو [(ت$_{٣١}$ + ى* (٣)] أو [(ت$_{٤١}$ + ى* (٤)] أو[(ت$_{٥١}$ + ى* (٥))]

= أقل [(٨٨ + ٧٦٦) أو (٢١٦ + ٤١٦) أو (٥٣٦ + ٢١٦) أو (٩٩٢ + صفر)] = ٦٣٢   ١← ٣ ← ٤

(٥) ى* (صفر) = أقل$_{ع=١،٢،٣،٤،٥}$ [ى (صفر،ع) + ى* (ع)]

أقل [(ت$_{١٠}$ + ى* (١) أو (ت$_{٢٠}$ + ى* (٢) أو (ت$_{٣٠}$ + ى* (٣) أو (ت$_{٤٠}$ + ى* (٤) أو (ت$_{٥٠}$ + ى* (٥)].

= أقل [(٥٢ + ٦٣٢) أو (٣٤٠ + ٧٦٦) أو (٧٨٨ + ٤١٦) أو (١٥٠٨ + ٢١٦) أو (٢٢٠٤ + صفر)]

= ٦٨٤ جم ٠ ، ١ ، ٣ ، ٤

ويترتب على ذلك أن سياسة الشراء (أو الإنتاج) والتخزين المثلى تقتضي الآتي:

في شهر يناير (و = ٠) يتم شراء أو إنتاج ما يكفي لطلب فبراير (ك$_{١}$) = ٤ وحدات

في شهر فبراير (و = ١) يتم شراء أو إنتاج ما يكفي لطلب كل من مارس وإبريل معاً (ك$_{٢}$ + ك$_{٣}$) = ٢٨ وحدة

في شهر مارس (و = ٢) لا يتم شراء أو إنتاج شيء

في شهر إبريل (و = ٣) يتم شراء أو إنتاج ما يكفي لطلب مايو ($ك_٤$) = ٢٠٠ وحدة

في شهر مايو (و = ٤) يتم شراء أو إنتاج ما يكفي لطلب يونيو ($ك_٥$) = ١٢ وحدة

∴ ∑ $ك_و$ ٦٤

ويكون مجموع تكلفة طلب (أو إنتاج) وتخزين الوحدات المطلوبة لحين الطلب عليها طبقاً لهذه السياسة هو ٦٨٤ جم.

لاحظ أنه إذا قامت المنشأة بطلب عدد من الوحدات في كل شهر تكفي للطلب المتوقع في الشهر التالي فإن إجمالي التكلفة يكون:

(٥٢ + ٨٨ + ٣٥٠ + ٢٠٠ + ٢١٦) = ٩٠٦ جم.

أما إذا قامت الوحدة بإنتاج أو شراء كل الوحدات المطلوبة خلال شهر يناير فان إجمالي التكلفة يكون مساوياً $ت_{.٥}$ = ٢٢٠٤ جم.

٦ ـ بعض الاستخدامات الأخرى لنموذج البرمجة الديناميكية:

لا تقتصر إمكانية استخدام نماذج البرمجة الديناميكية على المشاكل السابق التعرض لها في هذا الفصل. بل يوجد الكثير من مجموعات المشاكل التي تعتبر مجالاً خصبا لتطبيق نماذج البرمجة الديناميكية ومنها ما يلي:

١ ـ مجال الهندسة الكيماوية ومجالات التصميم والإنتاج المتعلقة بها.

٢ ـ نظرية المخزون بصفة عامة وخاصة منها ما يتعلق بنماذج المخزون المتعدد المراحل.

٣ ـ مجال تخصيص الموارد بصفة عامة وخاصة إذا كانت دوال العائد غير خطية وغير متصلة مما يصعب معه إتباع وسائل البرمجة الأخرى.

كل هذه المجالات تحتوي على مجموعات من المشاكل التي يمكن لنماذج البرمجة الديناميكية أن تسهم في حلها بطريقة مثالية.

٧ ـ خصائص ومحددات النموذج:

افترض مشكلة البرمجة غير الخطية التالية:

تقصية: $\pi = \sum_{و=١}^{ن} ى_و (س_و)$.

في ظل: $\sum_{و=١}^{ن} أ_و س_و \leqslant ب$، $أ_و \geqslant$ صفر

$س_و \geqslant$ صفر، كل قيم $س_و$ أرقام صحيحة.

لاحظ أن المشكلة تتكون من محدد موضوعي واحد وأن دالة الهدف تتكون من مجموع ن من الدوال المستقلة. لاحظ أن قيم المتغيرات $س_و$ في المشكلة يجب أن تتخذ أرقاماً صحيحة ولا تقبل التجزئة. وفي ظل هذه الظروف لا يمكن استخدام وسائل البرمجة الأخرى بما فيها وسائل البرمجة غير الخطية لإيجاد الحل الأمثل للمشكلة، حيث كل ما يمكن الحصول عليه من هذه الوسائل هو حل تقريبي قد يقترب أو يبتعد من الحل الأمثل بدرجة كبيرة.

وسنبين في هذا البند بيان كيفية إيجاد الحل الأمثل للمشكلة من هذا النوع عن طريق استخدام البرمجة الديناميكية وذلك لبيان خصائص النموذج أساساً.

وقبل أن نبدأ افترض أن كل من $أ_و$، ب تأخذ قيماً صحيحة بصرف النظر عن وحدة القياس، فإذا كانت ب = ٥ مليون جنيه فإنه يمكن استبدالها بالقيمة ب = ٥٠٠٠٠٠٠ جنيه وتصبح وحدة القياس جنيه بدلاً من مليون جنيه.

فإذا ما رمزنا للنهاية العظمى المطلقة للدالة (π) بالرمز π^* فإن هدفنا يصبح إيجاد:

$$\pi^* = \underset{س_١، ...، س_ن}{\text{أكبر}} \sum_{و=١}^{ن} ى_و (س_و) \qquad (١)$$

وذلك على أن يكون إيجاد النهاية العظمى ملتزماً بشرط اتخاذ كل $س_ن$ لقيم صحيحة موجبة وعلى أن يكون الحل في حدود:

$$\sum_{و=1}^{ن} أ_{و}\, س_{و} \leqq ب \qquad (٢)$$

ولنفرض الآن أننا اخترنا قيمة لأحد المتغيرات س ن وثبتناها عند هذا المستوى وقمنا بايجاد النهاية العظمى π^* على باقي المتغيرات $س_{١}$ ، $س_{٢}$ ، $س_{٣}$ ، ... $س_{ن-١}$. فلا شك في هذه الحالة أن قيمة النهاية العظمى للدالة ستتوقف على القيمة التي اخترناها للمتغير $س_{ن}$. ولكن افترض أننا فعلنا ذلك لكل القيم التي يمكن اعطائها للمتغير $س_{ن}$ ، فلا شك في هذه الحالة أننا سنجد من بين القيم الناتجة للدالة π أحدها والتي تمثل النهاية العظمى المطلقة لها π^* عندما تكون $س_{ن}$ = $س_{ن}^*$. وإذا ما وضعنا هذه الخطوات في صورة علاقة حسابية تكون كالآتي:

اختار قيمة للمتغير $س_{ن}$ ثم احسب بعد ذلك ما يأتي:

$$\underset{س_{١}،\dots،س_{ن-١}}{أكبر} \left[\sum_{و=1}^{ن} ى_{و}(س_{و}) \right] = ى_{ن}(س_{ن}) + \underset{س_{١}،\dots،س_{ن-١}}{أكبر} \left[\sum_{و=1}^{ن-1} ى_{و}(س_{و}) \right] \qquad (٣)$$

وحينما يتم اختيار قيمة $س_{ن}$ فإن بقية المتغيرات $س_{١}$ ، $س_{٢}$ ، ... $س_{ن-١}$ يجب أن تتحدد قيمتها بأرقام صحيحة موجبة بحيث تفي بالشرط:

$$\sum_{و=1}^{ن-1} أ_{و}\, س_{و} \leqq (ب - أ_{ن}\, س_{ن}) \qquad (٤)$$

ولكن: $\underset{س_{١}،\dots،س_{ن-١}}{أكبر} \left[\sum_{و=1}^{ن-1} ى_{و}(س_{و}) \right]$ تتوقف قيم متغيراتها التي يجب أن تكون أرقام صحيحة موجبه على قيمة $س_{ن}$ ، أو بمعنى أدق على قيمة (ب ـ $أ_{ن}$ $س_{ن}$).

ولندع:

$$ى^*_{ن-١}(ب - أ_{ن}\, س_{ن}) = \underset{س_{١}،\dots،س_{ن-١}}{أكبر} \left[\sum_{و=1}^{ن-1} ى_{و}(س_{و}) \right] \qquad (٥)$$

حيث يتم إيجاد النهاية العظمى على أساس أرقام صحيحة موجبة لقيم المتغيرات وبحيث يتم الوفاء بالشرط المبين في المعادلة رقم (٤). فإذا ما حسبنا $ى^*_{ن-١}$

(ب ـ أ$_{ن}$ س$_{ن}$) لكل القيم التي يمكن أن يتخذها المتغير س$_{ن}$ واخترنا أكبرها فإن معنى ذلك أننا نحصل على النهاية العظمى المطلقة للدالة π حيث:

$$\pi^{\star} = \underset{س_{ن}}{أكبر} [ى_{ن}(س_{ن}) + ى^{\star}_{ن-١} \ (ب - أ_{ن} س_{ن})] \quad (٦)$$

حيث يمكن للمتغير س$_{ن}$ أن يتخذ أرقام صحيحة موجبة تساوي صفر ، ١ ، ... ن، (ب ÷ أ$_{ن}$).

وإذا اتبعنا نفس الطريقة لاحتساب قيمة ى$^{\star}_{ن-١}$ تكون الخطوات كالآتي:

افترض أن /|(ب - أ$_{ن}$ س$_{ن}$) = جـ| فيترتب على ذلك أن:

$$ى^{\star}_{ن-١} \ (جـ) = \underset{س_{١}، \ldots، س_{ن-١}}{أكبر} \ [\sum_{و=١}^{ن-١} ى_{و} \ (س_{و})]$$

$$= \underset{س_{ن-١}}{أكبر} [ى_{ن-١} (س_{ن-١}) + ى^{\star}_{ن-٢} \ (جـ - أ_{ن-١} س_{ن-١})] \quad (٧)$$

حيث يمكن للمتغير س$_{ن-١}$ أن يتخذ أرقام صحيحة موجبة تساوي صفر ، ١ ، ٢ ، .... (جـ ÷ أ$_{ن-١}$).

وباتباع نفس الطريقة لاحتساب قيمة ى$^{\star}_{ن-٢}$ [وبفرض أن د = جـ - أ$_{ن-١}$س$_{ن-١}$] تكون العلاقة الحسابية كالآتي:

$$ى^{\star}_{ن-٢} \ (د) = \underset{س_{ن-٢}}{أكبر} [ى_{ن-٢} \ (س_{ن-٢}) + ى^{\star}_{ن-١} \ (د - أ_{ن-٢} س_{ن-٢})] \quad (٨)$$

وهكذا ... إلى أن نصل إلى:

$$ى^{\star}_{١} \ (هـ) = \underset{س_{١}}{أكبر} [ى_{١} (س_{١}) + ى^{\star}_{٢} \ (هـ - أ_{١} س_{١})] \quad (٩)$$

حيث (٩) دالة في متغير واحد هو س$_{١}$

وفي النهاية نصل إلى $\pi^{\star}$ = ى$^{\star}_{١}$ (هـ) (١٠)

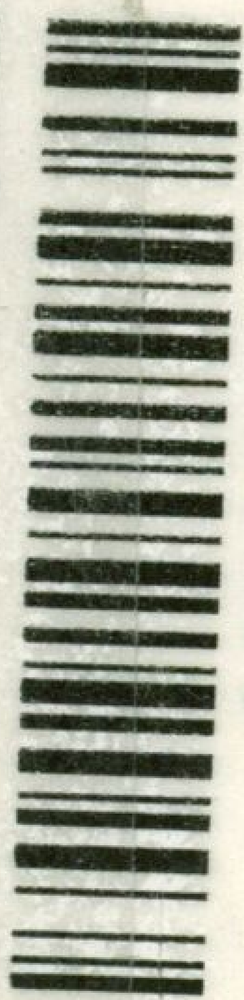
وهذه هي الخطوات المتعلقة بطريقة الحساب الخلفية كما استخدمناها فيما سبق.

ويتبين من ذلك أنه إذا كانت المشكلة تتكون من عدد من المتغيرات ن (وعادة ما يكون كل و = ١، ٢، ٠٠٠ ن هو نقطة اتخاذ قرار فيما يتعلق بقيمة متغير معين) فإن نموذج البرمجة الديناميكية يحولها إلى عدد من المشاكل ن كل منها في متغير واحد ويتم تحديد قيمة كل متغير لاحق من واقع النموذج الخاص به على اعتبار أن القيم المثلى التي تحددت لكل المتغيرات السابقة تمثل شرطاً أساسياً يجب الحفاظ عليه عند تحديد قيمة كل متغير لاحق (أي أن قيم المتغيرات اللاحقة يجب أن تكون متناسقة مع قيم المتغيرات السابقة بحيث يؤدي مجموعها إلى القيمة المثلى لدالة الهدف) ويترتب على ذلك ضرورة الاحتفاظ بالقيم المثلى للمتغيرات السابقة حيث أنها تؤثر في القيم المثلى لكل المتغيرات اللاحقة وهذا في حد ذاته يعتبر أهم نواحي القصور في نماذج البرمجة الديناميكية. فكلما زاد عدد المتغيرات (س) وزاد عدد المراحل (ص) التي يتم فيها اتخاذ قرار بشأن المتغيرات التي تحتويها كل مرحلة كلما أصبحت تكلفة النموذج على الحاسب الآلي كبيرة وخاصة لحاجة الاحتفاظ بالقيم المثلى للمتغيرات السابقة للرجوع إليها لاختيار القيم المثلى للمتغيرات اللاحقة.

وكما سبق وأن ذكرنا فإنه يمكن الاستعانة ببعض الطرق الرياضية للتغلب على مشكلة حجم النموذج وذلك بتخفيض أو إيجاد الحل عن طريق وسائل التقريب المتتالي. ولن يسمح المجال هنا لشرح وسائل التقريب المختلفة التي يمكن استخدامها مع نموذج البرمجة الديناميكية.

دليل المحتويات

الجزء الثاني


Bibliotheca Alexandrina
1185944